
CAPITULO 5.

Generación de Caminos Globales Mediante Curvas -Splines.

5.1. Introducción.

En el capítulo anterior se ha desarrollado un método válido para la generación de caminos locales. Sus características fundamentales se resumen en proporcionar un camino continuo en posición, orientación y curvatura, y que resulte admisible desde el punto de vista cinemático. Por otro lado asegura la variabilidad aproximadamente lineal de la curvatura, lo cual es conveniente para facilitar la tarea del algoritmo de seguimiento de caminos. El empleo de curvas -splines junto con la metodología utilizada proporcionan una gran rapidez al procedimiento de evitar obstáculos en tiempo real.

Por estos motivos resulta de interés la generalización del método propuesto, para la construcción de caminos globales, sin degradar ninguna de las propiedades expuestas en el párrafo anterior. De este modo, en primer lugar, se realizará un estudio en profundidad de las propiedades de acotación cartesiana y de las condiciones de inicio-fin de las curvas - Splines (apartado 5.2.). En segundo lugar, se efectuará la definición de la función camino global, basada en las mencionadas curvas, en dos etapas: i) construcción del camino de referencias continuo en posición y orientación (apartado 5.3.), y ii) ajuste de una curva - Spline cúbica al polígono de control construido sobre dicho camino. La discretización en posturas de la curva constituirá el camino global propuesto.

No obstante, la generalización del método de sorteo de obstáculos por sí mismo carece de interés, por la necesidad de emplear el generador de caminos de forma conjunta con un procedimiento de planificación. El uso de ambos posibilita la construcción de un camino que cumpla las especificaciones descritas en la tarea de navegación. De este modo, el método de generación de caminos globales se integrará con uno de planificación basado en grafos de visibilidad (apartado 5.5.). La elección de este enfoque de planificación obedece a la existencia de algoritmos de bajo coste computacional en comparación con

otros métodos. Además permite realizar ciertos tratamientos en el modelo del entorno fuera de línea, con lo que se disminuye de forma considerable el tiempo necesario para planificar o replanificar el camino, siempre que el entorno no sufra cambios. El algoritmo de planificación efectuará su labor mediante la aplicación del modelo de entorno expandido, y eliminar así la restricción de un robot puntual que posee el procedimiento original.

En la realización de la integración resulta preciso detenerse en ciertas consideraciones, en el sentido de que la ruta que utiliza el generador en la construcción del camino global debe reunir algunas características básicas. Para ello se añade información cinemática al grafo de visibilidad que emplea el planificador, para convertirse, de este modo, en un grafo de visibilidad cinemático (subapartado 5.5.1.). Este será utilizado por un nuevo algoritmo de búsqueda denominado V^* (basado en el algoritmo de búsqueda A^*), que asegurará la localización de la ruta de longitud mínima que cumpla las especificaciones de navegación, y que sobre ella se puede construir un camino libre de obstáculos y admisible de forma cinemática (subapartado 5.5.3.).

Como colofón a este capítulo, se exponen ciertas conclusiones (apartado 5.6.) que destacan los aspectos más relevantes aquí desarrollados, así como una serie de experiencias reales efectuadas con el robot móvil RAM-1.

5.2. Ajuste de las propiedades de las curvas -Spline.

En este apartado se realiza un estudio más detenido que el desarrollado en el capítulo anterior sobre las propiedades de la acotación cartesiana y de las condiciones iniciales y finales de las curvas -splines. El resultado consiste en la posibilidad de predecir el comportamiento de una curva de esta clase de manera precisa, cuando sus vértices de control se hallan dispuestos de cierta forma geométrica.

5.2.1. Revisión de la acotación cartesiana.

La propiedad de la acotación cartesiana hace mención a la región geométrica en la cual se encuentra situada la curva con respecto a sus vértices de control, siempre que estos se hallen situados sobre un círculo de un determinado radio . Sin embargo, en la definición de camino efectuada en el segundo capítulo, exige que los vértices de la ruta planificada pertenezcan a la función camino. Ello requiere que la acotación cartesiana de la curva - Spline sea más precisa que la expuesta en el capítulo anterior.

En principio, dicha propiedad viene definida para las curvas -Spline en general. De este modo, el primer paso para realizar un mayor ajuste de en la expresión de acotación cartesiana, consiste en particularizar la expresión general de la curva para el tipo de función -Spline utilizada. Así pues, en el caso de las -Spline cúbicas, las condiciones de inicio y de fin de la curva se enuncian como:

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{1}{6}(V_{-2} + 4V_{-1} + V_0) \\ f(1) &= \frac{1}{6}(V_{-1} + 4V_0 + V_1) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Debido a que las curvas -Spline son independientes del sistema de referencias utilizado, si se supone un polígono de control situado sobre un círculo de radio , entonces resulta posible considerar que los vértices de dicho polígono poseen las siguientes coordenadas:

$$V_{-2} = (-x,y) \quad V_{-1} = (0,0) \quad V_0 = (x,y) \quad (5.2)$$

En consecuencia, la representación de un segmento de -Spline cúbica con su polígono de control se ilustra en la figura 5.1.

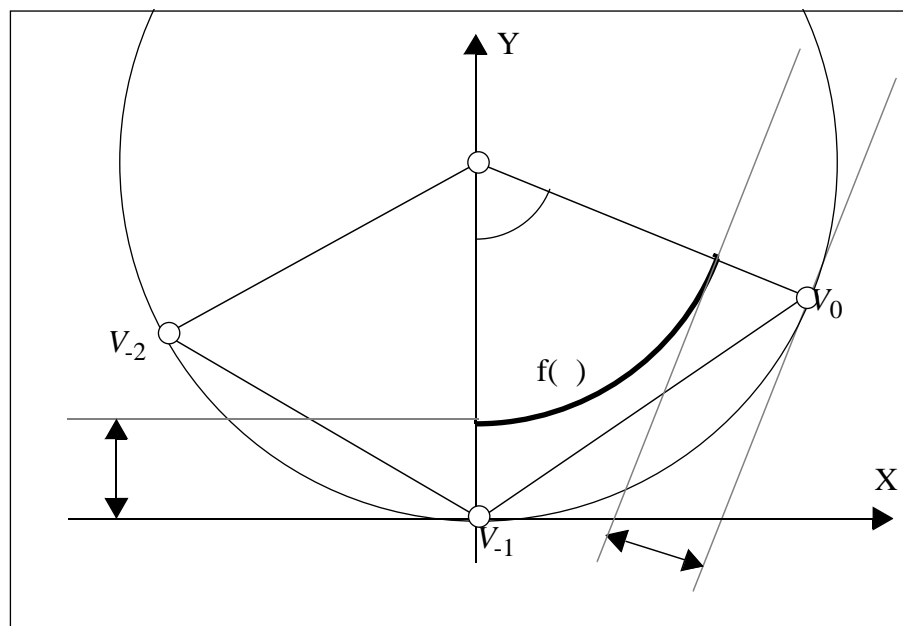


Figura 5.1. Acotación exacta de la región hull-convex para una -Spline cúbica.

Al sustituir los valores de los vértices expuestos en la expresión (5.2) en la condición de inicio de (5.1), se obtiene el nuevo valor de y que acota exactamente la distancia a la cual se encuentra situado el segmento de curva $f(x)$. Dicho parámetro se especifica en la expresión (5.3).

$$y = \frac{1}{3}y = \frac{1}{3} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{2^2 - \frac{2^2}{4}}}{3^2} \quad (5.3)$$

Mediante el mismo procedimiento, pero con el uso de la condición de finalización de la curva en la segunda igualdad de (5.1), se obtiene el idéntico resultado que el expresado en (5.3). De esta forma, se conoce la distancia existente entre donde comienza y termina la curva -Spline cúbica con respecto a su polígono de control. Debido a las propiedades que presenta este tipo de funciones, se puede comprobar en el plano empírico, que la curva se halla inscrita en el círculo concéntrico de radio $r = \frac{1}{3}$ con respecto al círculo de radio R en el cual yacen los vértices de control. De este modo, la expresión (5.3) ilustra el lugar en el plano, por el cual transcurrirá la curva, cuando los vértices de control que la delimitan se encuentran sobre un círculo de radio R .

5.2.2. Revisión de las condiciones de inicio y de fin.

En la descripción del camino resulta de importancia que éste comience y termine en ciertas posturas previamente determinadas. Así se posibilita la unión de dos caminos globales, confiriendo al camino resultante una continuidad en posición, orientación y curvatura. Esta cuestión cobra especial relevancia en las dos situaciones siguientes:

- i) Navegación en entornos conocidos de forma parcial donde la planificación y generación de caminos se efectúan a medida que se avanza en el conocimiento del mismo.
- ii) Regeneración del camino a partir del estado actual del vehículo debido al error acumulado de posicionamiento.

Ante estas dos cuestiones resulta necesario adoptar cierta postura inicial o final oportunas para la curva -Spline. En la segunda y tercera propiedades del tipo de curvas mencionado, esto se ejecuta mediante el uso de un punto y las dos primeras derivadas discretas para la curva en dicho punto. Sin embargo, resulta de mayor utilidad obtener el polígono de control que impone a la curva las condiciones deseadas a partir de una

especificación en posición, orientación y curvatura. Así pues, el objetivo consiste en encontrar una expresión que relacione los valores de las derivadas (x',y') y (x'',y'') , que utilizan las citadas propiedades, con los componentes de una postura.

De la definición de orientación y curvatura, se obtienen dos ecuaciones que establecen una correspondencia entre dichos parámetros con las dos primeras derivadas (x',y') y (x'',y'') , como se refleja en la ecuación (5.4).

$$= -\tanh \frac{x'}{y'} = \frac{x'y'' - x''y'}{(\sqrt{x'^2 + y'^2})^3} \quad (5.4)$$

Los valores de estas derivadas deben ser tales que impongan una configuración inicial o final a la función camino y permitan una transición de curvatura sin cambios bruscos. Por todo lo expuesto, los vértices de control que se han de calcular, $\{V_{-2}, V_{-1}, V_0\}$ o $\{V_{-1}, V_0, V_1\}$, en el caso inicial o final respectivamente, deben hallarse separados de forma homogénea por una distancia ρ . Es decir, los vértices de control tienen que cumplir:

$$\|V_{-2}, V_{-1}\| = \|V_{-1}, V_0\| = \rho \quad (5.5)$$

De la misma forma, para el caso de las condiciones finales:

$$\|V_{-1}, V_0\| = \|V_0, V_1\| = \rho \quad (5.6)$$

Sin embargo, la sustitución de las relaciones expresadas en (5.5) en las ecuaciones de la propiedad de condiciones iniciales de las curvas ρ -Splines, y la expresión (5.6) en la propiedad de condiciones finales, obtienen las mismas relaciones entre la primera y segunda derivada:

$$\begin{aligned} x'^2 - x'x'' + \frac{1}{4}x''^2 + y'^2 - y'y'' + \frac{1}{4}y''^2 &= \rho^2 \\ x'^2 + x'x'' + \frac{1}{4}x''^2 + y'^2 + y'y'' + \frac{1}{4}y''^2 &= \rho^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Por consiguiente, los valores estudiados de (x',y') y (x'',y'') resultan aquellos en que verifican las ecuaciones (5.4) y (5.7). Todo ello conlleva la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales. Por este motivo, para conferir más facilidad a la búsqueda de la solución, se tomará cierta consideración sobre la primera derivada. Supóngase que se desea calcular un vector primera derivada de módulo r , entonces los valores de sus componentes se expresan como sigue:

$$y' = \frac{r}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} \quad x' = -y' \tan \alpha \quad (5.8)$$

Por otra parte, del proceso de igualación de las ecuaciones en (5.7) se obtiene la relación entre los componentes del vector segunda derivada reseñada en (5.9).

$$y'' = -\frac{x'}{y'} x'' = x'' \tan \alpha \quad (5.9)$$

La sustitución, en la definición de curvatura señalada en (5.4), del valor de y'' por su correspondiente expresión en (5.9), resulta la siguiente igualdad:

$$x'' = \frac{\|x',y'\|^3}{x' \tan \alpha - y'} \quad (5.10)$$

Así, la imposición de una postura inicial o final a la función camino supone en primer lugar calcular los vectores primera y segunda derivada requeridos que verifiquen los requisitos impuestos, mediante el uso de las expresiones (5.8), (5.10) y (5.9). Como siguiente paso se aplicarán las expresiones señaladas en las propiedades de inicio o fin de las curvas -Splines. Esta metodología proporciona un polígono de control que asegura la imposición de una postura inicial o final a la curva -Spline sin cambios bruscos en la curvatura.

5.3. Camino de referencias continuo en posición y orientación.

La construcción del camino de referencias se constituye en el primer paso para llevar a cabo la generación de un camino. Se trata de la especificación de una serie de segmentos y arcos que interpolan los vértices g_i de la ruta planificada G , de tal modo que mantenga continuidad tanto en la posición como en la orientación en sus uniones. El método planteado consiste en la construcción de unos círculos de giro C_i sobre los vértices $\{g_2, \dots, g_{p-1}\}$ de la ruta, para unirlos posteriormente con rectas tangentes.

Como se puede constatar la figura 5.2 ilustra una ruta $G=\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\}$ calculada mediante grafos de visibilidad en un entorno expandido (línea discontinua). Sobre ella se muestra el método utilizado para la construcción del camino de referencias (en trazo grueso) mediante la concatenación de segmentos y arcos circulares.

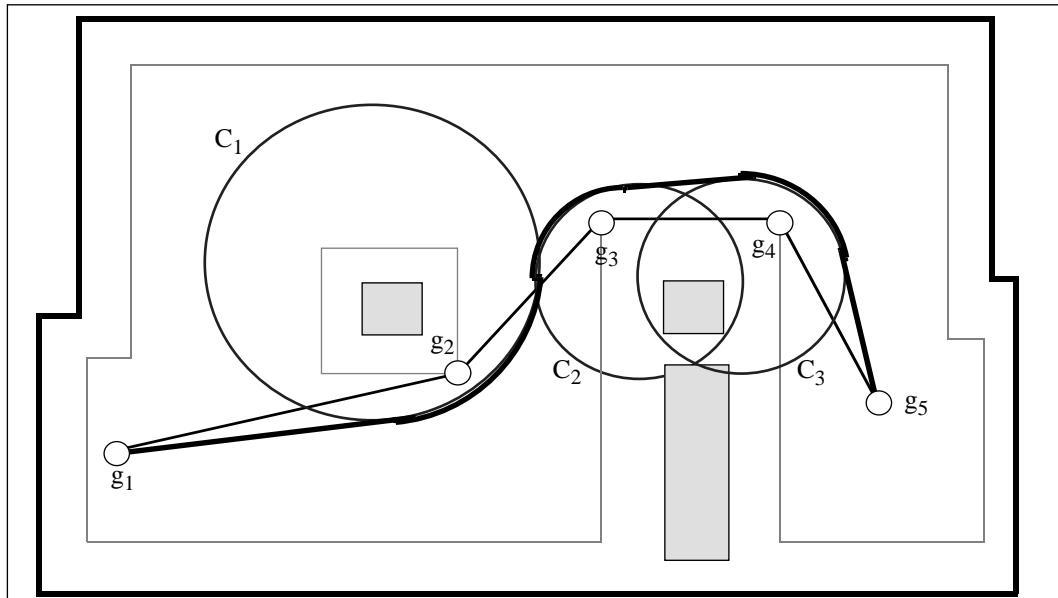


Figura 5.2. Camino continuo en posición y orientación.

En la mencionada figura se encuentra representada una ruta de cinco vértices. Sobre el polígono G , se ha construido una serie de círculos de giro C_i , separados cierta distancia de los vértices del camino de referencia. Esta separación se justifica por la distanciaci3n existente entre el círculo de circunnavegaci3n C_m y el círculo que modela el obstáculo C_o , en el método expuesto de sorteo de obstáculos. Es Todo ello permite que la curva -Spline, que se construirá en un segundo paso, interpole los vértices g_i . Esta distancia se calcula a partir de la revisi3n de la propiedad de acotaci3n cartesiana de las curvas -spline expuesta en la expresi3n (5.3).

Por otra parte, la continuidad en posici3n y orientaci3n, se garantiza mediante el uso de rectas tangentes para la uni3n de dos círculos consecutivos. En los siguientes subapartados se detalla, en primer lugar, la construcci3n de los círculos de giro, y, en segundo lugar, el cálculo de las rectas tangentes. Finalmente, se formalizará cada uno de los pasos que se deben seguir para la construcci3n del camino de referencias mediante la aplicaci3n de un algoritmo.

5.3.1. Construcción de los círculos de giro.

Estos círculos permiten el cambio de dirección entre dos segmentos consecutivos de la ruta proporcionada por el planificador. El primer paso de la construcción de un círculo de giro C_i , queda reflejado en la figura 5.3.

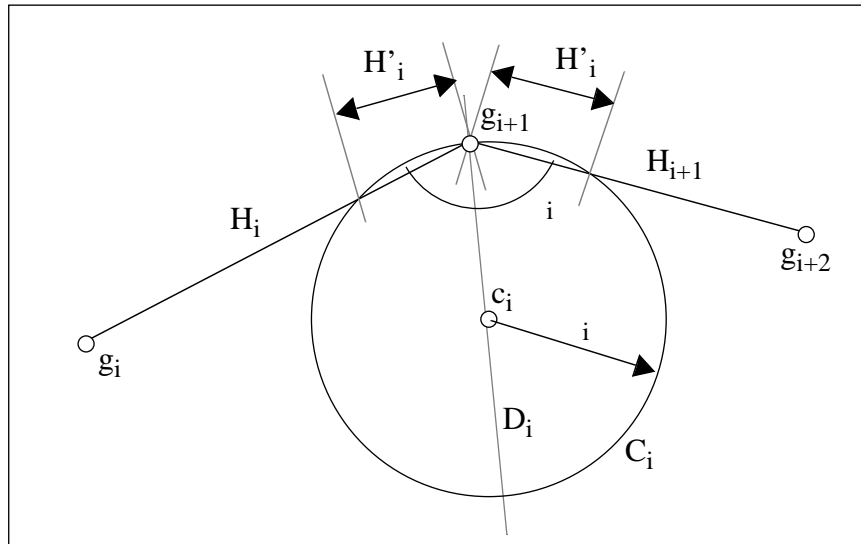


Figura 5.3. Construcción de un círculo de giro.

Este círculo tiene un radio inicial i , y su centro está situado en la bisectriz D_i del menor de los ángulos α_i , que forman dos segmentos consecutivos. El radio i se define en una fase previa de análisis dinámico y cinemático del vehículo. De este modo, el valor mínimo se halla acotado por el menor radio de giro que puede desarrollar el vehículo (condición de admisibilidad cinemática), y de él depende la velocidad máxima que puede acusar al navegar sobre el círculo. El radio máximo permitido resulta aquel que asegura que el círculo definido no contenga en su interior vértices adyacentes de la ruta calculada por el planificador.

Sea H_i y H_{i+1} la longitud de los dos segmentos consecutivos que tienen como extremo común el vértice g_{i+1} . Se define $H = \text{MINIMO}(H_i, H_{i+1})$ como la distancia desde la cual se encuentra el más próximo de los vértices adyacentes a g_{i+1} . Si la distancia H'_i , indicada en la figura 5.3, se define como la porción de la ruta que cubre el círculo C_i , el radio de i que garantiza que dicho círculo no contiene los puntos g_i ó g_{i+2} , se expresa del modo siguiente:

$$i = \frac{H'_i}{2 \cos \frac{\alpha_i}{2}} \quad H'_i \leq H \quad (5.11)$$

El siguiente paso, dentro de esta fase de construcción de los círculos de giro, consiste en el traslado de cada círculo C_i a una distancia (revisión de la propiedad de acotación cartesiana de las curvas β -Spline expresada en (5.3)) con respecto a g_{i+1} sobre la recta bisectriz D_i . Esto permite que la curva β -Spline que, en un paso posterior, se construirá, interpole el vértice g_{i+1} (para todo i desde 2 hasta $p-1$). Esta acción posee la misma motivación que el desplazamiento sometido al círculo de circunnavegación. No obstante, gracias a la mayor exactitud de la propiedad de acotación cartesiana de las curvas β -spline, resulta posible localizar correctamente la curva y, por tanto, interpolar cada uno de los vértices de la ruta. Este paso se muestra en la figura 5.4.

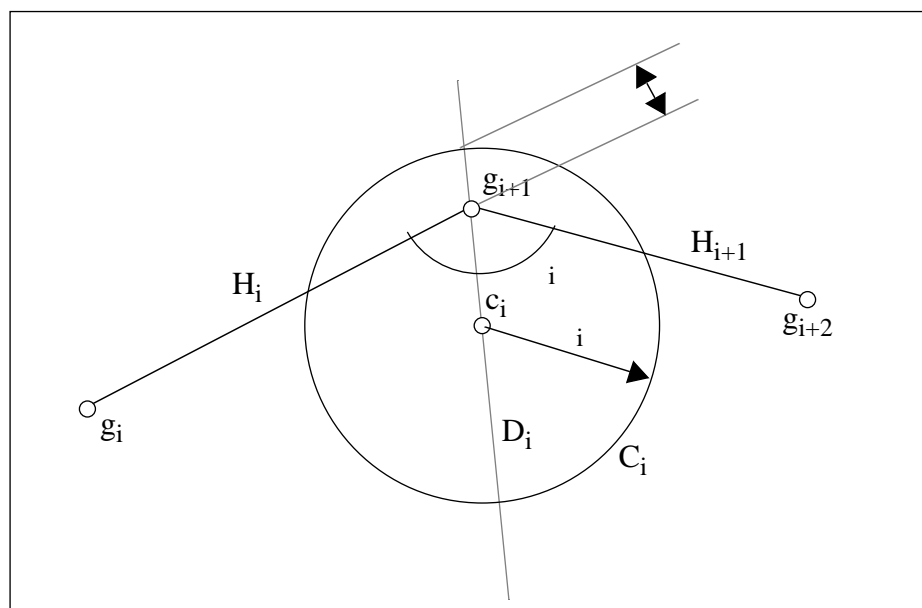


Figura 5.4. Traslado del círculo C_i sobre la recta D_i .

Este traslado debe hacerse en el sentido indicado por el vector con origen en el centro c_i del círculo de giro C_i y destino en g_{i+1} .

El último paso, consiste en asegurar la posibilidad de trazar rectas tangentes entre dos círculos consecutivos. Para ello, se disminuye el radio de los círculos consecutivos que, con los centros en los lados opuestos del camino, son secantes. En la figura 5.2, en el supuesto de que los círculos C_1 y C_2 fuesen secantes, implicaría la imposibilidad de construir un camino para ir desde g_1 hasta g_5 . Sin embargo, este hecho carece de importancia en el caso de los círculos con centros en el mismo lado del camino de referencia, como son, en la mencionada figura los círculos de giro C_2 y C_3 . Aunque este solapamiento se puede evitar aplicando en la expresión (5.11) el siguiente valor de H'_i :

$$H'_i = \frac{\text{MINIMO}(H_i, H_{i+1})}{2.34} \quad (5.12)$$

Ya que la magnitud del traslado que sufre un círculo de giro se realiza en función de su propio radio (expresión (5.3)), no resulta posible evaluar una distancia H'_i mediante el uso de una fórmula cerrada para que un círculo no sea secante con su adyacente. La expresión (5.12), obtenida de forma empírica mediante un estudio de la función desplazamiento, señala un valor seguro para la mencionada distancia que, empleada en combinación con la fórmula (5.11), elimina el problema descrito.

5.3.2. Construcción de las rectas tangentes.

Con esta expresión se denomina la unión de los círculos consecutivos, que no sean tangentes, mediante rectas que proporcionen una continuidad en la posición y la orientación. Al finalizar este paso queda definido un camino compuesto por arcos circulares y segmentos rectilíneos que conforman el denominado camino de referencias.

Entre dos círculos consecutivos C_i y C_{i+1} , se puede trazar el conjunto de rectas tangentes representado en la figura 5.5.

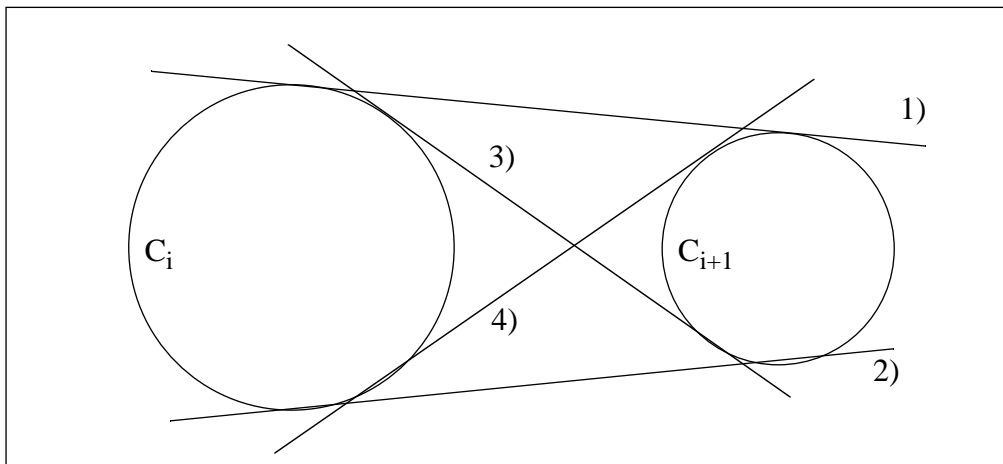


Figura 5.5. Conjunto de rectas tangentes entre dos círculos.

De este modo, el problema consiste en identificar y calcular el tipo de tangente 1), 2), 3) ó 4) que se ha de aplicar en cada caso, según la disposición de los círculos. En la resolución final se empleará un enfoque geométrico, ya que, como en el caso de la construcción del círculo de despegue ó aterrizaje, proporciona fórmulas cerradas y permiten la realización más eficiente de la solución al problema expuesto.

En la identificación del tipo de recta tangente que se ha de construir, resulta suficiente con el estudio de la posición relativa de la recta $r_1(\cdot)$, que se especifica en virtud de los centros de los dos círculos c_i y c_{i+1} , con la recta $r_2(\cdot)$. Esta última se determina como aquella que contiene el segmento de ruta común contenido en los círculos C_i y C_{i+1} . Las definiciones de ambas rectas se encuentran representadas en la figura 5.6.

Se supone que ambas rectas se encuentran especificadas en su forma paramétrica normalizada, de tal modo que en el caso de $r_1(\cdot)$ se cumple que $r_1(0)=c_i$, $r_1(1)=c_{i+1}$, y de forma igualitaria con $r_2(\cdot)$ se verifica que $r_2(0)=g_i$ y $r_2(1)=g_{i+1}$. Si el sistema de ecuaciones compuesto por las expresiones de ambas rectas tiene solución con un valor del parámetro contenido en el intervalo $[0,1]$, resulta la situación expresada en la figura 5.6.a. En el caso contrario, la situación se ilustra en 5.6b. Distinguir el subcaso concreto, resulta una operación obvia debido a la simetría del problema. La recta tangente en particular se expresará en su forma punto pendiente. Con ello la solución geométrica buscada ofrecerá como resultado la pendiente del segmento de unión, y el punto de la ruta g_i .

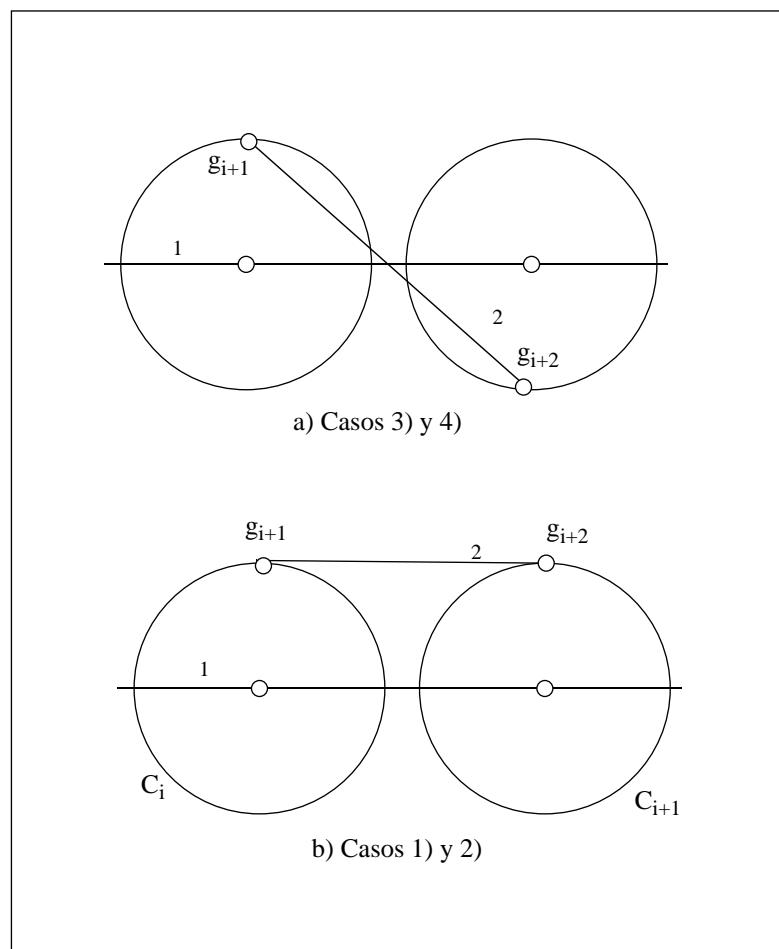


Figura 5.6. Identificación del tipo de tangente a trazar.

Los casos de rectas tangentes 1) y 2) quedan esquematizados en la figura 5.7. En ella se representa el problema en un sistema de coordenadas locales, ya que, gracias a la representación punto pendiente, el paso de un sistema local a otro global es inmediato.

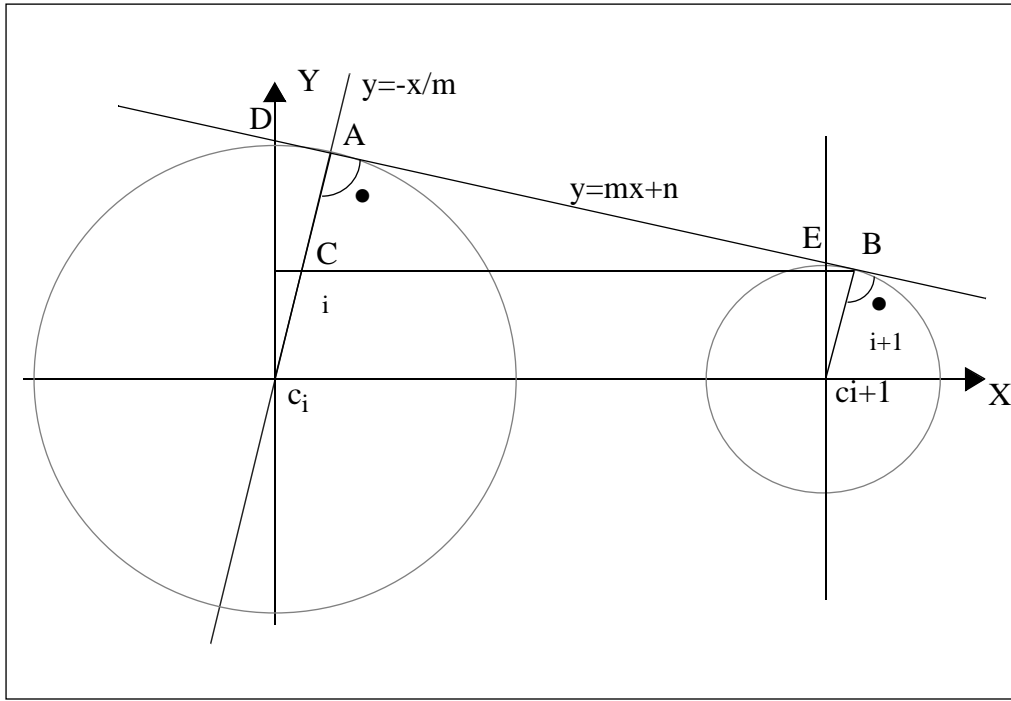


Figura 5.7. Esquema de los casos 1) y 2).

Como se puede constatar, la pendiente de la recta buscada queda definida como la tangente del ángulo θ . Ya que las rectas que contienen a los radios r_i y r_{i+1} resultan ser paralelas, los triángulos formados por $c_i A D$, $c_{i+1} E B$ y EAC son semejantes, por lo que se deduce que el valor de la pendiente se define como sigue:

$$m = \tan \theta = \frac{r_i - r_{i+1}}{\sqrt{\|c_i, c_{i+1}\|^2 - (r_i - r_{i+1})^2}} \quad (5.13)$$

El parámetro n de la ecuación de la recta $y=mx+n$, se calcula mediante el punto de tangencia A de la recta sobre el círculo C_i .

De la misma forma, los casos 3) y 4) se representan con la aplicación del esquema expuesto en la figura 5.7 mediante el uso de un sistema local de coordenadas. Esto implica que la solución calculada, al igual que en el caso anterior, debe ser transformada para expresarla en el sistema de referencias global empleado.

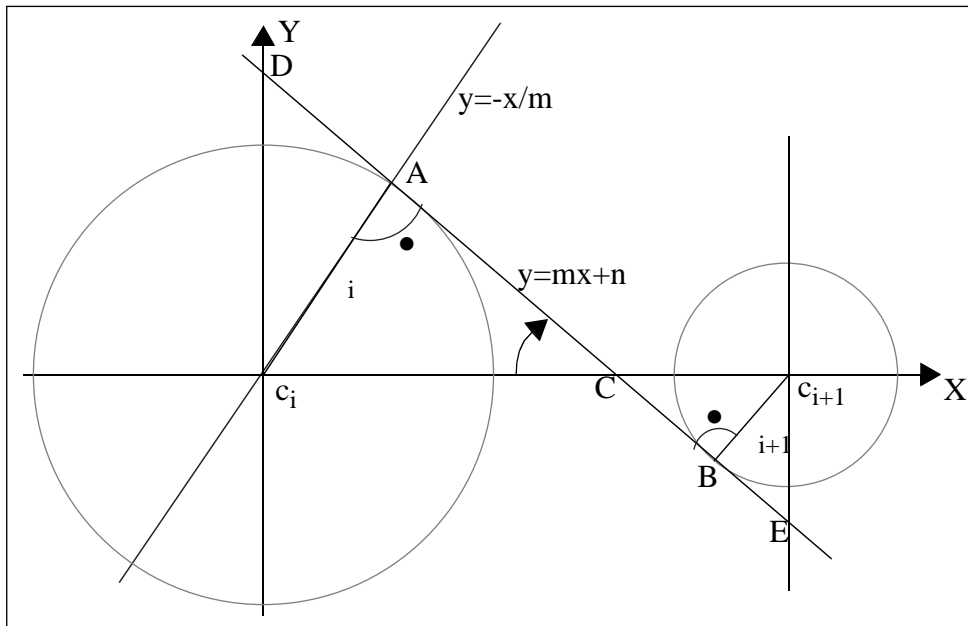


Figura 5.8. Esquema de los casos 3) y 4)

En la figura 5.8 se distinguen los siguientes triángulos semejantes: c_iAD , c_iAC , $c_{i+1}CB$ y $c_{i+1}BE$. Así pues, la pendiente de la recta buscada se identifica por la tangente del ángulo i . Dicha razón trigonométrica se define por la expresión (5.14).

$$m = \tan i = \frac{i+1}{CB} = \frac{i+1}{\sqrt{\frac{i+1}{i+1} \|c_i - c_{i+1}\|^2 - i+1}} \quad (5.14)$$

De igual forma, el parámetro n de la recta se delimita a partir del punto A tangente a C_i . La expresión de la tangente no resulta la única ya que otra igualmente válida puede calcularse a partir de la resolución del triángulo c_iAC .

$$m = \tan i = \frac{i}{AC} \quad (5.15)$$

5.4. Camino continuo en posición, orientación y curvatura.

Este paso resulta similar al descrito en el sorteo de obstáculos. Se trata de la construcción de una curva C^2 -spline a partir de un conjunto de vértices de control equidistantes, definidos sobre los arcos y segmentos que conforman el camino de referencia. Para la imposición de una postura inicial, se utilizan vértices de control adicionales al

comienzo del conjunto generado sobre el camino de referencias. Estos se calculan mediante el uso de las expresiones (5.8), (5.9) y (5.10), para aplicar en segundo lugar las ecuaciones de la propiedad de condición de inicio de las curvas -spline. De igual forma si se añaden vértices de control al final del polígono de control original aplicando (5.8), (5.9), (5.10) y las ecuaciones de la propiedad de condición final, se imponen unas condiciones finales. Por otro lado, para garantizar una mayor suavidad en la transición de la curvatura, se utiliza un círculo de despegue sobre g_1 , uno de aterrizaje sobre g_p , lo que confiere a este método un aspecto de algoritmo de sorteo de obstáculos generalizado. El uso de estos círculos al comienzo y final del camino se halla motivado por motivos empíricos. Asimismo facilita la unión entre dos caminos globales, en el caso de estar navegando con una información limitada del entorno.

Una vez definida la curva a partir de su polígono de control, se procede a la discretización de la misma para formar el camino. Para ello se sigue el mismo criterio que en la generación de caminos locales expuesto en el capítulo anterior. El esquema de la curvatura que posee el camino guarda una similitud al mostrado en la generación local de caminos. Ello se debe a las características que presenta la curva -Spline y a la forma de construcción del polígono de control. De este modo, las cotas de curvatura quedan limitadas por una función del radio de los círculos de giro: r_i .

Como resumen de este apartado, el algoritmo que construye caminos globales se puede esquematizar del modo siguiente:

1.- Especificación del camino continuo en posición y orientación.

- a) Construir un conjunto de círculos C_i sobre los vértices de G .*
- b) Trasladar cada círculo C_i a una distancia d_i desde g_{i+1} sobre D_i .*
- c) Determinar los segmentos tangentes entre los círculos.*
- d) Construir un círculo de despegue sobre g_1 , y un círculo de aterrizaje sobre g_p .*

2.- Consecución de la continuidad en la curvatura.

- a) Construcción del polígono de control sobre los arcos y segmentos definidos.*
 - b) Cálculo de los puntos adicionales de control para conferir una postura al principio y final del camino.*
 - c) Construir la función camino $P(\cdot)$ como una curva -spline definida a partir de los puntos de control calculados.*
 - d) Discretizar la curva -Spline en el conjunto Q de posturas q_i .*
-

5.5. Integración del método de generación de caminos con la planificación basada en grafos de visibilidad.

Se sabe, por la propia definición del método, que la ruta calculada por un planificador de caminos, basado en grafos de visibilidad, se encuentra libre de obstáculos. Sin embargo, presenta el inconveniente de no poder ser ejecutada por un robot no omnidireccional. Por ello, a lo largo de este capítulo se ha desarrollado un método que, mediante una ruta, construye un camino adecuado según las restricciones cinemáticas del robot. A pesar de ello, aunque la ruta inicial resulta libre de obstáculos, ello no puede garantizarse con el camino construido a partir de ella. De este modo, se precisa modificar en cierta medida tanto el método de planificación basado en grafos de visibilidad como el método de generación de caminos. El objetivo consiste en garantizar que en virtud a una ruta libre de obstáculos se genera un camino que también lo sea.

La principal ventaja de un planificador basado en grafos de visibilidad, en el supuesto de un entorno conocido, se constituye en la posibilidad de realizar un procesamiento previo al modelo del entorno, consistente en la construcción del grafo de visibilidad. De esta forma, mientras el entorno permanezca estático, resulta del todo innecesario la reconstrucción del grafo que se asocia al mismo y, en consecuencia, la búsqueda del camino solución se agiliza. Esta característica se emplea para conferir al grafo de visibilidad original determinada información cinemática, de manera que, esta sea empleada por el algoritmo de búsqueda en grafos para localizar la ruta solución. Así con el método propuesto, el resultado de la planificación consiste en una ruta sobre la cual se puede construir un camino admisible de forma cinemática, libre de obstáculos y de longitud mínima. Por otro lado, no será preciso calcular de nuevo la información cinemática mientras el entorno permanezca invariable. El procesamiento previo al que se somete el modelo del entorno consiste en la expansión del mismo (capítulo 3), y en la construcción de un grafo de visibilidad con información cinemática. Asimismo, para incrementar la eficiencia del algoritmo desarrollado para la búsqueda en este tipo de grafos, se trasladan algunos de los nodos del mismo.

Por las características del método de generación de caminos no todas las modificaciones necesarias para lograr la integración se pueden llevar a cabo en tiempo de preprocesamiento. Por esta razón, algunas operaciones deben ejecutarse mientras se realiza la búsqueda de la ruta solución. Ello retarda el método de planificación-generación de forma computacional, pero sin degradar de manera sensible sus características de rapidez.

En los subapartados de esta sección se tratarán los dos puntos principales para alcanzar la integración: i) Conversión y modificación del grafo de visibilidad para su transformación en un grafo de visibilidad cinemático, y ii) modificación del algoritmo de búsqueda para que el camino de referencias asociado a la ruta solución sea admisible.

5.5.1. Construcción del grafo de visibilidad cinemático.

La admisibilidad cinemática de un camino, construido por el método descrito, se determina por el radio de los círculos de giro, ya que estos son los responsables de acotar la curvatura a ciertos valores. De este modo, la inclusión de la información suministrada por los círculos de giro en el grafo de visibilidad, conlleva añadir al grafo la referencia cinemática necesaria para decidir a priori si el camino definido a partir de cierta ruta resultará admisible de forma cinemática.

Un círculo de giro se determina por tres puntos consecutivos de la ruta, tal y como se demuestra en la figura 5.3. Este indica, según el método de generación de caminos, el giro que debe efectuar el vehículo para trasladarse de un segmento al siguiente de la ruta. Por tanto, este círculo proporcionará la información cinemática asignada a dicho par de segmentos.

Según la consideración del párrafo anterior, se define un tramo t_i del grafo de visibilidad $GV=(N, E)$ como una terna de elementos $(i n_1, i n_2, i n_3)$ del conjunto N que cumple la restricción indicada en la expresión (5.16).

$$t_i = (i n_1, i n_2, i n_3) / n_j \quad N; \quad (i n_1, i n_2) = 1 \quad (i n_2, i n_3) = 1 \quad (5.16)$$

Así, se define el conjunto T como la colección de todos los tramos que se pueden formar en el grafo $GV=(N, E)$. Cada tramo posee una información cinemática expresada en forma de círculo de giro. De este modo, se define la función radio r como:

$$r: T \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad (5.17)$$

La función radio asigna a cada tramo t_i un número real positivo r_i que indica el radio del círculo de giro asignado a dicho tramo. Asimismo, dicha función divide el conjunto T en tramos, atendiendo a la admisibilidad cinemática, en dos subconjuntos disjuntos T_a y T_n . Si r_{min} es el radio mínimo de giro que puede efectuar el vehículo, ambos conjuntos se definen en las siguientes expresiones:

$$T_a = \{t_i \in T / (r_i \geq r_{min})\} \quad T_n = \{t_i \in T / (r_i < r_{min})\} \quad (5.18)$$

Se denomina T_a el conjunto de tramos admisibles de forma cinemática, sobre los cuales se puede construir un camino con esta característica, y T_n el conjunto de tramos en los cuales resulta imposible realizar esta acción.

Los tramos que pueden entrar a formar parte del camino de referencias son los pertenecientes al subconjunto T_a . Sin embargo, el cumplimiento de la admisibilidad cinemática no implica que el arco del círculo de giro que puede constituir el camino de referencias se encuentre libre de obstáculos, por lo que se precisa estudiar esta cuestión.

Sea t_i un tramo cuyo nodo central i_{n_2} es un vértice de un obstáculo b_j . La construcción válida de un círculo de giro exige que el vector formado con origen en i_{n_2} y destino en el centro del círculo c_i de giro asociado al tramo t_i , está dirigido hacia el interior del obstáculo b_j (Figura 5.9.a).

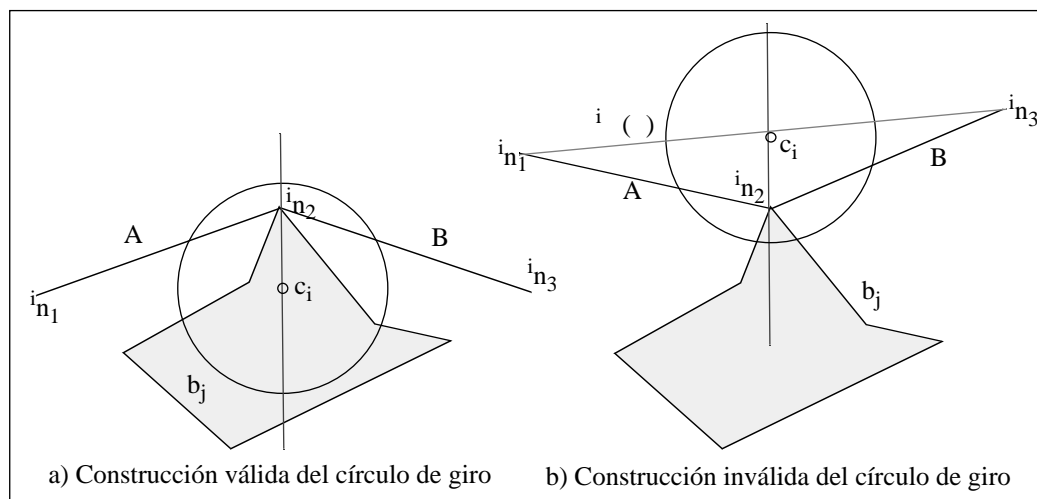


Figura 5.9. Construcción válida de un círculo de giro.

En caso contrario, debido al desplazamiento que sufre el círculo de giro para que la curva -Spline interpole el punto central del tramo, es posible que ésta intercepte el obstáculo. De este modo se incumple una de las principales especificaciones con que debe contar un camino. Esta situación queda reflejada en la figura 5.9.b. y exige una discriminación de los tramos del conjunto T_a que la provoquen.

Sean $^j a_k$ y $^j a_{k+1}$ dos aristas del polígono b_j que modela al obstáculo b_j , y t_i un tramo admisible de forma cinemática del conjunto T_a . Ambos se definen de la siguiente manera:

$$t_i = \{i_{n_1}, i_{n_2}, i_{n_3}\} \quad ^j a_k = ({}^j p_k, i_{n_2}) \quad ^j a_{k+1} = (i_{n_2}, {}^j p_{k+2}) \quad (5.19)$$

Sea $\widehat{i\{n_1, n_2, n_3\}}$ el área triangular interior definida por el tramo t_i , y $\widehat{j\{p_k, n_2, p_{k+2}\}}$ el área triangular interior precisada por las aristas $^j a_k$ y $^j a_{k+1}$. La función (t_i, b_j) , que expresa si un tramo t_i es cóncavo con respecto al obstáculo b_j , definidos ambos según (5.19), se especifica en la expresión (5.20).

$$(t_i, b_j) = 1 \quad \widehat{i\{n_1, n_2, n_3\}} \quad \widehat{j\{p_k, n_2, p_{k+2}\}} = 0 \quad (0, 1) \quad (5.20)$$

El conjunto de los tramos cóncavos T_c de un grafo de visibilidad se define según (5.21).

$$T_c = \{t_i / b_j; (t_i, b_j) = 1\} \quad (5.21)$$

Los tramos pertenecientes al conjunto T_c aparecen como los responsables de que surja una situación no deseada, expuesta en la figura 5.9. Por tanto, deben despreciarse en el momento de elegir la ruta solución.

La eliminación de los tramos del conjunto T_c del grupo de tramos realizables, no degrada el algoritmo de planificación a la hora de localizar el camino óptimo. Si se utiliza como función de coste la distancia euclídea, una ruta más corta que la definida por el tramo t_i en la figura 5.9.b resulta cualquier segmento libre de obstáculos que una el segmento A con el B.

El conjunto de tramos realizables T_r se define como la agrupación de aquellos que pueden ser empleados en la construcción de la ruta solución. Estos se caracterizan por permitir la construcción de un camino de referencias según las consideraciones expuestas a lo largo de este subapartado (admisibilidad cinemática y libre de obstáculos). El conjunto T_r está formado por aquellos elementos de T_a que no pertenezcan a T_c .¹

$$T_r = T_a - T_c \quad (5.22)$$

Los tramos también resultan afectados por el concepto de visibilidad, del tal forma, que la función se puede definir en el espacio $T \times T$ con el dominio (0,1) como sigue:

$$(t_i, t_j) = 1 \quad \widehat{i n_1} = \widehat{j n_3} \quad \widehat{i n_3} = \widehat{j n_1} \quad (5.23)$$

1. La definición del conjunto T_r se ha realizado mediante el uso de la operación resta entre conjuntos. Esta se define como el conjunto complementario de la intersección de los conjuntos operandos.

El concepto de visibilidad entre tramos indica cuales son los tramos accesibles desde un tramo inicial dado.

Una vez determinadas estas definiciones, se denomina grafo de visibilidad cinemático *GVC* a la terna (T_r, ρ, \mathcal{V}) , donde T_r es el conjunto de tramos realizables, ρ es la función radio y \mathcal{V} la función de visibilidad entre tramos. En el siguiente apartado se procederá a la especificación de la función radio ρ , ya que, debido a la metodología usada en la generación de caminos, su definición no es inmediata.

5.5.2. Definición de la función radio ρ

En un principio, la especificación del radio del círculo quedaría definida según la figura 5.3 que origina a la expresión (5.11). Sin embargo, dicha figura se refiere a la construcción del círculo de giro asociado a un tramo sin considerar ningún obstáculo del entorno. Por esta razón, la construcción del círculo de giro de un determinado tramo t_i , inmerso en un cierto entorno, se ilustra en la figura 5.10.

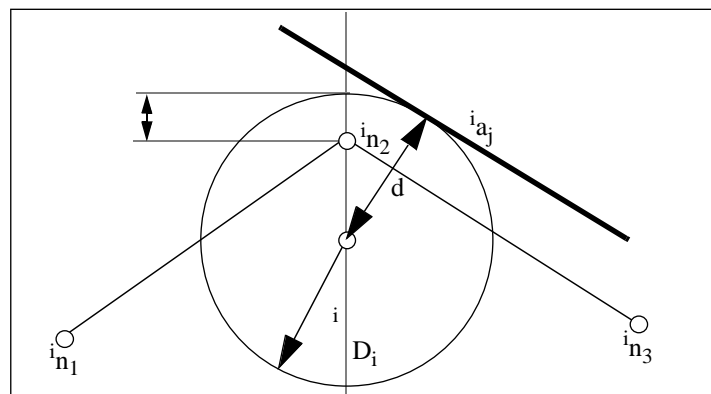


Figura 5.10. Construcción del círculo de giro de un tramo en un entorno con obstáculos.

El radio ρ_i debe adoptar el mínimo valor entre el resultado de la expresión (5.11) y la distancia d del centro del círculo a la arista j -ésima i_{a_j} más cercana del obstáculo i -ésimo del entorno. Sin embargo, el cálculo de la distancia d plantea el problema de la interdependencia existente entre el valor del radio ρ_i y la localización del centro del círculo de giro c_i . Esto se debe a que el valor del primero depende de la situación del segundo sobre la bisectriz D_i del tramo t_i . En otras palabras, para que la curva ρ -Spline interpole el punto i_{n2} , resulta oportuno desplazar el círculo a una distancia ρ_i , según la expresión (5.3), y ésta cuenta como parámetro de entrada el radio ρ_i . Esto conlleva una imposibilidad en el cálculo de ρ_i mediante una fórmula cerrada. Por ello se recurre a una aproximación con el fin de obtener una resolución del problema planteado.

La aproximación utilizada evita el uso de métodos numéricos que aumenten el tiempo de cómputo del cálculo del grafo de visibilidad cinemático. Por ello, se empleará una acotación válida para el radio r_i .

La distancia d que indica la separación que debe tener el círculo con respecto al nodo central del tramo, definida en (5.3), depende de dos parámetros: i) el radio r_i del círculo de giro y ii) la distancia d que se separa los puntos de control de la curva -Spline. Los posibles valores que puede tomar d definen la superficie ilustrada en la figura 5.11.

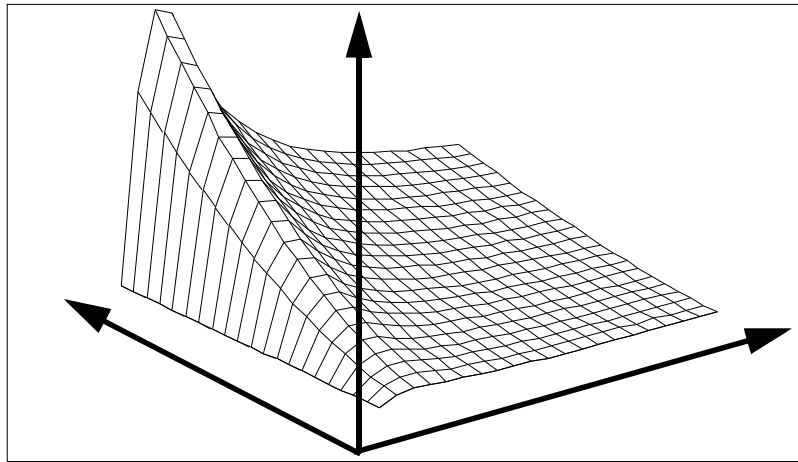


Figura 5.11. Representación de los valores de d .

Si se fija el valor del parámetro r_i , se obtiene los valores que toma d para una determinada gama de radios (Figura 5.12.).

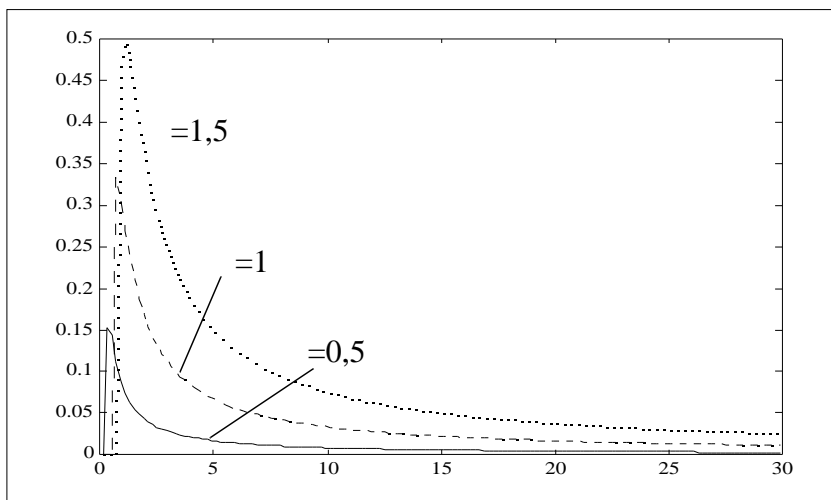


Figura 5.12. Valores de d para $r_i = 0,5$; $r_i = 1$; $r_i = 1,5$.

El dominio D de la función para un cierto θ queda especificado por el siguiente intervalo:

$$D = \left[\frac{\theta}{2}, \frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{2} \right] \quad (5.24)$$

El máximo relativo dentro del dominio queda recogido en la siguiente expresión:

$$p_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\theta}{3} \right) \quad (5.25)$$

De esta forma, el cálculo del radio admisible del círculo asociado a un tramo, se obtiene mediante la consideración del mayor desplazamiento del mismo, que está reflejado en (5.25). Si el radio mínimo r_{\min} admisible es menor que $\frac{1}{\sqrt{2}}$, el máximo desplazamiento se precisa por:

$$r_m = \frac{1}{3} \quad (5.26)$$

En caso contrario, el mayor desplazamiento viene determinado por el valor de r_{\min} correspondiente a θ , según la función (5.3).

De este modo, una vez fijado el desplazamiento máximo que puede sufrir el círculo de giro, puede fijarse el centro c_i en la bisectriz D_i , según el esquema de la figura 5.10., y calcular la distancia d . El valor final del radio de giro que proporciona la función r_m , consiste en el mínimo entre d y el calculado mediante la expresión (5.11).

5.5.3. Algoritmo V*: Búsqueda en el grafo de visibilidad cinemático.

Una vez precisado el grafo de visibilidad cinemático como versión del grafo de visibilidad al cual se le ha añadido la información cinemática, el problema de planificación consiste en la búsqueda de una sucesión de tramos de tal modo que conecte la posición inicial con la final. Dicha sucesión, por la misma definición del problema, está compuesta por tramos realizables, debe constituirse de tal modo que el camino de referencias, construido a partir de ella, resulte libre de obstáculos.

La solución empleada se fundamenta en el algoritmo de búsqueda en grafos A^* , debido a su probada eficacia y eficiencia. Sin embargo, debe sufrir ciertas modificaciones que no alteren su naturaleza, para su adaptación en la búsqueda en GVC y su garantía de que el camino de referencias construido esté contenido en el área libre del entorno.

Los nodos en un grafo de visibilidad cinemático resultan ser tramos, y por lo tanto el algoritmo de búsqueda se fundamentará en la expansión de tramos. Esta expansión debe realizarse de tal forma que los nuevos tramos añadidos al árbol de búsqueda del camino solución pertenezcan al conjunto de los tramos realizables. Para ello, se extiende el concepto de visibilidad en el espacio $T \times N$ como sigue:

$$v(t_i, n) = 1 \quad v(i n_3, n) = 1 \quad (5.27)$$

De esta suerte, la expansión de un tramo t_i de GVC para la creación de un tramo nuevo t_j se lleva a cabo mediante el uso de un nodo visible n del GV asociado. La función de expansión que cumplimenta la tarea descrita se define según la expresión (5.28).

$$t_i = (i n_1, i n_2, i n_3) \quad T_r \quad n \in N / v(t_i, n) = 1 \quad (5.28)$$

$$t_j = (t_i, n) / t_j = (i n_2, i n_3, n)$$

Al igual que el algoritmo A^* , el propuesto emplea un conjunto AB de nodos abiertos y otro conjunto CE de nodos cerrados. Con el primer conjunto quedan indicadas las próximas direcciones de búsqueda, y con el segundo se especifican los tramos que ya han sido visitados. La función de coste heurística $f(t_i)$ utilizada para concluir la búsqueda, se define como la suma de las funciones $g(t_i)$ y $h(t_i)$, donde

- La función $g(t_i)$ es la distancia recorrida sobre la ruta hasta el final del tramo actual, es decir la ruta recorrida desde el nodo inicial hasta $i n_3$.
- La función $h(t_i)$ es la distancia euclídea desde el nodo $i n_3$ del tramo actual t_i hasta el nodo destino.

Debido a que la función $h(t_i)$ resulta una estimación optimista de la distancia que resta por recorrer para alcanzar el destino, la función especificada cumple la restricción de monotonía exigida por el algoritmo A^* .

En el tiempo de búsqueda también es necesario corroborar que la sucesión de tramos que forma la ruta solución se componga por tramos realizables. Asimismo se verifica que el camino de referencias generado a partir de la ruta resulta admisible. Esta admisibilidad se fundamenta en la comprobación de que es libre de obstáculos.

La generación del camino de referencias asociado a un tramo consiste en la unión del círculo de giro del tramo anterior con el actual mediante un segmento tangente a ambos círculos, según lo descrito en el algoritmo del apartado 5.4. Si dicho segmento está libre de obstáculos, yace por completo en el espacio libre del entorno, éste se evalúa como admisible, ya que, en caso contrario, se procede a reducir el radio de los círculos de giro al valor mínimo admisible y se realiza una segunda comprobación. Si en este segundo intento el segmento no yace por completo en el espacio libre, entonces el camino de referencias se califica como inadmisibles y, por tanto, se obvia el tramo asociado.

Comprobar si el círculo de giro se halla libre de obstáculos resulta innecesario, ya que por la propia construcción del grafo de visibilidad cinemático, esta situación queda garantizada.

De esta forma, el algoritmo que realiza esta búsqueda, y que asegura la perfecta integración entre el algoritmo planificador y la generación de caminos, queda reflejado en el siguiente esquema.

Algoritmo $V^(n_s, n_f)$*
 $CE = \{\}$.
 $AB = \{t_i / t_i = (n_s, n_2, n_3) \text{ pertenecientes a } T_r\}$.
 Si $n_s = n_f$, entonces camino encontrado.
 Si n_f está incluido en algún tramo t_i de AB , entonces camino encontrado.
 Mientras el conjunto AB no esté vacío y camino no encontrado hacer
 Elegir t_i de AB con función de coste $f(t_i)$ mínima.
 $AB = AB - \{t_i\}$.
 $CE = CE \cup \{t_i\}$.
 Si n_f está incluido en t_i , entonces camino encontrado.
 $SUC = \{t_j \in T_r / t_j = (t_i, n) \text{ con } n \in N \text{ y } (t_i, n) = 1\}$.
 Para todo miembro t_j del conjunto SUC hacer
 Si t_j pertenece al conjunto AB o al conjunto CE , entonces
 Redireccionar árbol de búsqueda de t_j hacia t_i .
 en otro caso
 Generar camino de referencias asociado.
 Si es admisible, entonces
 Señalar nuevo tramo creando apuntador de t_j hacia t_i .
 Dar como válido el camino de referencias generado.
 $AB = AB \cup \{t_j\}$.
 Fin Si.
 Fin Si.
 Fin Para.
 Fin Mientras.
 Si conjunto AB vacío, entonces Camino no encontrado.

5.5.4. Desplazamiento de los nodos en concavidades.

La mejora del rendimiento del algoritmo V^* para localizar una ruta admisible de la menor longitud posible, depende del número de tramos realizables considerados. Al incrementar el módulo del conjunto T_r , existen más posibilidades para construir la ruta lo más próxima a la óptima si ésta última resulta inadmisibile. Por ello, se procede a la recuperación de algunos tramos que, en un principio, se hallan incluidos en el conjunto de tramos cóncavos T_c que son admisibles de forma cinemática. El procedimiento se fundamenta en la identificación de un conjunto de tramos recuperables T_e del conjunto T_c .

Los tramos recuperables son aquellos susceptibles de aplicarles un desplazamiento sobre su nodo central sin efectuar cambios en la función de visibilidad del grafo, de tal forma que se elimine la situación descrita en la figura 5.9.b. Los nodos de un grafo de visibilidad que pueden ser desplazados cumpliendo la restricción impuesta son los pertenecientes a las concavidades de los obstáculos o a las del polígono que modela el entorno (Figura 5.13.).

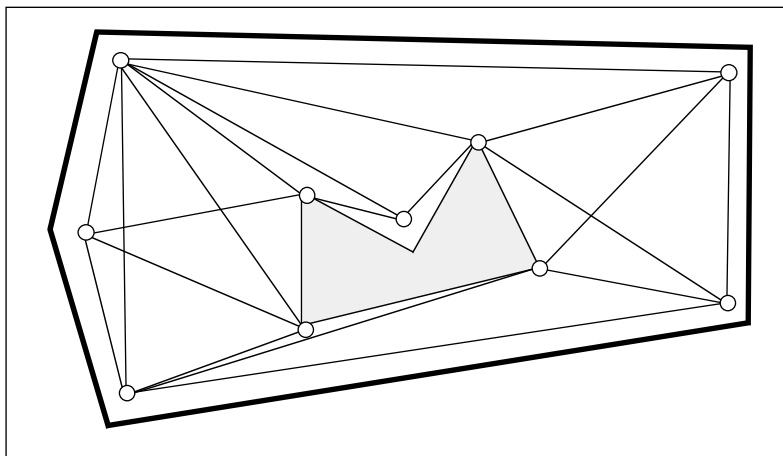


Figura 5.13. Desplazamiento de nodos en las concavidades.

Así, resulta que el motivo del traslado de tales nodo del grafo, obedece a la intención de impedir que el arco del círculo de giro que va emplearse en la construcción del camino de referencias no se halle situado en su totalidad en el espacio libre del entorno. Según lo descrito, todos aquellos tramos que cuenten con un nodo desplazado pueden considerarse como tramos realizables, aumentando así el módulo del conjunto T_r .

$$T_r = T_a - T_c \quad (T_a \quad T_e) \quad (5.29)$$

El desplazamiento del vértice debe reunir los requisitos que se relacionan a continuación:

- El desplazamiento debe ser lo suficientemente pequeño como para que el vértice modificado se sitúe en el espacio libre del entorno.
- Debe ser lo suficientemente grande para permitir la construcción del círculo de giro asociado al tramo al cual pertenece el vértice desplazado.

Se considera como una regla entre estos dos puntos, el traslado mínimo necesario para posibilitar la construcción de un círculo de giro con el radio mínimo admisible r_{min} sobre la concavidad (Figura 5.14.).

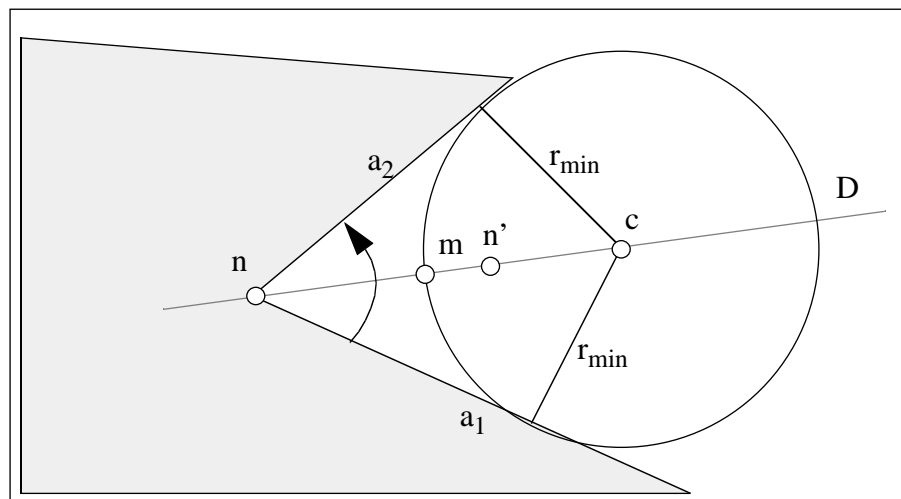


Figura 5.14. Desplazamiento de un nodo en una concavidad.

El vértice n del obstáculo expandido, representado en la figura 5.14, debe ser trasladado sobre la bisectriz D del ángulo que forman las aristas a_1 y a_2 , a su nueva posición n' . Si la distancia sobre D entre el punto m y n' es l (5.26), el espacio l que hay que desplazar n , queda expresado en (5.30).

$$l = \frac{1}{\sin(\alpha/2)} - 1 \cdot r_{min} + m \quad (5.30)$$

De esta forma, los vértices de las concavidades que, al trasladarlos a la distancia descrita, estén situados en el espacio libre del entorno, implican que los tramos que los posean formarán parte del conjunto de tramos recuperados T_e .

El procedimiento descrito aumenta la eficiencia en el momento de localizar la ruta de la menor longitud posible que sea realizable sin aumentar la complejidad del algoritmo de búsqueda, ya que el desplazamiento de los vértices de las concavidades se efectúa fuera de línea en el tiempo de preprocesamiento del mapa del entorno. No resulta necesario pues, efectuar una actualización de dichos vértices siempre que el entorno permanezca estático.

5.6. Conclusiones.

El objetivo de este capítulo ha consistido en la realización de un método de generación de caminos globales, basado en la generalización del algoritmo de sorteo de obstáculos presentado en el capítulo anterior. En segundo lugar, se ha planteado su integración con la planificación de caminos basada en grafos de visibilidad expuesta en el capítulo 3.

El método descrito para la generación de caminos globales se basa en una primera construcción de un camino continuo en posición y orientación, para, a continuación, conferirle de continuidad en la curvatura, mediante la utilización de una curva -Spline. Esta metodología permite conocer, antes de la construcción de la curva de interpolación, la viabilidad del camino. Por otra parte, gracias al enfoque geométrico y al empleo del mencionado tipo de curva paramétrica, se logra de manera más eficiente y rápida que en los métodos de generación tradicionales. El ajuste de las propiedades de las curvas -Spline, desarrolladas en el capítulo anterior, garantiza que el camino generado contenga los vértices de la ruta construida por el planificador, y además posibilita imponer cierta configuración al inicio y final del mismo. Esta última característica permite que el método pueda ser modificado para la realización de una re-generación del camino cuando el navegador lo estime oportuno.

El carácter fundamental del método consiste en establecer la acotación de la curvatura a lo largo de todo el camino y en proporcionar, además, una variación casi lineal de la misma. La mayoría de los métodos no garantizan lo anterior, o los que lo hacen se lleva a cabo con un coste computacional muy elevado.

Por último, la integración del algoritmo planificador y generador ha hecho necesaria la introducción del concepto novedoso de grafo de visibilidad cinemático, sobre el cual se ha desarrollado un algoritmo de búsqueda V^* , especializado en este tipo de grafos. Este permite la búsqueda de la ruta óptima sobre la que se puede construir un camino admisible de forma cinemática y libre de obstáculos.

A continuación se exponen una serie de experimentos reales realizados con el robot móvil RAM-1 de la Universidad de Málaga. Su objetivo consiste en mostrar el comportamiento de la planificación y generación de caminos en diversas situaciones de navegación desde un punto *A* hasta otro *B*. En todas las experiencias se ha utilizado un algoritmo de seguimiento de caminos basado en la persecución pura, y a una velocidad constante de 0,5 metros por segundo. De esta manera, en cada una de las gráficas se exhiben dos tipos de caminos, el planificado por el vehículo, representado en línea continua, y el seguido durante la navegación, indicado en discontinua.

Las figuras 5.15 a 5.18 presentan dos misiones de navegación realizadas en diferentes entornos. La ruta planificada (subgráfica izquierda) y el camino generado a partir de ella (subgráfica derecha) se muestran en las gráficas 5.15 y 5.17, y las curvaturas asociadas a cada uno de los caminos se indican en las figuras 5.16 y 5.18. En ambos casos el planificador encuentra sobre el grafo de visibilidad cinemático la ruta óptima en relación a la distancia, sobre la que se puede erigir un camino admisible de forma cinemática. En la construcción del grafo de visibilidad cinemático, se ha supuesto que el radio mínimo de giro del robot es de 0,5 metros (consultar apéndice A), y por tanto, la curvatura del camino deberá oscilar entre los valores -2 y 2. La naturaleza del método persigue que el vehículo realice giros del mayor radio posible. De este modo, se observa cómo los valores de la curvatura se encuentran muy por debajo de los límites impuestos.

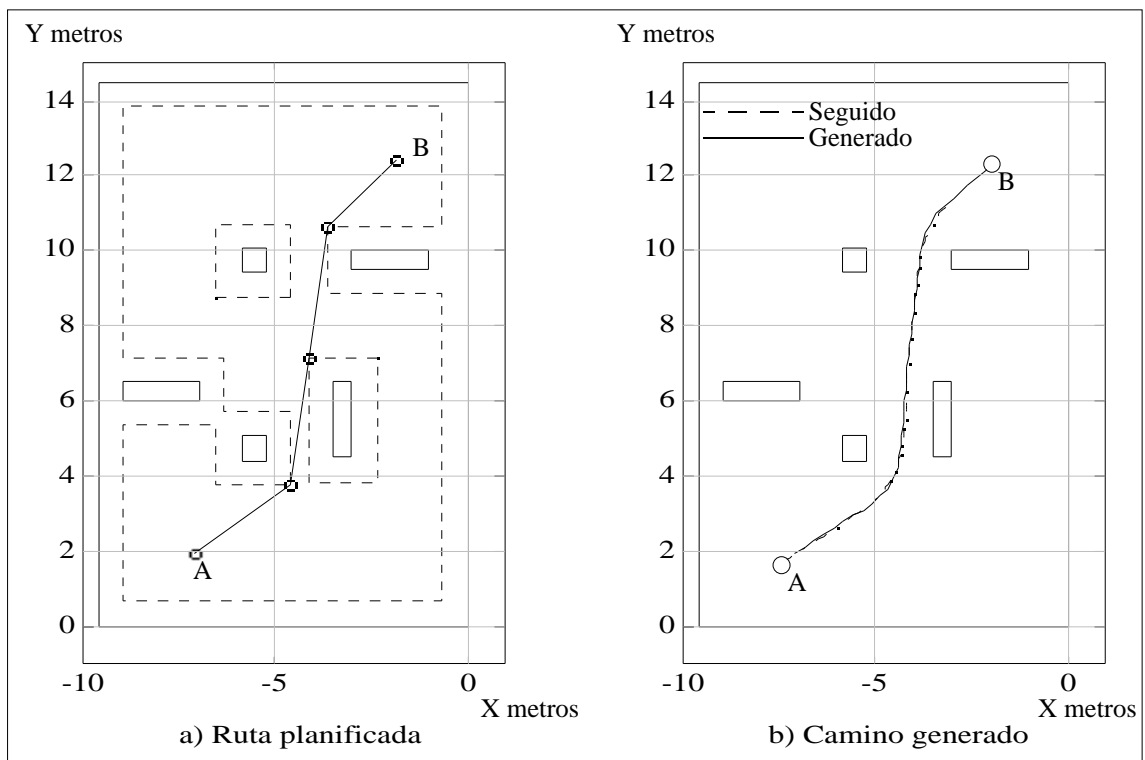


Figura 5.15. Primer experimento de planificación y generación de caminos.

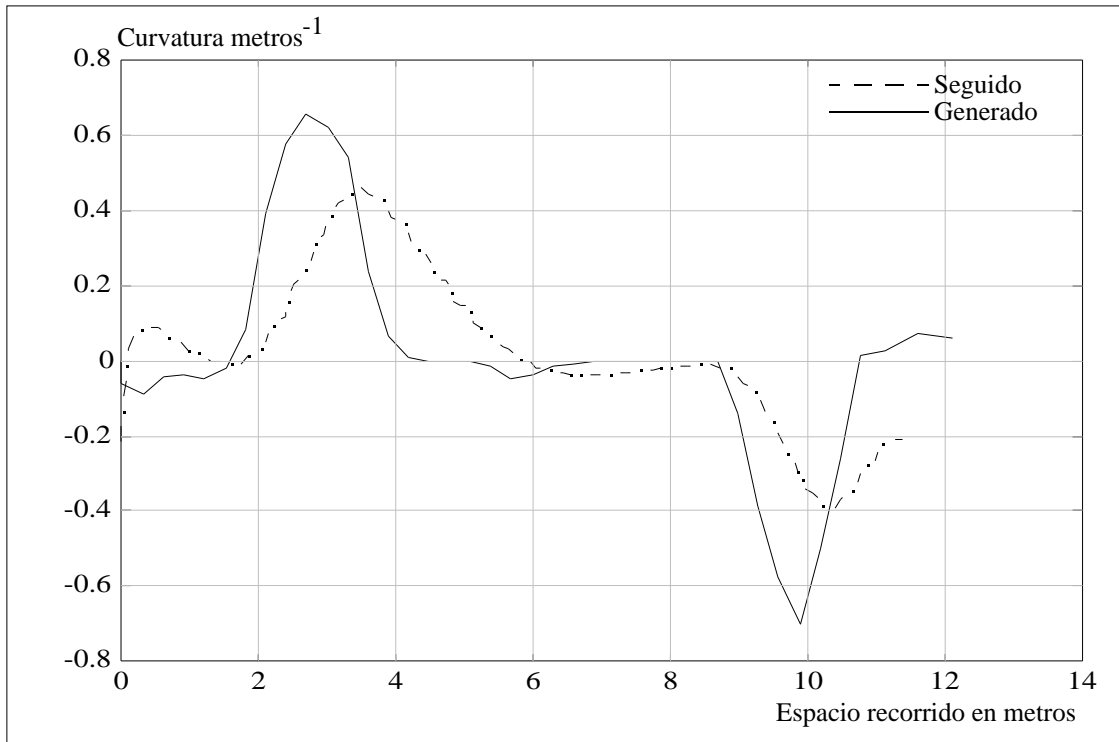


Figura 5.16. Curvatura asociada al camino indicado en la figura 5.15.b.

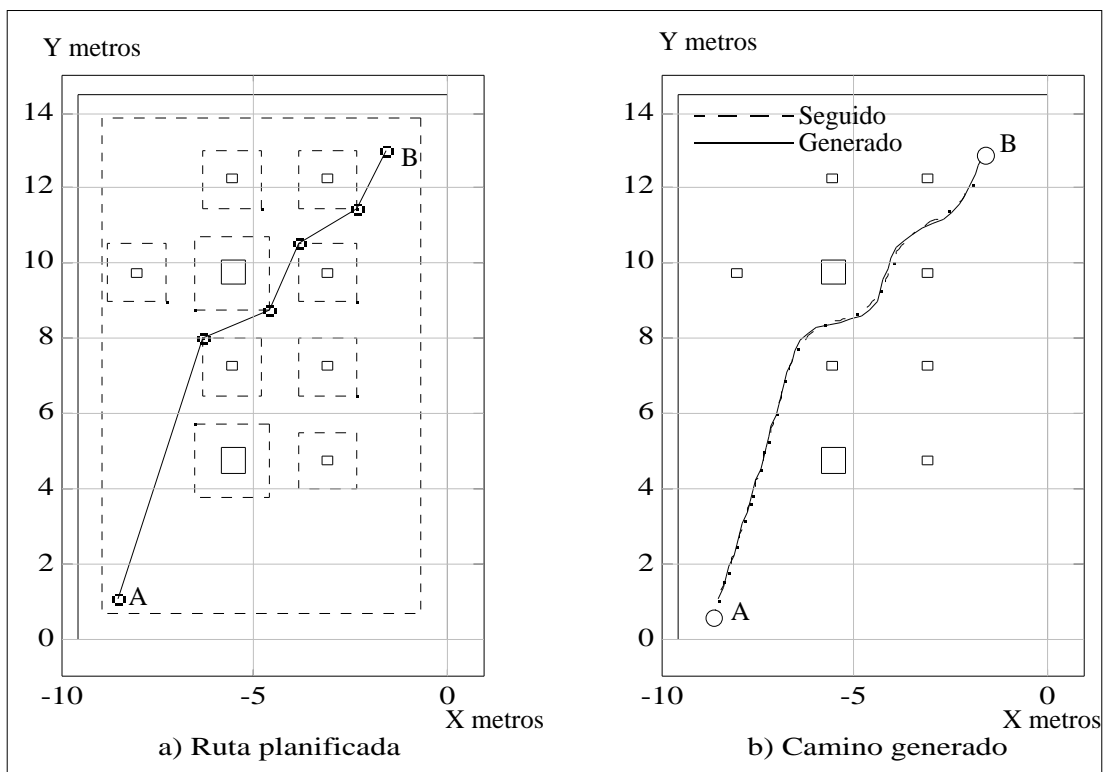


Figura 5.17. Segundo experimento de planificación y generación de caminos.

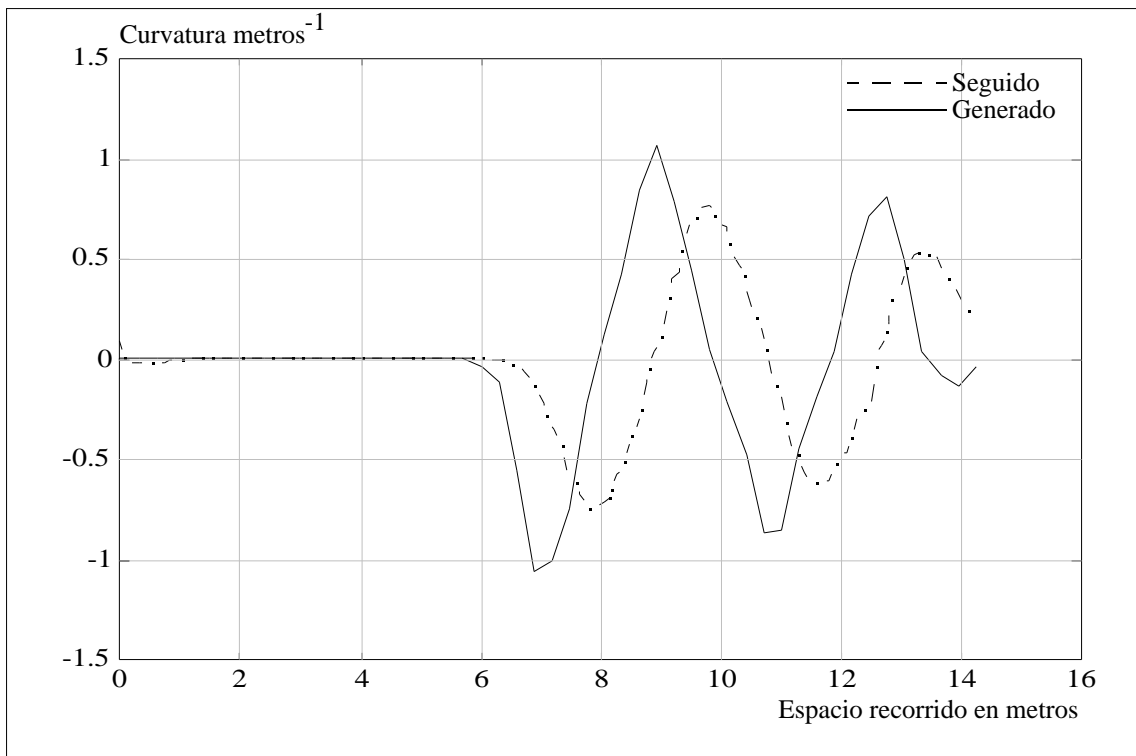


Figura 5.18. Curvatura asociada al camino indicado en la figura 5.17.b.

En los ejemplos reseñados, la ruta planificada mediante el algoritmo V^* de búsqueda en grafos de visibilidad cinemáticos, no difiere en mucho del resultado obtenido con el uso del algoritmo A^* en un grafo de visibilidad simple. Esto se debe a la circunstancia de que sobre la ruta de longitud mínima resulta posible construir un camino admisible de forma cinemática. Sin embargo, en muchos casos puede que no acontezca la coincidencia descrita, como será mostrado en los próximos ejemplos.

La figura 5.19 presenta un nuevo experimento del robot RAM-1 según las condiciones de velocidad y método de seguimiento expuestos. En este caso, la ruta solución que proporciona el algoritmo V^* no coincide con la de longitud mínima para navegar desde el punto A hasta el B , pero sí es la de menor longitud sobre la cual es posible construir un camino admisible desde el punto de vista cinemático. Debido a la proximidad del punto de inicio A al vértice del obstáculo más cercano, resulta imposible la construcción de un camino que realice el giro hacia la derecha requerido en tan reducido espacio. Por ello, el algoritmo decide continuar hasta el próximo obstáculo, y realizar sobre él el giro. Como se aprecia en la figura 5.20, la curvatura del camino generado se encuentra dentro de los límites admisibles establecidos. Asimismo, se observa la linealidad de variación de la misma que proporciona el método de generación de caminos.

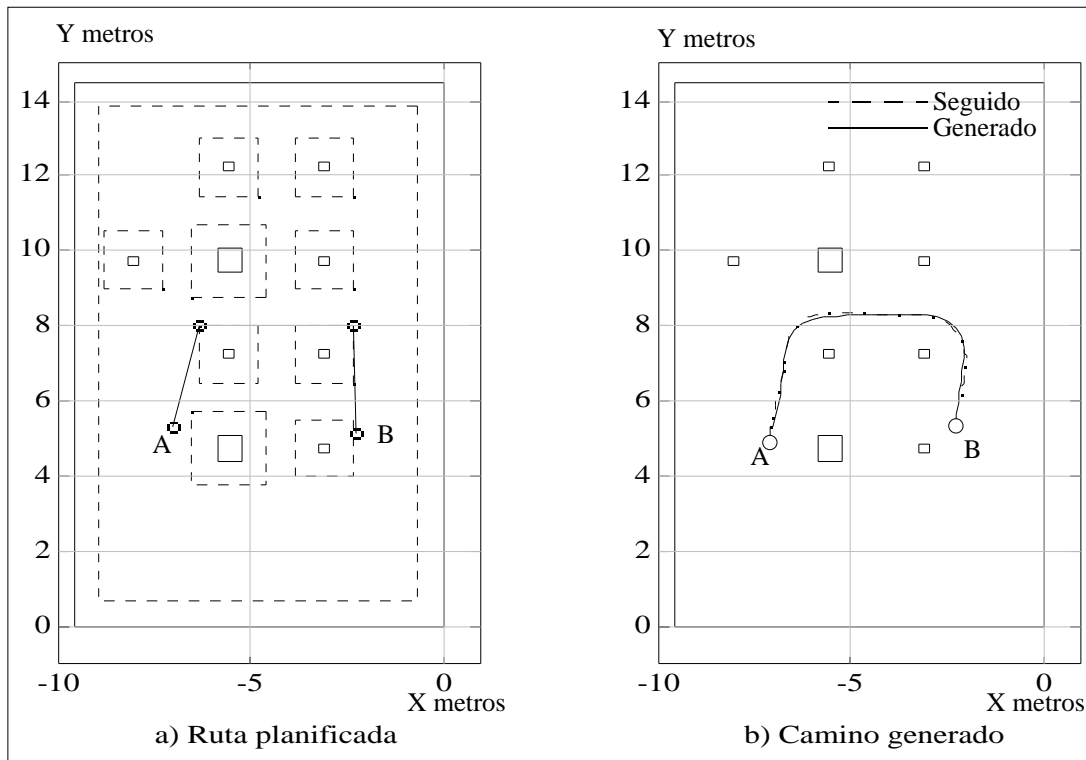


Figura 5.19. Tercer experimento de planificación y generación de caminos.

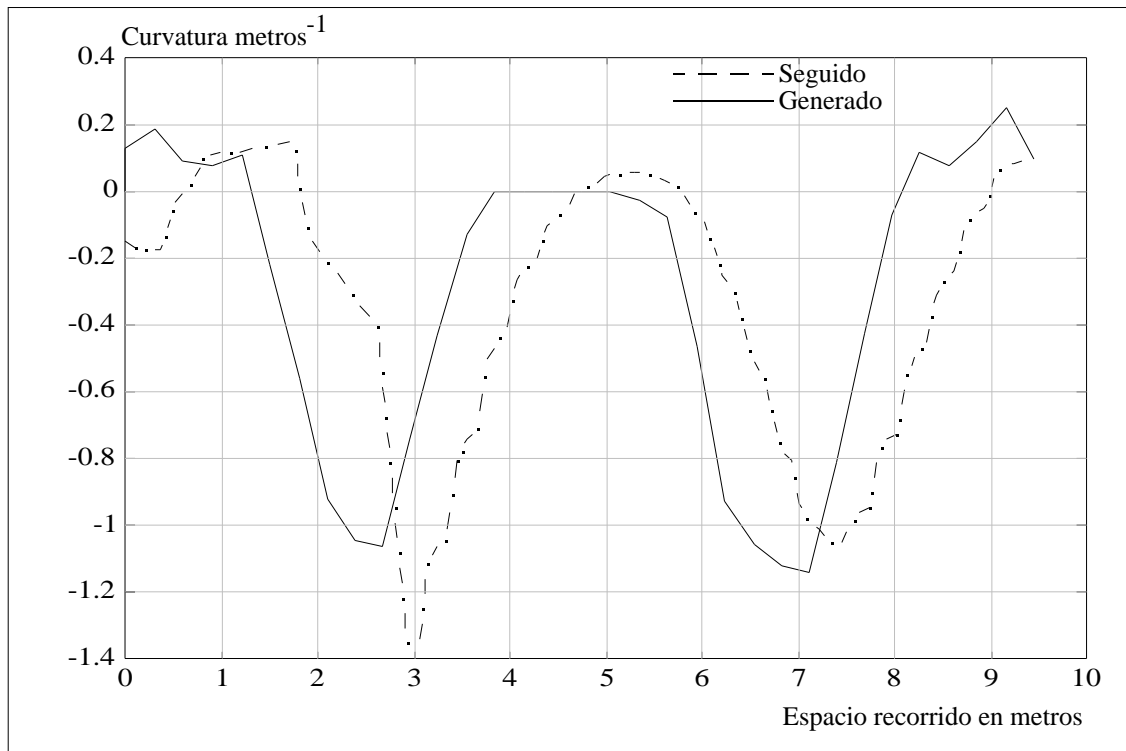


Figura 5.20. Curvatura asociada al camino generado en la figura 5.19.b

En este último experimento se muestra la utilidad del desplazamiento de los puntos de las concavidades para mejorar el comportamiento del algoritmo V^* . En la situación indicada en la figura 5.21, navegar del punto A hasta el B, debido a la proximidad de ambos, requiere el uso de una solución similar a la empleada en la figura 5.19. Sin embargo, gracias al traslado de los nodos situados en las concavidades del polígono que modela los límites del entorno, resulta posible considerar como tramo admisible el mostrado en la figura 5.21.a. Así, se puede construir un camino admisible de longitud menor que defina la misión de navegación, en el caso de desestimar los tramos recuperados del conjunto T_e .

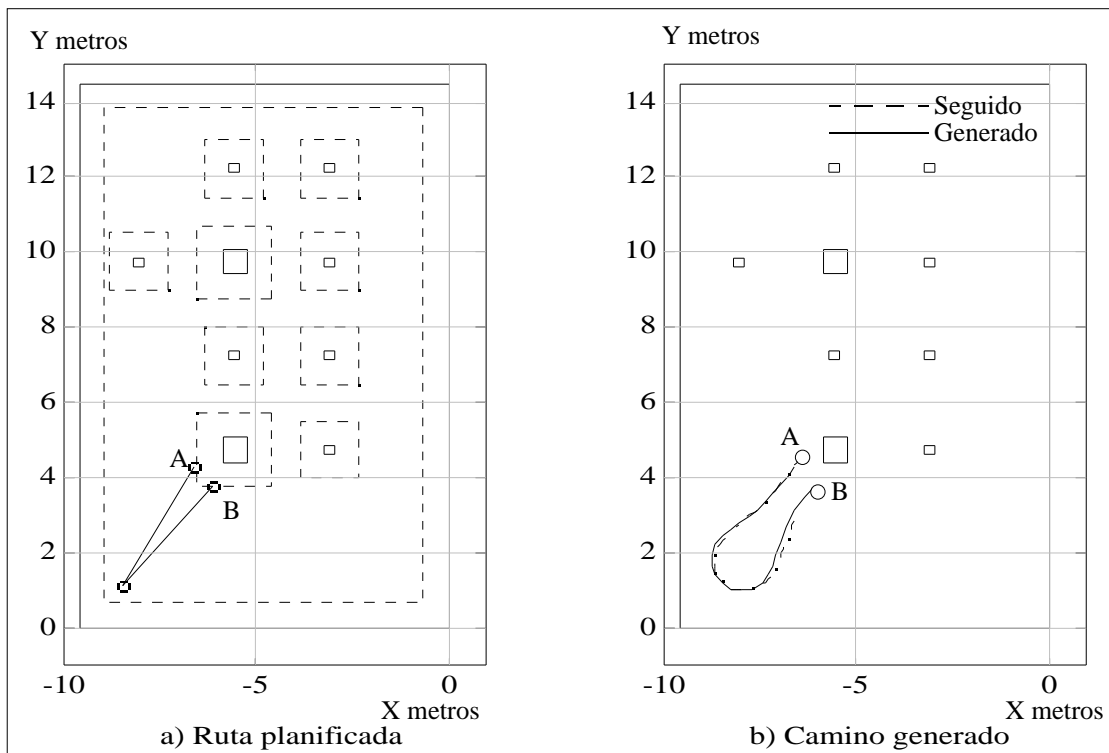


Figura 5.21. Cuarto experimento de planificación y generación de caminos.

La curvatura asociada al camino planificado y generado de esta última experiencia se ilustra en la figura 5.22. De nuevo, se hace patente la continuidad, acotación y variación casi lineal por partes de la misma a lo largo de todo el camino.

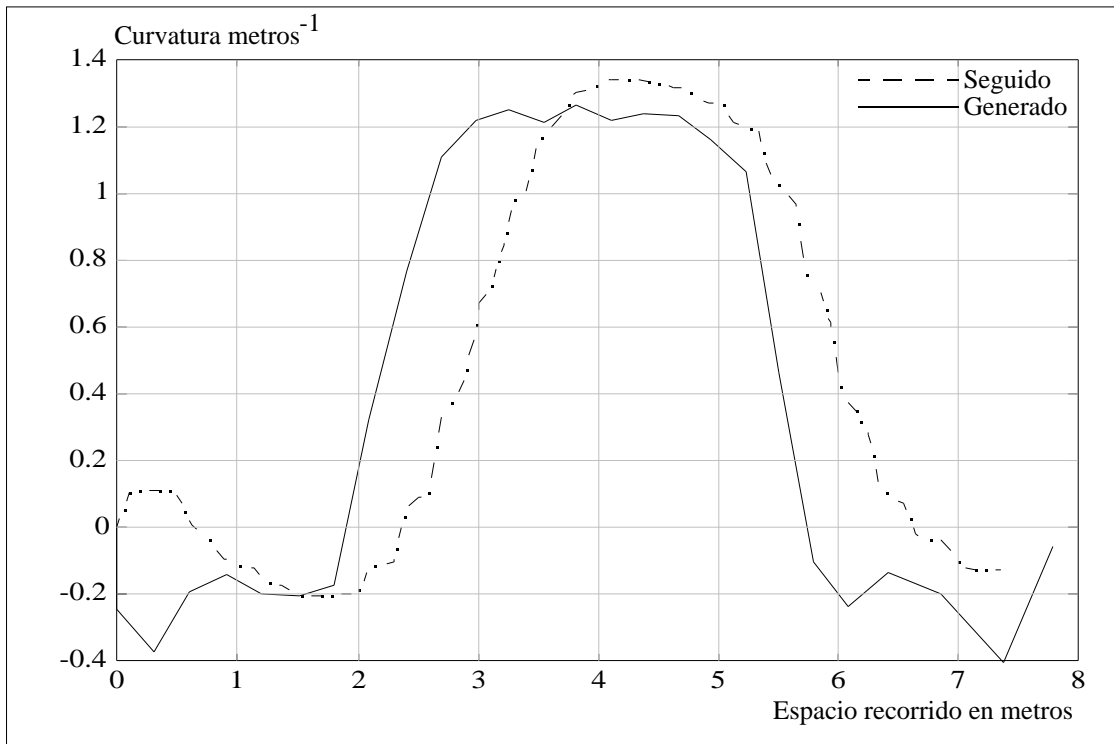


Figura 5.22. Curvatura asociada al camino generado en la figura 5.21.b

Para la confección de los resultados expuestos, se ha empleado la implementación del método de planificación-generación integrada en el navegador del robot móvil RAM-1. La naturaleza del procedimiento permite su división en dos etapas: i) expansión del entorno, cálculo del grafo cinemático de visibilidad, y ii) búsqueda de la ruta solución, generación del camino. La primera etapa se realiza fuera de línea y el tiempo requerido depende de la complejidad del entorno. En los experimentos mostrados, el tiempo empleado ha sido aproximadamente de 35 segundos. La segunda etapa requiere menor tiempo de cómputo, de forma que no degrada las características de rapidez heredadas del método de sorteo de obstáculos. La planificación de la ruta depende del entorno. Sin embargo, el método de generación construye un camino de cien posturas separadas de forma homogénea en 30 milisegundos. En conjunto, las operaciones de planificación y generación de los ejemplos expuestos han oscilado en torno a los 45 milisegundos.