

---

## CAPITULO 4.

# Generación de Caminos Locales: Sorteo de Obstáculos.

---

### 4.1. Introducción.

---

El planificador global del robot, merced a una determinada especificación de la tarea que realizará, construye un camino correcto desde el punto de vista cinemático. En muchos casos el conocimiento que se posee del entorno no es del todo exacto o bien carece del nivel de detalle que sería deseable. Por ello, a medida que se realiza la tarea de navegación, el sistema sensorial del robot se muestra alerta para la detección de posibles obstáculos en el camino planificado y, mediante la planificación local, para evitarlos. Así, mientras el planificador global realiza una primera construcción del camino a recorrer, la función del planificador local consiste en la detección de posibles obstáculos, y la posterior modificación del camino original en caso necesario.

Para llevar a cabo este cometido existen dos familias de métodos:

- i) Los basados en técnicas reactivas, que no realizan una construcción explícita del nuevo camino que se debe seguir. Como ejemplos se encuentran los métodos fundamentados en campos potenciales (Borenstein y Koren, 1.989) o en el modelado de comportamientos (Brooks y Rodney, 1.986).
- ii) Los basados en técnicas de planificación, que al contrario que los anteriormente expuestos, realizan la construcción a priori del camino propuesto. Esta acción se efectúa en dos etapas: a) especificación de la ruta local que define una vía por la cual se evita el obstáculo detectado y b) ajuste de una curva sobre la ruta construida, de tal modo que el camino obtenido a partir de ella resulte admisible desde el punto de vista cinemático.

Siguiendo el marco de esta tesis, el método propuesto pertenece a la segunda familia. De modo que el proceso puede obtener dos clases de resultados: i) construcción de un nuevo camino local que evite el obstáculo detectado, ii) o bien una indicación de la inexistencia de una solución y, por tanto, la inmediata parada del vehículo. Esta segunda situación, se debe a la incapacidad de alcanzar una solución admisible con las condiciones impuestas.

Se considera pues, que los obstáculos carecen de movimiento y que el camino original se encuentra construido. Por otra parte, el sistema sensorial se encargará de proporcionar un nuevo punto de referencia que defina la nueva ruta que se ha de seguir para sortear el obstáculo. El caso del sorteo de obstáculos móviles se puede realizar mediante una planificación temporal (Kant y Zucker, 1.986), por tanto no se considerará en este apartado, ya que se ciñe a una planificación espacial.

La capacidad del vehículo para seguir un camino, dependerá en gran medida de la naturaleza del mismo. Por tanto, se plantea la necesidad de la realización de un método que construya caminos con características óptimas, considerando las restricciones cinemáticas y dinámicas del vehículo. Además debe ser factible su consecución en tiempo real, para permitir una respuesta inmediata a la localización de la obstrucción del camino actual. De este modo, el tiempo se constituye como un factor crítico en este tipo de problemas.

De esta manera, en primer lugar se realiza una formalización del problema del sorteo de obstáculos no móviles (apartado 4.2.), donde se exponen los factores que condicionan este tipo de cuestión y las características con que debe contar el camino solución para que sea admisible desde el punto de vista cinemático. La elección de una función camino que presente buenas propiedades (ver capítulo 2) y que su construcción se realice a bajo coste computacional, se muestra como una cuestión importante en el problema de la planificación local. Para este cometido se introducen las curvas -Spline como la curva sobre la que se especificará el camino local (apartado 4.3.). A continuación, se introduce el método de generación de caminos locales para evitar obstáculos. Este consta de dos fases bien diferenciadas: construcción de un camino local de referencias continuo en posición y orientación (apartado 4.4.), y generación del camino continuo en posición, orientación y curvatura (apartado 4.5.). Por último, se relacionan una serie de conclusiones junto a las experiencias reales que demuestran la eficacia del método (apartado 4.6.).

## 4.2. Definición formal del problema.

La realización de un sorteo planificado de obstáculos, implica la resolución, en un primer paso, de construcción de una ruta local libre de obstáculos, para elaborar, a continuación, a partir de ella un camino admisible de forma cinemática.

La definición de la ruta exige una etapa previa de modelado del obstáculo que se ha de evitar según la información suministrada por los sensores externos del vehículo. Se pueden considerar dos clases de arquetipos de obstáculos equivalentes entre sí: emplear un círculo que lo cubra, o bien indicar un punto de referencia que denote una zona segura para evitarlo. Ambos se reflejan en la figura 4.1.

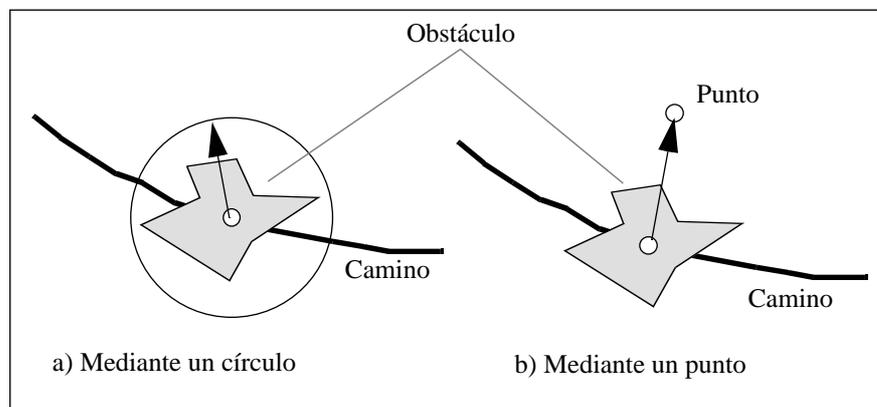


Figura 4.1. Modelo geométrico del obstáculo.

El tipo de modelo utilizado depende del método de sorteo de obstáculos que se realice, aunque ambos son equivalentes.

Si se supone el empleo de un punto de referencia como modelo de obstáculo, los parámetros utilizados la planificación local resultarían del modo siguiente (ver figura 4.2):

- Camino construido  $Q$  mediante la planificación y generación global. Este se considera definido a partir de la función camino  $P(\ )$ .
- Configuración actual  $q_s$  del robot móvil sobre el camino  $Q$ .
- Punto de referencia  $g_n$  que define la nueva ruta a seguir.
- Configuración de aterrizaje  $q_e$  en la cual el camino local se encuentra con el global.

De este modo, la ruta libre de obstáculos se define por el trío  $(q_s, g_n, q_e)$ . La configuración  $q_e$  del camino global  $Q$ , no significa una restricción impuesta al proceso de sorteo de obstáculos. Esta puede ser establecida por el algoritmo para minimizar cierto criterio, como por ejemplo el de la mínima distancia o variación de curvatura en el aterrizaje.

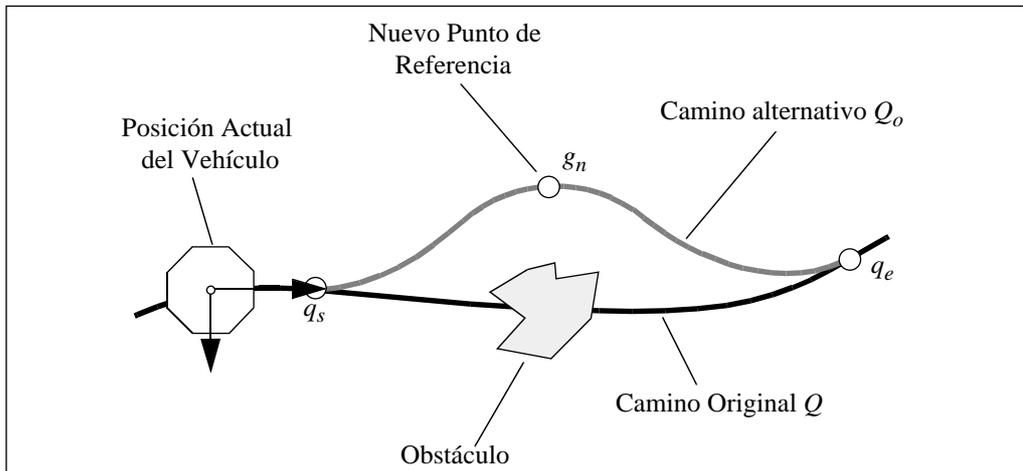


Figura 4.2. El problema del sorteo de obstáculos.

Por tanto, se requiere un algoritmo que realice la replanificación del camino en el menor tiempo posible construyendo un camino alternativo  $Q_o$  que evite el obstáculo detectado y admisible desde el punto de vista cinemático. Este camino alternativo se define a partir de una función camino alternativo  $P_o(\cdot)$ .

Al componer la curva  $P_o(\cdot)$  con la función camino  $P(\cdot)$  (tal como se indica en la figura 4.2), se crea una nueva función camino  $P_n(\cdot)$  que se encuentra libre de obstáculos y resulta admisible desde el punto de vista cinemático.

Dicha composición se expresa como sigue: sea  $s$  el valor del parámetro que especifica el punto de despegue dentro de la función del camino original  $P(\cdot)$ , y  $P_o(\cdot)$  con dominio en  $[0, e]$  la curva que precisa el tramo de camino realizado para evitar la colisión con el obstáculo. Si  $e$  identifica el punto en  $P(\cdot)$  donde vuelven a encontrarse ambas curvas, la nueva función camino  $P_n(\cdot)$  queda definida como sigue:

$$P_n(\cdot) = \begin{cases} P(\cdot) & \text{si } \cdot \in [0, s] \cup [e, \cdot] \\ P_o \left( \frac{\cdot - s}{e - s} \right) & \text{si } \cdot \in (s, e) \end{cases} \quad (4.1)$$

Dado el conjunto  $Q_o = \{q_{o1}, \dots, q_{ok}\}$  obtenido por la discretización de  $P_o(\cdot)$  mediante la utilización de un conjunto  $L$  del parámetro  $s$ , la definición del nuevo camino global es:

$$Q_n = \{q_1, \dots, q_s\} \cup \{q_{o1}, \dots, q_{ok}\} \cup \{q_e, \dots, q_n\} \quad (4.2)$$

donde:

$$\begin{aligned} q_s = P(s) \quad q_e = P(e) \quad \text{con } (s, e) \in L \\ \{q_1, \dots, q_s\} \subset Q \quad \{q_e, \dots, q_n\} \subset Q \end{aligned} \quad (4.3)$$

La nueva función camino  $P_n(\cdot)$  debe ser continua en posición orientación y curvatura, además de resultar admisible desde el punto de vista cinemático. Ello implica que la función camino alternativo debe contar con las siguientes características:

$$\begin{aligned} (s, e) \in [0, s_o] \quad P_o(\cdot) \in C^2 \\ P(s) = P_o(0) \quad (P(s)) = (P_o(0)) \quad (P(s)) = (P(0)) \\ P(e) = P_o(s_o) \quad (P(e)) = (P_o(s_o)) \quad (P(e)) = (P(s_o)) \\ (P(e)) / P_o(e) = g_n \\ \forall i \in [0, s_o] \quad (P_o(i)) \in \left[-\frac{1}{\min}, \frac{1}{\min}\right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

El punto de referencia  $g_n$ , (figura 4.2), que define la nueva ruta por la cual debe transcurrir el camino alternativo  $Q_o$ , viene proporcionado por el sistema sensorial del vehículo cuando éste informa al planificador local la necesidad de regeneración del camino, debido a la presencia de un obstáculo inesperado.

### 4.3. Curvas Beta-Spline para la construcción del camino.

Sobre la ruta libre de obstáculos establecida por la postura actual del robot, el punto de referencia y la configuración de aterrizaje resulta necesario ajustar una curva que defina un camino admisible con buenas propiedades. Por ello, la curva que se utilizará debe cumplir las limitaciones señaladas en (4.4).

Dicha curva debe estar definida de forma paramétrica, para permitir los grados de libertad requeridos en la navegación del robot móvil. Se pueden utilizar métodos tradicionales de interpolación en la especificación de curva, pero resulta arduo controlar la variación de la curvatura en la obtención de un camino con buenas características. Además

este tipo de procedimientos presenta una complejidad que aumenta de manera considerable en función al número de puntos que se desee interpolar. El uso de una función de tipo spline gracias a su definición por partes solventa el acusado crecimiento de la complejidad computacional para la solución del problema planteado.

De este modo, el problema de la construcción del camino depende de la resolución de las dos siguientes cuestiones:

**i) Búsqueda del polígono de control:**

Una curva spline se caracteriza por su definición por partes en virtud de unas curvas de cierto orden  $m$ , que mantienen una continuidad de al menos hasta la segunda derivada. La curva  $i$ -ésima viene dada por la siguiente expresión:

$$F_i(t) = \sum_{j=0}^m B_j(t)V_{i+j} \tag{4.5}$$

en donde  $B_j$  se denomina función peso, y su definición especifica el tipo de curva spline en particular, y los puntos cartesianos  $V_{i+j}$ , conforman el polígono de control, que define la topología de una instanciación de la curva en concreto.

De este modo, la construcción de  $P_o(\ )$  queda transformada en el cálculo de un polígono de control  $V_c = \{v_{c1}, v_{c2}, \dots, v_{cm}\}$  tal que la spline asociada verifique las restricciones impuestas en (4.4). Dicho cómputo se efectúa a partir de un sistema de ecuaciones que modela las mencionadas condiciones analíticas. Este sistema, a menudo, no viene determinado en su totalidad, por lo que se precisa del uso de ciertas condiciones artificiales, relacionadas con la elección de  $q_e$  o con la orientación y curvatura con las que debe contar el camino alternativo a su paso por  $g_n$  (Muñoz y otros, 1.992)  $\square$

**ii) Discretización de la curva:**

El segundo de los problemas aquí planteados con el empleo de curvas tipo spline, consiste en la búsqueda del conjunto  $L$  necesario para la realización de la conversión a un camino  $Q_o$  de la función  $P_o(\ )$ . La problemática se debe a la necesidad que manifiesta el seguidor de caminos de que las distintas configuraciones que forman el camino alternativo  $Q_o$  se encuentren separadas por una misma distancia , aunque en la práctica se permite cierta

variabilidad:

$$(q_i, q_{i+1}) \in Q_o \quad \|q_i, q_{i+1}\| \in E(\cdot, \cdot) \quad (4.6)$$

En el caso de las curvas clotoidales, al estar parametrizada con respecto a su longitud de arco, la elección del conjunto  $L$  se produce de la forma :

$$L = \{ 1, 2, \dots, k \} \quad (4.7)$$

Sin embargo, en el caso de las curvas paramétricas, y en el caso especial de las splines, la relación entre el parámetro de la curva y la longitud de arco no es a menudo lineal, con la consecuente dificultad de la elección del conjunto  $L$ <sup>1</sup> □

La elección del tipo de curva spline que se ha de utilizar resulta fundamental para la construcción del camino. La clase de spline queda determinada por la naturaleza de las funciones peso, que confieren a la curva ciertas características en relación a su polígono de control. Además, se configuran como las responsables del tiempo de cómputo necesario para la construcción de la curva, ya que su definición puede ser desde una fórmula cerrada hasta una recursiva.

Por tanto, los criterios que pueden emplearse para la elección del tipo de curva que se utilizará, sin olvidar la ya mencionada complejidad computacional, se recogen en los dos puntos anteriores: i) facilidad del cálculo del polígono de control para cumplir ciertos requisitos, y ii) relación lo mas lineal posible entre el parámetro de la curva y su longitud de arco.

La curva spline de definición más sencilla consiste en la denominada spline cúbica (Rogers y Adams, 1.989). Se compone por funciones de tercer grado que interpolan el polígono de control preservando en sus uniones una continuidad de hasta la segunda derivada. Cada función viene definida por dos vértices consecutivos del polígono de control y la orientación con la que se debe intercalar en cada uno de ellos. Sólo se pueden imponer las orientaciones inicial y final al primer y al último punto del polígono de control respectivamente, ya que el resto se calculan para proporcionar la continuidad hasta la segunda derivada a lo largo de toda la curva. De esta forma, el problema de esta curva viene definido por la rigidez de su construcción.

---

1. En el apéndice B se analiza, de forma detallada, el problema de la discretización de curvas paramétricas donde la relación entre el parámetro y la longitud de arco resulta desconocida.

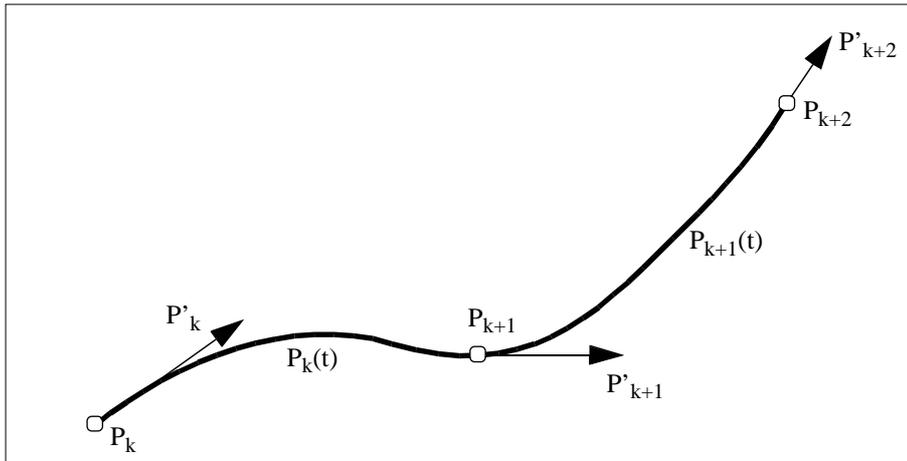


Figura 4.3. Spline cúbica compuesta por dos segmentos.

La figura 4.3 representa una curva spline cúbica  $P(t)$ , formada por dos segmentos  $P_k(t)$  y  $P_{k+1}(t)$  que mantienen su continuidad hasta la segunda derivada en el punto de unión  $P_{k+1}$ . Ello se debe al hecho de haber calculado un vector tangente  $P'_{k+1}$  que define la orientación en dicho punto. Por ello, la desventaja fundamental de este tipo de curvas consiste en la dependencia existente entre la continuidad de segundo orden y el valor que toman los vectores tangentes intermedios de la curva. Ello implica una gran dificultad para imponer ciertas condiciones iniciales a la curva. Sin embargo, la principal ventaja se encuentra en que la modificación de un vértice de control no implica la necesidad de volver a calcular toda la curva.

Debido a esta gran desventaja la mayoría de las funciones splines empleadas en la construcción de caminos muestran una naturaleza más compleja. Sus funciones peso definen un índice de atracción de la curva sobre el vértice de control al cual ponderan. Este índice, situado entre cero y uno, se constata en una proximidad de la curva sobre un determinado vértice del polígono de control. Por tanto, la curva no interpola el polígono de control como en el caso anterior, sino que se trata de una curva de aproximación.

Entre las curvas de este tipo, figuran las B-Splines (splines básicas) y las curvas de Bezier (Farin, 1.992). Las primeras poseen un parámetro que controla el grado del polinomio y por tanto la suavidad del mismo. En el caso extremo de coincidir dicho parámetro con el número de vértices de control, su comportamiento es idéntico a una curva de Bezier. Esta última posee funciones peso basadas en los polinomios de Bernstein y el grado de la curva resulta igual al número de vértices del polígono de control. Esta curva de aproximación interpola al primer y último punto del polígono de control, mientras que sobre el resto realiza una aproximación (Figura 4.4.).

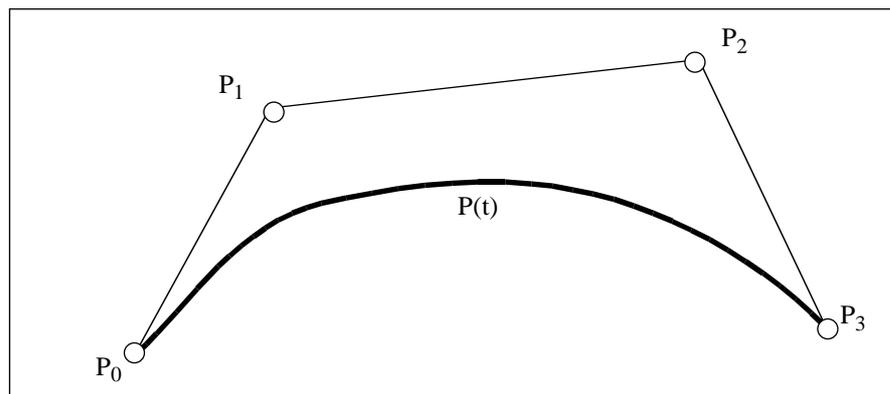


Figura 4.4. Curva de Bezier de cuarto grado y su polígono de control.

Estos dos tipos de curvas solventan el problema presentado por las splines cúbicas debido a que la posibilidad de aumento del número de vértices de control introduce variables libres. Estas pueden ser calculadas para la imposición de una postura inicial o final. Gracias a esta característica y a la suavidad de variación de la curvatura, se utiliza en muchos métodos de generación de caminos (Muñoz y otros, 1.992; Segovia y Rombaut, 1.993). Sin embargo, presentan algunos inconvenientes relativos al aumento de grado de la curva cuando crece el número de vértices de control. Por otro lado, la modificación de un solo vértice de control implica la reconstrucción de toda la curva.

La primera de estas razones, provoca el uso de pocos puntos de control para reducir el tiempo de cálculo y permitir una ejecución en tiempo real. Por el contrario, esto dificulta el logro de una acotación de la curvatura. A menudo, para el problema del sorteo de obstáculos se utilizan polígonos de control de seis vértices (Muñoz y otros, 1992) lo que de forma empírica ha demostrado que representa un equilibrio entre el tiempo de cómputo y la bondad de la curva.

Esta problemática obedece a la estricta limitación del número de vértices de control a favor del tiempo de cómputo, aunque, por otra parte, se solventa la rigidez de la spline cúbica con la imposición de ciertas condiciones iniciales o finales.

Un tipo de curva que aúna las ventajas de los tipos comentados anteriormente (i) la construcción en base a segmentos de un mismo orden, y ii) la posibilidad de introducir vértices de control adicionales para la imposición de condiciones iniciales) es la curva denominada -Spline.

La primera característica mencionada indica que cualquier modificación en el polígono de control de la curva sólo requiere una reconstrucción de la curva local en los segmentos afectados (control local). Por otra parte, el orden de la curva se mantiene constante e independiente del número de vértices de control. Esto permite el empleo de un mayor número de ellos en la construcción de la curva, sin incrementar de manera significativa el tiempo de computación. La segunda de las características reseñadas permite que el camino comience o termine en ciertas posturas especificadas. Estas propiedades se deben a la sencillez y flexibilidad de la definición de las funciones peso, modeladas como polinomios de tercer orden (Barsky, 1988).

Las mejores prestaciones de las curvas -Spline, en lo referido a la variabilidad lineal de la curvatura, se obtienen utilizando su versión cúbica ( $\alpha_1=1, \alpha_2=0$ ). La definición de las funciones peso de un segmento de curva -Spline, según la particularización mencionada, se muestra en la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} B_{-2}(t) \\ B_{-1}(t) \\ B_0(t) \\ B_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & 0 & -1 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Esta definición de curva -Spline cúbica será la utilizada en la construcción de la función camino.

#### **4.4. Descripción del método.**

---

La mayoría de los algoritmos de generación de caminos, calculan un polígono de control de unos pocos vértices dispersos, para que al construir una curva de tipo spline cumpla las restricciones expresadas en (4.4). El principal problema de este tipo de métodos resulta ser el control de los límites de la curvatura, lo cual resulta complejo debido a la naturaleza de la curva. El método propuesto resuelve la cuestión de la acotación de la curvatura mediante el uso de un mayor número de vértices de control, dispuestos para cumplir ciertas propiedades geométricas.

El planteamiento expuesto en la figura 4.2, que señala el camino alternativo para esquivar el obstáculo presente en el camino original, puede aproximarse con el uso de tres arcos circulares, tal como muestra la figura 4.5.

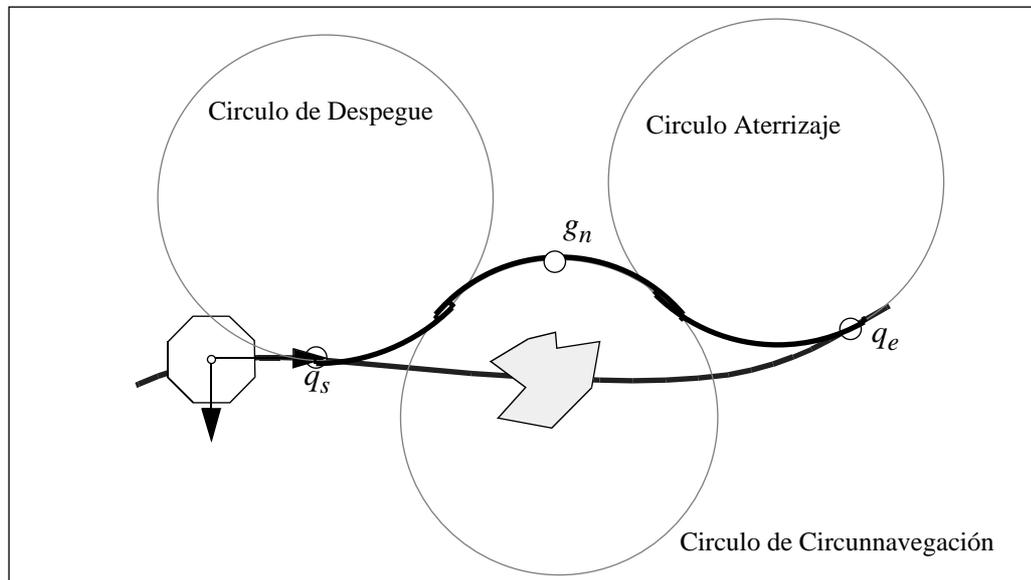


Figura 4.5. Aproximación del camino alternativo mediante arcos circulares.

La principal ventaja que presenta esta aproximación consiste en la acotación de la curvatura en lo que se refiere al recorrido a través de los diferentes arcos circulares. Sin embargo, aparecen discontinuidades en dicha variable en el punto de despegue y aterrizaje, así como en los puntos de tangencia entre los distintos arcos. Por ello, resulta conveniente el uso de una curva  $\beta$ -Spline que modele el comportamiento de estos tres arcos, y que proporcione continuidad en la curvatura a lo largo del camino alternativo, así como en los puntos de despegue y aterrizaje.

Por lo tanto, el problema se concentra en encontrar un conjunto de puntos de control que confieran a la curva  $\beta$ -spline este comportamiento. En la siguiente propiedad se expone una importante característica de las curvas  $\beta$ -Splines cuando el polígono de control que las define yace sobre un arco circular.

**• Propiedad 1. Acotación cartesiana de la curva Beta-Spline**

Sea  $V = \{V_{-2}, V_{-1}, V_0, V_1\}$  un conjunto de los cuatro vértices de control situados sobre el perímetro de un círculo de radio  $r$ , y separados entre sí por una distancia  $\frac{1}{2}$ . El segmento de curva  $\beta$ -Spline definido por  $V$  se encuentra acotado por el círculo en el que yace dicho conjunto y otro concéntrico al anterior con radio  $r'$  definido por:

$$\rho = \frac{D}{3} \quad (4.9)$$

donde  $\rho$  viene expresado en la siguiente fórmula:

$$\rho = \left[ 1 - \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{3}{4}}{2}} \right] \quad (4.10)$$

Esta propiedad proporciona un área en el plano en la cual se incluye la curva  $\rho$ -Spline cuando viene definida a través de un conjunto de vértices de control que cumplen las especificaciones mencionadas. La distancia  $\rho$  introducida en la definición de esta propiedad asegura que los vértices de control se encuentran equidistantes en el círculo de radio  $\rho$ .

Los cuatro puntos de control de  $V$  abarcan un arco de círculo de longitud  $D$ , el cual define una sección de círculo de ángulo  $\frac{3}{4}$ , tal y como aparece en la figura 4.6.

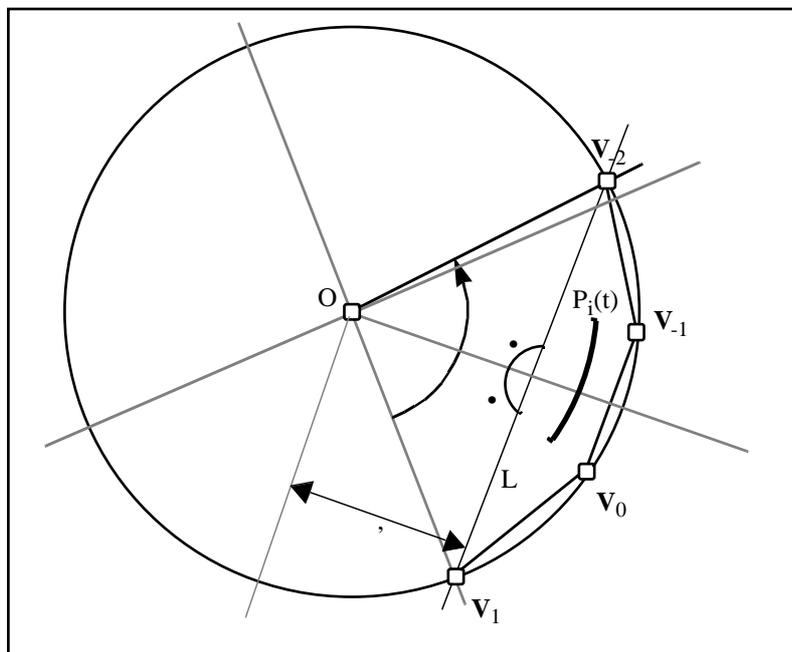


Figura 4.6. Acotación de un segmento de curva  $\rho$ -Spline.

Mediante la aplicación de la propiedad *hull-convex* (Barsky, 1.988), se sabe que la curva  $\rho$ -spline queda acotada por el polígono de control formado por  $\{V_{-2}, V_{-1}, V_0, V_1\}$  y la recta  $L$ . La distancia de esta recta al centro del círculo  $O$

define el radio del círculo  $r$  que acota la curva. Como se puede observar  $r$  es el coseno del ángulo  $\theta/2$ . Por tanto, con la aplicación de las relaciones trigonométricas expresadas en (4.11), se obtiene el resultado indicado en (4.10).

$$\begin{aligned}\cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ (\sin(a))^2 + (\cos(a))^2 &= 1\end{aligned}\tag{4.11}$$

La única consideración que se debe tener a este respecto es la utilización de  $3/4$  como aproximación al valor de  $\pi/2$ , si bien, por supuesto, se puede obtener el valor exacto del coseno de dicho ángulo mediante el producto escalar de los vectores  $\overline{OV}_1$  y  $\overline{OV}_2$ .

La conclusión directa de esta propiedad consiste en la posibilidad de asegurar una zona en la cual se situará la curva cuando el polígono de control yace sobre un círculo tal y como muestra en la figura 4.6. Por otra parte, mediante comprobaciones experimentales, se demuestra que la curva adopta la forma de un arco circular de curvatura constante igual a la inversa del radio  $r$   $\square$

El método de sorteo de obstáculos efectúa una etapa previa de construcción de un camino de referencias continuo en posición y orientación. Este se define a partir de los arcos señalados en trazo grueso de los círculos de la figura 4.5. En segundo lugar, sobre dichos arcos (de despegue, circunnavegación y aterrizaje) se erige un polígono de control a partir del cual se define la curva  $C$ -Spline que ajusta el camino de referencias. Este último paso facilita la continuidad en curvatura buscada. Con esta metodología se logra una variación suave de curvatura a lo largo del camino, debido en parte a la naturaleza de la curva y, en parte, al uso de vértices de control sobre el camino de referencias que se hallen cercanos entre sí.

En los siguientes subapartados se expondrá la construcción de cada uno de los círculos, para, a continuación, describir la construcción del polígono de control sobre los mismos, y la discretización de la  $C$ -Spline en posturas equidistantes que conforman el camino alternativo  $Q_0$ . Por último, se abordarán las condiciones necesarias para que  $Q_0$  guarde continuidad en la posición, orientación y curvatura con el camino original, tal como se recoge en (4.4). Por otro lado, se describirá el algoritmo completo para el sorteo de obstáculos.

### 4.4.1. Construcción del círculo de circunnavegación.

Considérese un obstáculo modelado por el círculo  $C_b$  de radio  $r_b$  y centro  $c_b$ . Sea  $q_b = \{x_b, y_b, \theta_b, \psi_b\}$  la postura del camino global  $Q$  más cercano a  $c_b$ . Sea  $\ell$  la recta que pasa por  $(x_b, y_b)$ , perpendicular a la tangente en dicho punto, y definida por el ángulo  $\theta_b$  que forma con respecto al eje Y del sistema de referencias global. Si  $\vec{W}$  es el vector de dirección de dicha recta, esta queda definida como sigue:

$$\ell = (x_b, y_b) + \vec{W} \quad (4.12)$$

El círculo de circunnavegación  $C_m$  se define como aquel que tiene su centro situado en la recta  $\ell$  y que pasa a través de un punto  $a$  situado a una distancia  $d$  sobre dicha recta. Esta definición se ilustra en la figura 4.7.

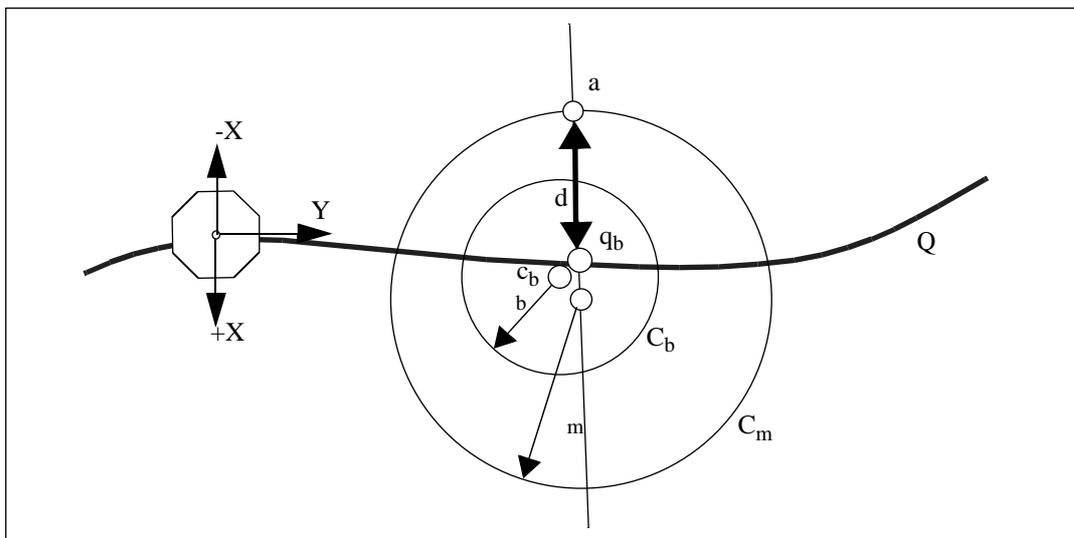


Figura 4.7. Definición del círculo de circunnavegación.

Así, el centro de dicho círculo viene dado por

$$c_m = (x_b, y_b) + (d - m)\vec{W} \quad (4.13)$$

donde  $m$  representa el radio del círculo de circunnavegación, y en principio, resulta correcto si cumple la restricción holónoma de radio mínimo. La distancia  $d$  desde  $q_b$  hasta el punto  $a$  se considera como:

$$d = r_b + m \quad (4.14)$$

donde  $d$  representa la distancia de seguridad definida por la propiedad de acotación cartesiana. Esta impide que la curva  $\beta$ -Spline intercepte el círculo  $c_b$  que modela el obstáculo. Por último,  $\bar{W}$  es el vector director unitario que configura la recta ( ) y delimita el flanco del camino por el cual se sorteará el obstáculo según el sistema local de referencias asociado al vehículo. Su especificación en coordenadas homogéneas resulta como sigue:

$$W = \begin{bmatrix} \cos \theta_b & -\sin \theta_b & 0 \\ \sin \theta_b & \cos \theta_b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_b \\ 0 & 1 & -y_b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{con } l = -1, 1 \quad (4.15)$$

De este modo, según el valor que tome el parámetro  $l$  (los indicados en (4.15)), el vehículo realizará el sorteo del obstáculo por el flanco del camino especificado por el lado positivo del eje X del sistema de referencias asociado al vehículo, o bien, por el negativo. Esto permite definir el nuevo camino local según el sistema de referencias del vehículo.

#### 4.4.2. Construcción de los círculos de despegue y aterrizaje.

Una vez construido el círculo encargado de esquivar el obstáculo rodeándolo, se procede al cálculo de los círculos de despegue y aterrizaje, cuyo cometido consiste en proporcionar una primera continuidad en posición y orientación. De esta manera, dichos círculos deben contener las siguientes características:

- i) Tangente al círculo de circunnavegación  $C_m$ .
- ii) Tangente a la primera derivada del camino en el punto de despegue o aterrizaje según sea el caso.

La formalización analítica de las propiedades, que deben verificar cada uno de estos círculos, conduce a la resolución de ecuaciones no lineales, que presentan varias posibles soluciones. Por ello, para reducir la complejidad de la búsqueda del resultado en particular deseado, se ha utilizado un planteamiento geométrico (ver figura 4.8).

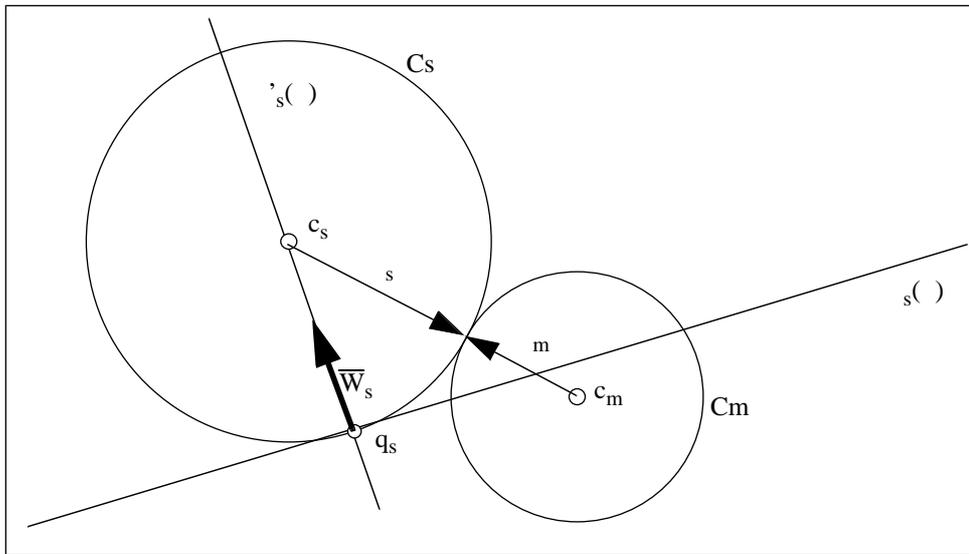


Figura 4.8. Planteamiento de la solución geométrica.

Sea  $C_s$  el círculo de despegue, con centro en  $c_s$  y radio  $r_s$ , y  $q_s=(x_s, y_s, \theta_s)$  la postura del camino  $Q$ , tomada como punto de despegue. Por otra parte, sea  $s( )$  la recta tangente al camino en  $q_s$  definida por  $\theta_s$ , a la cual es tangente  $C_s$  en el punto  $p_s=(x_s, y_s)$ . Si  $\bar{W}_s=(w_x, w_y)$  es un vector unitario perpendicular a  $s( )$ , entonces el centro  $c_s$  del círculo  $C_s$  está contenido en la recta  $q_s( )$  definida por el vector director  $\bar{W}_s$  y  $p_s$ .

$$c_s = p_s + r_s \bar{W}_s \quad (4.16)$$

Y si además,  $C_s$  es tangente al círculo de circunnavegación  $C_m$ , se debe verificar:

$$\|c_s - c_m\| = r_s + r_m \quad (4.17)$$

Resolviendo el sistema planteado con (4.16) y (4.17), se concluye que el radio de  $C_s$  se expresa como sigue:

$$r_s = \frac{2(x_m x_s + y_m y_s) + r_m^2 - (x_s^2 + y_s^2 + x_m^2 + y_m^2)}{2[w_x(x_s - x_m) + w_y(y_s - y_m) - r_m]} \quad (4.18)$$

El círculo de despegue queda definido mediante la aplicación de las expresiones (4.16) y (4.18). En ellas se puede observar que la elección del lado del camino, por donde se esquivará el obstáculo, viene dado por el vector  $\overline{W}_s$ , de forma similar a como se expuso en el cálculo del círculo de circunnavegación. Idéntico razonamiento se emplea para la construcción del círculo de aterrizaje  $C_e$  de radio  $r_e$  y centro  $c_e$ .

Una vez determinada la solución, el siguiente paso consiste en iniciar un estudio de su dominio. La recta  $r_s(\cdot)$  divide al plano en dos regiones, de tal modo que el círculo que se ha de calcular ( $C_s$  ó  $C_e$ ) estará contenido por completo en una de estas dos regiones. Para que el resultado sea válido, alguna porción del círculo de circunnavegación debe localizarse en la región donde se desea construir el círculo de despegue o aterrizaje. En caso contrario, el resultado obtenido no sería el correcto. La ecuación (4.18) no tendrá solución cuando su denominador sea nulo, es decir cuando se cumpla la siguiente igualdad:

$$w_x(x_s - x_m) + w_y(y_s - y_m) = r_m \quad (4.19)$$

Ello quiere decir que si  $\overline{M}$  es el vector con origen en  $c_m$  y destino  $c_s$ , la expresión (4.19) se transforma en el producto escalar de los vectores  $\overline{M}$  y  $\overline{W}_s$ .

$$\overline{W}_s \cdot \overline{M} = r_m \quad (4.20)$$

De ello se deduce que la expresión (4.18) no encierra una solución cuando la proyección del vector  $\overline{M}$  sobre  $\overline{W}_s$  es igual al radio del círculo de circunnavegación  $r_m$ . Al ser  $\overline{W}_s$  un vector unitario, esta situación se manifiesta cuando el círculo de circunnavegación  $C_m$  es tangente a la recta  $r_s(\cdot)$ , y se localiza en la región del plano opuesta en la que se pretende que se sitúe el círculo de despegue o aterrizaje sujeto a cálculo.

Con este procedimiento queda determinado en qué situación la expresión (4.18) dispone de una solución, pero existe otro caso en el que el resultado obtenido en dicha expresión tampoco resulta válido. Ello sucede cuando el círculo de circunnavegación se incluye en su totalidad en la región opuesta, según la recta  $r_s(\cdot)$ , en donde se propone que se localice el círculo  $C_s$  o  $C_e$ . Este estado se identifica por el hecho de que la ecuación (4.18) resulta en una solución negativa. Ambos casos se muestran en la figura 4.9.

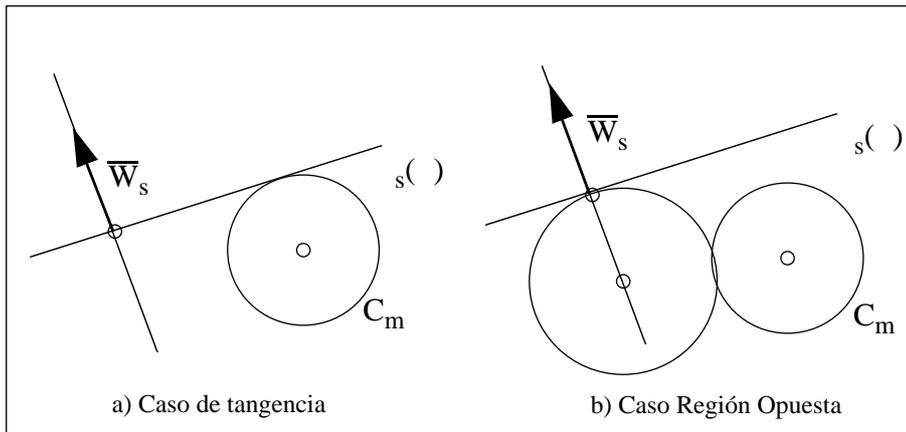


Figura 4.9. Casos en que la construcción de  $C_s$  o  $C_e$  resulta inválida.

Delimitadas estas dos situaciones, que deben evitarse, se asegura una solución óptima obtenida mediante las expresiones (4.16) y (4.18). La principal ventaja del desarrollo efectuado consiste en su bajo coste de cálculo, y la facilidad con que se puede determinar la invalidez de la solución. Con ello, se puede elegir un punto de despegue  $q_s$  y de aterrizaje  $q_e$  para que la solución sea la deseada.

La elección del punto de despegue que evite las situaciones de la figura 4.9, se determina por la localización geométrica de su recta tangente asociada  $s(\cdot)$ . Esta debe ser secante al círculo  $C_b$  que modela el obstáculo. La bondad del punto de despegue actual, se realiza con el cálculo de la expresión del punto  $q_b$  referido al sistema de referencias local asociado al vehículo (figura 4.10).

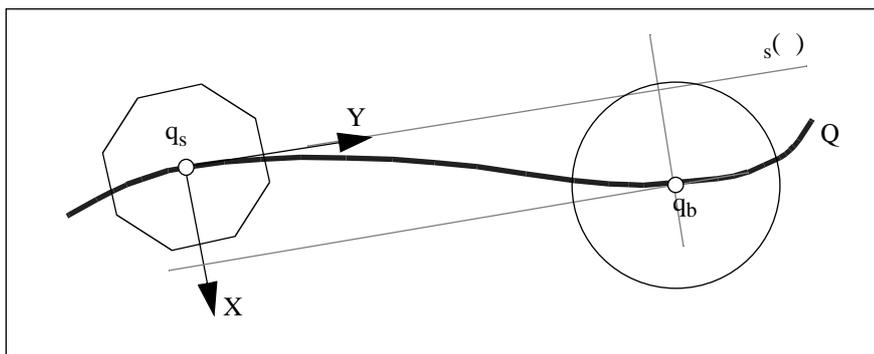


Figura 4.10. Bondad del punto de despegue.

De esta forma, el punto  $q_b$  cuenta con coordenadas  $(x'_b, y'_b)$  con respecto al sistema de coordenadas del vehículo. La componente  $x'_b$  indica la distancia del punto  $q_b$  a la recta  $s(\cdot)$ , por lo que si ésta es superior o igual a  $r_b$ , muestra que se verifica uno de los casos indicados en la figura 4.9. Esta misma evaluación de la admisibilidad de un determinado

punto de despegue también puede realizarse con el examen de la distancia de un punto a una recta, si bien, ya que la localización del obstáculo, por parte del sistema sensorial, se realiza en el sistema de referencias asociado al vehículo, el método descrito resulta más directo para la evaluación de la bondad del punto de despegue.

En el caso de que no supere la comprobación descrita la postura actual, se someterá a examen la siguiente postura en el camino en el sentido de la marcha del vehículo. Esta comprobación se realiza hasta alcanzar una postura apta para construir el círculo de despegue, o bien cuando se aproxime demasiado al obstáculo para construirlo y viole la restricción de radio mínimo. En este último caso el algoritmo de sorteo del obstáculo informa al navegador que detenga la marcha del vehículo ante la inminente colisión con un obstáculo que le es imposible esquivar.

#### 4.5. Generación del camino.

Aunque el camino de referencias construido proporciona continuidad en posición y orientación, resulta preciso la definición de una curva -Spline que se ajuste sobre los tres arcos y palie, así, los problemas de discontinuidad entre las uniones de los mismos. Esta curva definirá la función camino alternativo  $P_o(\ )$ . El primer paso en la delimitación de esta curva, consiste en la especificación de su polígono de control. Este se hallará constituido por vértices situados sobre cada uno de los tres arcos pertenecientes a los tres círculos calculados en los subapartados anteriores (figura 4.11).

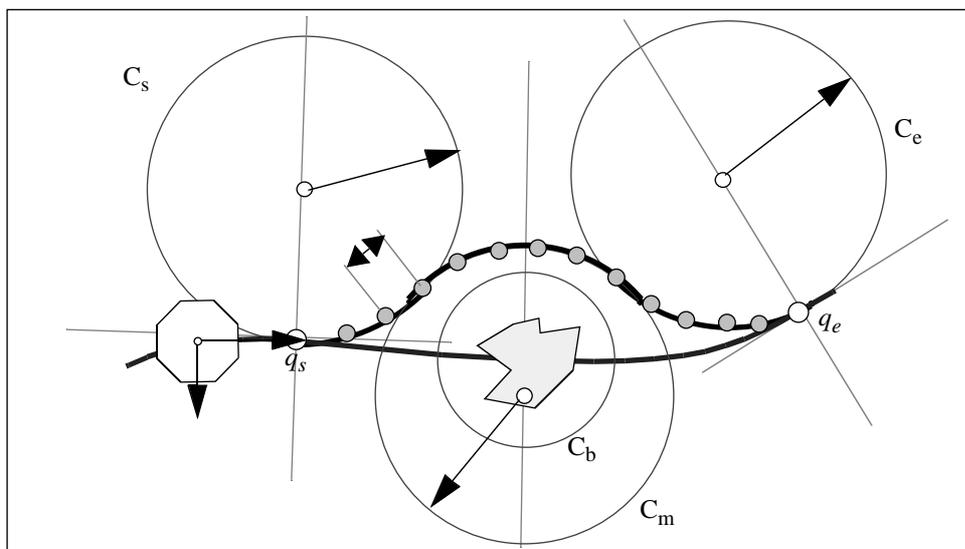


Figura 4.11. Puntos de control de la curva -Spline a construir.

La construcción del polígono de control de la curva, como se puede apreciar en la figura 4.11, se realiza a partir de numerosos vértices separados entre sí por una misma distancia . Esta configuración del polígono de control permite un mayor control de las variaciones de la curvatura. Por otra parte, la separación homogénea de los vértices de control garantiza que la atracción que ejerce cada uno de ellos sobre la curva se reparta de forma igualitaria, por lo que evita saltos indeseados en la curvatura.

De forma empírica se comprueba que la variación de la curvatura de la curva - Spline en los puntos de unión entre los distintos arcos es lineal, con pendiente  $\alpha_1$  en el punto de unión de  $C_s$  y  $C_m$ , y  $\alpha_2$  en el análogo de  $C_m$  y  $C_e$ . Las pendientes mencionadas se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones:

$$\alpha_1 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ s & m \end{vmatrix}}{3} \quad \alpha_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ e & m \end{vmatrix}}{3} \quad (4.21)$$

Como se aprecia, la curvatura del camino alternativo generado presenta el esquema reflejado en la figura 4.12. Se ha supuesto que el radio del círculo de despegue es menor que el de aterrizaje, y por tanto, éste definirá una de las cotas de la curvatura. Debido a que un segmento de curva -Spline viene definido a partir de cuatro puntos de control, son tres los segmentos afectados en el cambio de curvatura de un arco a otro. Por lo antedicho, la transición se realiza a una distancia de  $3 \cdot r$ .

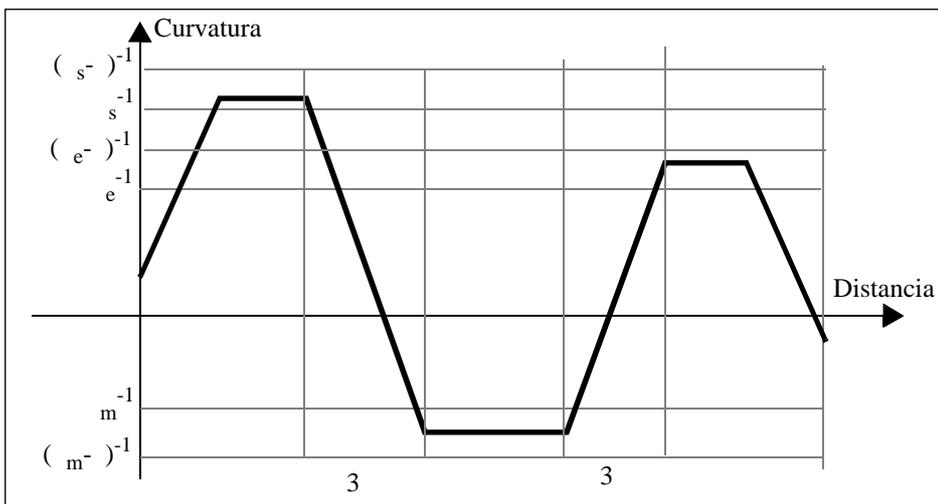


Figura 4.12. Esquema de curvatura del camino alternativo.

Debido a la propiedad de acotación cartesiana de la curva -Spline, cuando los vértices de control se encuentran sobre un arco circular de radio  $r$ , ésta comprende una curvatura acotada por los valores  $r^{-1}$  y  $(r^{-1})^{-1}$ , donde este último valor es el definido por la

expresión (4.9). De esta forma, la curvatura del camino se encuentra acotada por el valor máximo entre  $(r_s)^{-1}$  y  $(r_e)^{-1}$ , y por  $(r_m)^{-1}$ . Por lo tanto, si se conocen los valores de los radios de los círculos de despegue, circunnavegación y aterrizaje se puede determinar si el camino que especificado en virtud de dichos círculos resulta admisible desde el punto de vista cinemático. Ello se resuelve incluso antes de generar los puntos de control de control de la curva -Spline, con lo que se logra un ahorro importante de tiempo para intentar esquivar el obstáculo por el otro flanco del camino.

De este modo, gracias a las propiedades de la curva -Spline y a la forma de delimitar los puntos de control, se asegura la acotación de la curvatura, de tal forma que el camino sea admisible desde el punto de vista cinemático. Sin embargo, queda por determinar que el nuevo camino libre de obstáculos  $P_n(\cdot)$ , definido por la composición del camino original  $P(\cdot)$  y del camino alternativo  $P_o(\cdot)$  cumpla con las restricciones de continuidad en posición, orientación y curvatura. Para ello, se determinarán las condiciones necesarias que se impondrán a la función  $P_o(\cdot)$ , definida por la curva -Spline, para que presente la continuidad requerida. De modo que el problema consiste en la definición de ciertas condiciones de inicio sobre el primer segmento de curva -spline, y otras finales que debe cumplir el último segmento de  $P_o(\cdot)$ . Estas condiciones salen a la luz con el cálculo de una serie de puntos de control adicionales que se añadirán al inicio y al final de los ya construido sobre los tres círculos (figura 4.11).

Sea  $p_s$  el punto que representa las coordenadas cartesianas de las postura  $q_s$  del camino  $Q$  empleada como punto de despegue, y  $p'_s, p''_s$  la primera y segunda derivada de la curva en dicho punto. Ya que el camino se representa como la discretización en posturas  $Q$  de la función  $P(\cdot)$ , las derivadas mencionadas se pueden obtener de forma discreta como:

$$\begin{aligned} p'_s &= p_s - p_{s-1} \\ p''_s &= p'_{s+1} - p'_s \end{aligned} \quad (4.22)$$

donde  $p_{s-1}$  son las coordenadas cartesianas de la postura  $q_{s-1}$  inmediatamente anterior a  $q_s$ , y  $p'_{s+1}$  se obtiene de forma análoga a la indicada para  $p'_s$  en la primera ecuación de la expresión (4.22). De igual forma se definen las condiciones finales en el punto de aterrizaje, dadas por  $p_e, p'_e$  y  $p''_e$ . El cálculo de los vértices de control adicionales arriba relacionados, se realiza con la siguientes propiedades de las curvas -Splines para que  $P_n(\cdot)$  constate las condiciones de continuidad requeridas .

**• Propiedad 2. Condiciones iniciales de la curva Beta-Spline**

Sea  $f(\cdot)$  un segmento genérico de una curva  $\beta$ -Spline; existe un conjunto de valores para los puntos de control  $\{V_{-2}, V_{-1}, V_0\}$  tal que  $f(0)=p_s, f'(0)=p'_s$  y  $f''(0)=p''_s$ , donde  $p_s, p'_s$  y  $p''_s$  son el punto por donde se desee que pase la curva y los valores de la primera y segunda derivada que debe tomar la curva en dicho punto.

Exponiendo las condiciones iniciales de  $f(\cdot)$ :

$$\begin{aligned} p_s &= b_{-2}(0)V_{-2} + b_{-1}(0)V_{-1} + b_0(0)V_0 + b_1(0)V_1 \\ p'_s &= b'_{-2}(0)V_{-2} + b'_{-1}(0)V_{-1} + b'_0(0)V_0 + b'_1(0)V_1 \\ p''_s &= b''_{-2}(0)V_{-2} + b''_{-1}(0)V_{-1} + b''_0(0)V_0 + b''_1(0)V_1 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Debido a que en el punto  $t=0$   $b_i(\cdot)$  y sus derivadas resultan nulas, el sistema (4.23) queda determinado de forma completa. Al resolverlo se obtienen los valores de  $V_{-2}, V_{-1}$  y  $V_0$  que logran que la curva constate las condiciones iniciales antes expuestas.

$$\begin{aligned} V_{-2} &= p_s - p'_s + \frac{1}{3}p''_s \\ V_{-1} &= p_s - \frac{1}{6}p''_s \\ V_0 &= p_s + p'_s + \frac{1}{3}p''_s \end{aligned} \tag{4.24}$$

Con el fin de evitar saltos en la curvatura, los puntos de control calculados gracias a la expresiones (4.24), deben aparecer separados recíprocamente por la misma distancia  $\delta$ . Por otro lado, esta distancia también se verifica en el resto de los vértices del polígono de control. El espacio que se halla entre  $\{V_{-2}, V_{-1}, V_0\}$  depende en primera instancia del módulo de  $p'_s$ , por la ponderación que actúa sobre la segunda derivada. Por lo tanto, sería oportuno encontrar un factor  $K$  que multiplique a  $p'_s$  para que su módulo resulte precisamente  $\delta$ . Este factor, según las consideraciones expuestas, se define por:

$$K = \sqrt{\frac{\delta}{|p'_s|}} \tag{4.25}$$

El nuevo valor de la primera derivada susceptible de uso  $p'_{sn}$  queda contenido en la ecuación (4.26).

$$p'_{sn} = K p'_s \quad (4.26)$$

Esta alteración en la primera no afecta el valor de la orientación en dicho punto, por lo que mantiene una continuidad en posición y orientación con el camino original en el punto de despegue. Sin embargo, para asegurar la continuidad en curvatura resulta necesario modificar también la segunda derivada  $p''_s$ . Según la variación efectuada en la primera derivada, la nueva curvatura en el punto de despegue resulta:

$$s = \frac{K(x'y'' - x''y')}{\sqrt{K^2(x'^2 + y'^2)}^3} = \frac{x'y'' - x''y'}{K^2 \sqrt{(x'^2 + y'^2)}} \quad (4.27)$$

Con ello obtenemos  $s$  ponderada por el factor  $K^{-2}$ . Por tanto, para paliar este cambio en el valor de la curvatura resulta suficiente multiplicar la segunda derivada de  $p_s$  por el cuadrado del factor antes mencionado. En otras palabras, se utilizará como segunda derivada la definida en la siguiente expresión:

$$p''_{sn} = K^2 p''_s \quad (4.28)$$

Así en las ecuaciones (4.24), se deberán emplear como primera y segunda derivada las señaladas en (4.26) y (4.28) para llevar a cabo una transición sin saltos en la curvatura. De este modo existe un conjunto de valores que pueden asignarse a los vértices de control tal que la curva  $f(\cdot)$  verifique las condiciones impuestas en su punto inicial. Este conjunto de valores queda definido por la distancia a la que se prevea que se hallen separados los vértices de control  $\square$

De igual forma, para conseguir continuidad en posición, orientación y curvatura en el punto de aterrizaje.

### **• Propiedad 3. Condiciones finales de la curva Beta-Spline.**

Sea  $f(\cdot)$  un segmento genérico de una curva  $\beta$ -Spline; existe un conjunto de valores para los puntos de control  $\{V_{-1}, V_0, V_1\}$  tal que  $f(1)=p_e$ ,  $f'(1)=p'_e$  y  $f''(1)=p''_e$ , donde  $p_e$ ,  $p'_e$  y  $p''_e$  son el punto por donde se desee que pase la curva y los valores de la primera y segunda derivada que debe tomar la curva en dicho punto.

Las derivadas en el punto de aterrizaje  $p_e$  se calculan de la misma forma que las del punto de despegue, tal y como se ilustra en (4.22). Las condiciones finales son las que se expresadan a continuación:

$$\begin{aligned} p_e &= b_{-2}(1)V_{-2} + b_{-1}(1)V_{-1} + b_0(1)V_0 + b_1(1)V_1 \\ p'_e &= b'_{-2}(1)V_{-2} + b'_{-1}(1)V_{-1} + b'_0(1)V_0 + b'_1(1)V_1 \\ p''_e &= b''_{-2}(1)V_{-2} + b''_{-1}(1)V_{-1} + b''_0(1)V_0 + b''_1(1)V_1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Debido a que  $b_{-2}(l)$  y sus derivadas son nulas, las expresiones en (4.29) forman un sistema determinado de forma completa, donde los valores requeridos para los puntos de control son:

$$\begin{aligned} V_{-1} &= p_e - p'_e + \frac{1}{3}p''_e \\ V_0 &= p_e - \frac{1}{6}p''_e \\ V_1 &= p_e + p'_e + \frac{1}{3}p''_e \end{aligned} \quad (4.30)$$

y por último, es posible utilizar las expresiones (4.26) y (4.28) en la ponderación de la primera y segunda derivada para evitar saltos en la curvatura  $\square$

Gracias a las propiedades segunda y tercera reseñadas se puede calcular los puntos de control precisos para que al inicio y al final de la curva se verifiquen ciertas restricciones de posición, orientación y curvatura. Con ello, se asegura que no se presentarán discontinuidades entre el camino original y el alternativo que esquiva el obstáculo en los puntos de unión.

El último paso que debe llevarse a cabo, una vez construida la curva  $P_o(\ )$  que define el nuevo camino, consiste en la discretización de la misma para convertirla en un conjunto de posturas que pueda emplear el algoritmo de seguimiento. Esta discretización debe realizarse de modo que la posturas generadas resulten aproximadamente equidistantes. Por tanto, el problema se concentra en la elección del conjunto  $L$  de valores de  $\theta$  que cumpla la restricción impuesta.

La discretización puede ejecutarse sin dificultades con los métodos tradicionales de alto coste computacional (Gueter y Parent; 1.990). Sin embargo, gracias a las características de la curva y a la peculiaridad con la cual se ha construido el polígono de control, resulta posible considerar una relación lineal entre la variación del parámetro y la distancia de arco de curva recorrida. De este modo, se consiguen buenos resultados y a bajo coste.

En un segmento de curva el parámetro varía en el intervalo  $[0,1]$ , y, ya que dicho segmento está definido por cuatro vértices de control, en el caso de presentar un polinomio de control de longitud  $N$ , el parámetro deberá estar contenido en el intervalo  $[0,N-3]$ , siempre que  $N$  sea mayor que cuatro. Ello indicará que un polígono de control de longitud  $N$  define una curva -Spline compuesta de  $N-3$  segmentos. Puesto que los puntos de control se encuentran relativamente cercanos y homogéneamente separados por una distancia  $\Delta$ , es lícito considerar que cuando el parámetro varía en una unidad se ha recorrido  $\Delta$  unidades de longitud.

Por tanto, si se desea elaborar un camino con las posturas separadas por una distancia  $\Delta$ , el conjunto  $L$  utilizado para discretizar la curva viene originado por la siguiente expresión:

$$L = \{ 0, \Delta, 2\Delta, \dots, p \} \quad i = -(i + 1) \quad (4.31)$$

Una vez expuestas y solucionadas todas las condiciones precisas para la construcción del camino alternativo, la fase siguiente consiste en la especificación del algoritmo que confirma el sorteo de un obstáculo.

---

*EsquivaObstáculo( $Q, C_o, q_s, q_e, \Delta, l$ )*

*Especificar lado por donde se va a esquivar con (4.15) y parámetro  $l$ .*

*Construcción  $C_m$  (4.13).*

*Construcción  $C_s$  y  $C_e$  (4.16), (4.18).*

*Si error en (4.18) devolver ERROR\_FIGURA\_4.9.*

*Comprobar torsión (4.21).*

*Si demasiada torsión devolver ERROR\_TORSION.*

*Construcción polígono de control sobre  $C_s, C_m$  y  $C_e$ .*

*Calcular vértices adicionales de control para proporcionar continuidad en posición orientación y curvatura con  $Q$  (4.24), (4.26), (4.28) y (4.30).*

*Construcción de  $P_o(\Delta)$  (4.8).*

*Discretización en posturas de  $P_o(\Delta)$  utilizando como conjunto  $L$  el especificado en (4.31) para formar  $Q_o$ .*

*Retornar  $Q_o$ .*

*Fin EsquivaObstáculo.*

---

El algoritmo presentado, en el caso de no obtener ninguna situación errónea, devuelve el conjunto de posturas  $Q_o$  que representa el camino alternativo que esquiva el obstáculo aparecido en el camino original. Por otro lado se asegura con ello que este nuevo camino, libre de obstáculos, se muestra continuo en posición, orientación y curvatura en relación al original en los puntos de unión de despegue y aterrizaje. Sin olvidar que asegura una curvatura acotada entre ciertos valores proporcionados por el modelo cinemático del vehículo, de tal modo que el nuevo camino resulte admisible desde los supuestos cinemáticos. Otra característica importante es la suavidad de la variación de la curvatura proporcionada por las características de las curvas -Spline, con lo que se facilita al algoritmo de control su tarea, y se lleva a cabo un seguimiento del camino con el mínimo registro de errores posible.

#### **4.6. Conclusiones.**

---

En este capítulo se ha abordado el problema de la generación local de caminos aplicado al caso concreto del sorteo de obstáculos sin actividad que no se consideraron en el momento de realizar la planificación global. Esta problemática resulta frecuente en muchos casos debido a que el conocimiento del entorno es, en ocasiones, incompleto. Por otra parte, el método elabora un camino continuo en curvatura, acotando este parámetro entre ciertos valores deseados, y utiliza para la construcción del mismo una expresión cerrada. El principal objetivo se constituye en la construcción de un camino factible para un robot no omnidireccional.

El método propuesto propone una solución a los inconvenientes que presentaban algunos de los métodos clásicos de generación de caminos. Demuestra su capacidad de construir un camino admisible según los supuestos de la cinemática en tiempo real. Para ello, emplea curvas de tipo -Spline por las características que presenta este tipo de curvas y por la existencia de algoritmos eficientes para el cálculo de la misma. Por otra parte, se han definido tres nuevas propiedades de este tipo de curvas que aseguran la continuidad del camino global, así como la admisibilidad cinemática del camino local generado.

En otro orden de cosas, el planteamiento del método se muestra susceptible de ser generalizado para la construcción de caminos globales que conserve las mismas características de continuidad y acotación de la curvatura, tal y como se demuestra en los caminos locales generados mediante este método.

Las figuras 4.13 a 4.15 ilustran los resultados obtenidos mediante la aplicación del método propuesto en el robot móvil RAM-1. La primera de las figuras representa una misión de navegación desde un punto inicial  $A$  hasta otro  $B$  a través de un entorno con obstáculos. El resultado de las operaciones de planificación y generación consiste en el camino global marcado con línea discontinua. Sin embargo, ya que no se dispone de un mapa detallado, éste intercepta uno de los elementos del entorno. La acción de planificación local proporciona una vía alternativa para evitar el obstáculo. El nuevo camino local (en trazo continuo) se inicia en la postura de despegue  $q_s$ , finaliza en la de aterrizaje  $q_e$ , y transcurre a una distancia de seguridad del obstáculo, proporcionada por el modelo circular del mismo.

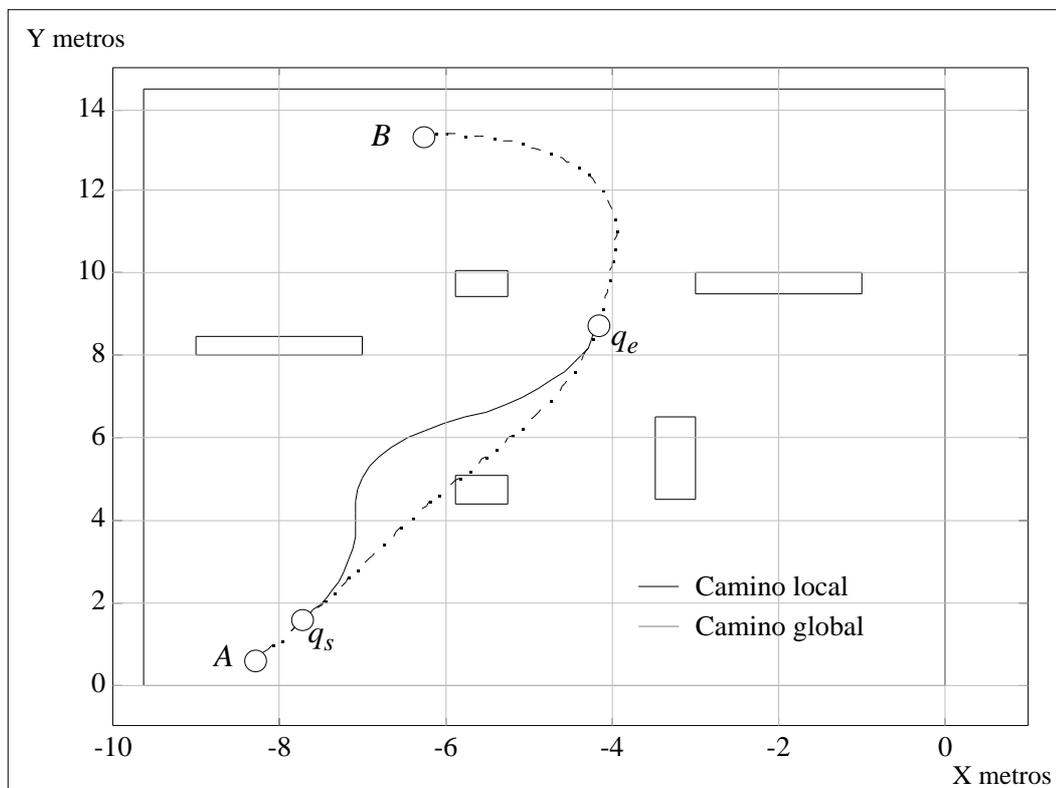


Figura 4.13. Camino global y local generado para evitar un obstáculo.

De esta forma, el nuevo camino libre de obstáculos que recorrerá el robot móvil para trasladarse desde el punto inicial hasta el objetivo se muestra con un trazo continuo en la figura 4.14. Superpuesto a éste, en línea discontinua, se representa el camino real navegado por el robot RAM-1 con un método de persecución pura (Martinez, 1.994) y a una velocidad constante de 0.4 metros por segundo. Este último se ha obtenido mediante la aplicación de técnicas odométricas mientras el vehículo realizaba el recorrido. Se puede observar cómo, gracias a las características del camino, el vehículo comete tan sólo un error insignificante en la labor de seguimiento.

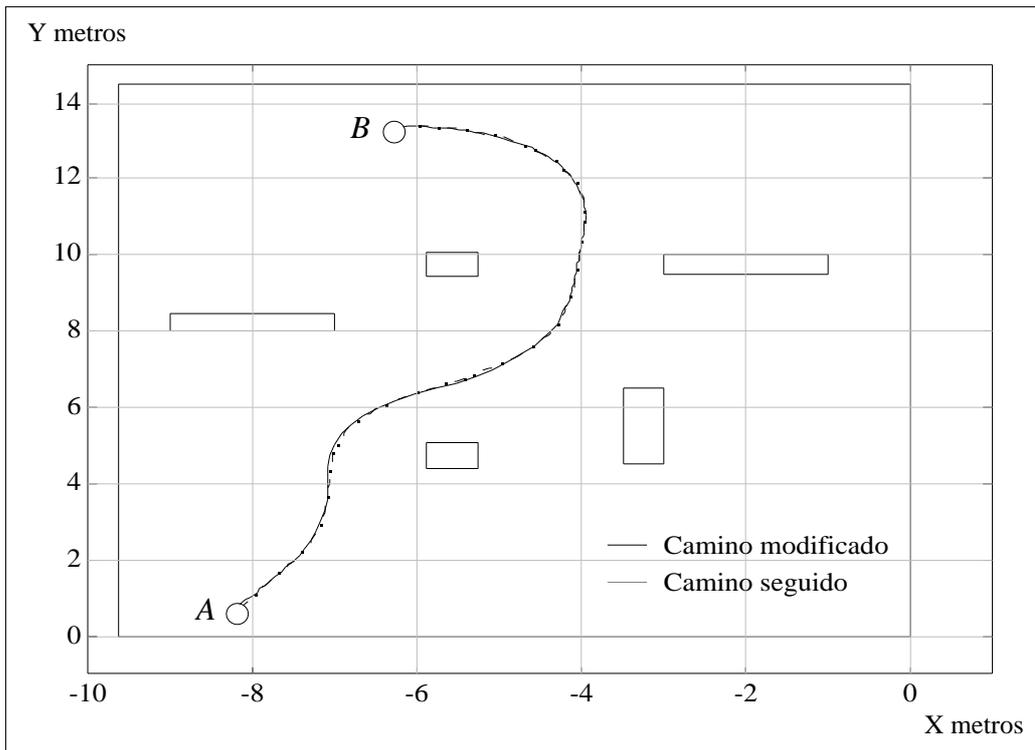


Figura 4.14. Camino modificado libre de obstáculos, y ejecución real del robot RAM-1.

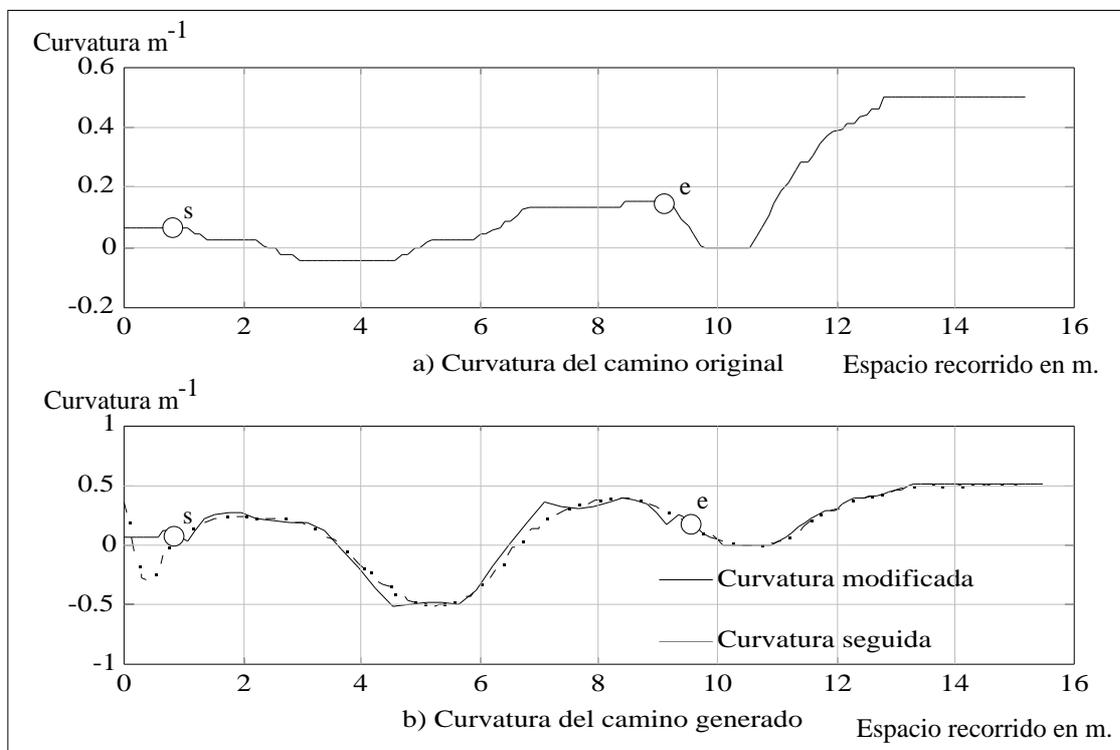


Figura 4.15. Curvatura del camino original y del modificado.

Por último, la figura 4.15 representa la curvatura del camino global antes y después de introducir la modificación mediante el camino local. Así, en la figura 4.15.a aparece la curvatura del camino original, mientras que la 4.15.b indica la curvatura del camino modificado. En esta última, en línea discontinua, se señala la curvatura generada por el vehículo RAM-1 correspondiente al experimento realizado. En ambas se destacan los puntos de curvatura donde se realiza el despegue y aterrizaje ( $q_s$  y  $q_e$ ), de modo que el intervalo de valores comprendido entre ambas marcas corresponde a la curvatura del camino local generado. Por otro lado se puede observar cómo guarda una continuidad en la curvatura en los puntos críticos reseñados con el camino global, gracias a las condiciones iniciales y finales impuestas a la curva -Spline. El uso de la mencionada curva proporciona al camino local continuidad y variación lineal de la curvatura, y merced a la propiedad de acotación cartesiana se observa la acotación de la mencionada variable entre los valores 0,5 y -0,5.

La figura 4.16 muestra el modelo circular de obstáculo empleado en la figura 4.13, y un conjunto de tres caminos locales generados con tres valores diferentes de  $\delta$  (separación de los puntos de control de la curva -Spline). A medida que decrece dicho parámetro, la curva se acerca al modelo circular del obstáculo, si bien sin llegar a interceptarlo (propiedad de acotación cartesiana). Ello asegura que el camino alternativo se ve libre de obstáculos, y por tanto el robot móvil puede navegar por él de modo seguro.

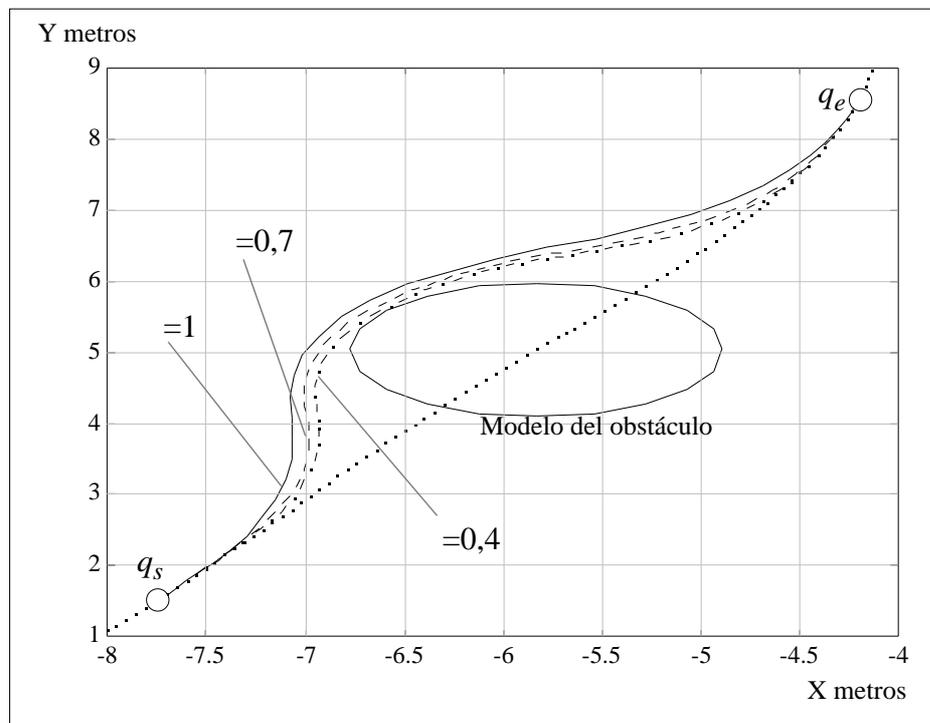


Figura 4.16. Caminos generados con diferentes valores de  $\delta$ .

El efecto que genera la reducción del valor  $\lambda$  sobre la curvatura del camino local se muestra en la figura 4.17. A medida que decrece el valor de dicho parámetro aumenta la torsión de la curva, decrece la longitud del camino y aparecen ciertos picos de curvatura en los extremos. Estos efectos logran que un factor importante resulte el ajuste del mencionado parámetro para obtener un camino con las características deseadas. De modo experimental se ha comprobado que un valor de  $\lambda$  adecuado para el RAM-1 es de 1,1 metros.

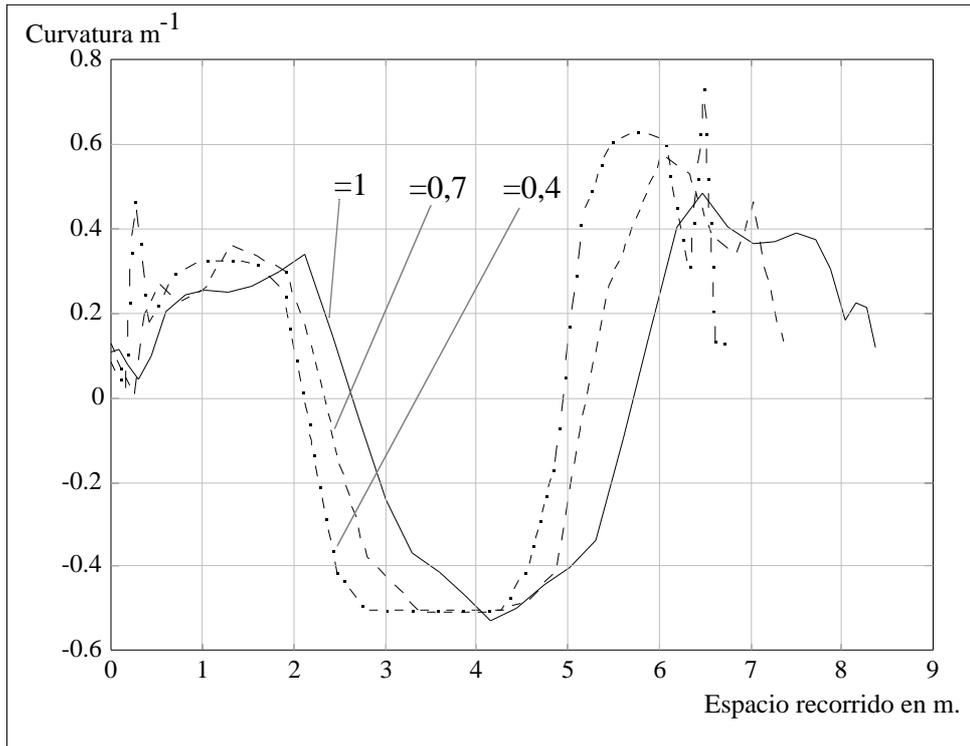


Figura 4.17. Curvatura de los caminos mostrados en la figura 4.16.

El método de sorteo de obstáculos aquí descrito ha sido implantado en una estación de trabajo SUN SPARC 2 situada a bordo del robot autónomo móvil RAM-1. Según las medidas establecidas, se necesitan aproximadamente 10 milisegundos para generar un camino de un centenar de posturas separadas de forma homogénea, mediante el uso de la expresión (4.31).