
APENDICE A.

El Robot autónomo móvil RAM-1.

A.1. Introducción.

El robot autónomo móvil RAM-1 fue diseñado y desarrollado en el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Málaga. El Departamento de Ingeniería Mecánica de la mencionada Universidad fue el encargado de realizar el sistema mecánico del vehículo. La concepción del RAM-1 responde a la de un banco de pruebas válido para la investigación sobre robots móviles en entornos industriales, tanto en navegación en interiores como exteriores (ver figura A.1).



Figura A.1. El robot autónomo móvil RAM-1.

El presente apéndice posee como objetivo mostrar sólo los aspectos del robot de utilidad para implantar el planificador de trayectorias desarrollado en esta tesis¹. De este modo, los sucesivos apartados describen los modelos cinemático y de incertidumbre, así como las limitaciones de velocidad y el sistema de navegación de a bordo.

1. La descripción detallada de los diferentes componentes que forman parte del RAM-1 se encuentra en la referencia (Martínez, 1.994).

A.2. Modelo cinemático.

El modelo cinemático directo proporciona una relación entre el sistema de coordenadas locales asociado al punto de guía del vehículo con respecto a otro global de trabajo. Para su representación se utiliza el jacobiano, que expresa el cambio en la posición y orientación en términos de la velocidad lineal v y angular \dot{d} . Si se considera que el espacio recorrido en un pequeño intervalo de tiempo resulta un segmento rectilíneo, los cambios producidos en la posición actual se reflejan por la siguiente expresión:

$$\dot{q} = J(q)V$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin & 0 \\ \cos & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v \\ \dot{d} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Por tanto, la posición actual del vehículo se define como el resultado de realizar la integral definida en el intervalo $[0,t]$ sobre la expresión matricial (A.1):

$$q = \int_0^t \dot{q}d = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_0^t -v \sin d \\ \int_0^t v \cos d \\ \int_0^t \dot{d} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Donde $q_0 = \{x_0, y_0, q_0\}$ representa la posición inicial del vehículo, y t el tiempo de recorrido.

La restricción de la no-holomicidad representada en las expresiones (A.1) y (A.2) limita la capacidad de movimiento del vehículo, y depende, de modo fundamental, de la configuración de éste. Así, como resultado del estudio del modelo cinemático se obtiene el radio de giro mínimo realizable, imprescindible para determinar la admisibilidad de un camino desde el punto de vista cinemático. A continuación se describe el mencionado arquetipo, en particular, para el RAM-1.

El robot móvil autónomo RAM-1 (figura A.2) posee cuatro ruedas localizadas en los vértices de un rombo. Las ruedas delantera y trasera, situadas sobre el eje longitudinal, conforman el sistema de dirección y se orientan de modo simultáneo mediante el uso de un motor de corriente continua y una barra rígida de dirección. Las ruedas paralelas situadas sobre el eje axial conforman el sistema de tracción diferencial del vehículo, de suerte que son accionadas de modo independiente. El sistema de coordenadas locales asociado se

encuentra situado en el centro del rombo (sobre el punto de guía), de forma que las ordenadas coinciden con el eje longitudinal del vehículo y las abscisas con el axial. Para realizar el seguimiento se emplea un guiado mixto basado en el uso de los sistema de dirección y de tracción de modo conjunto.

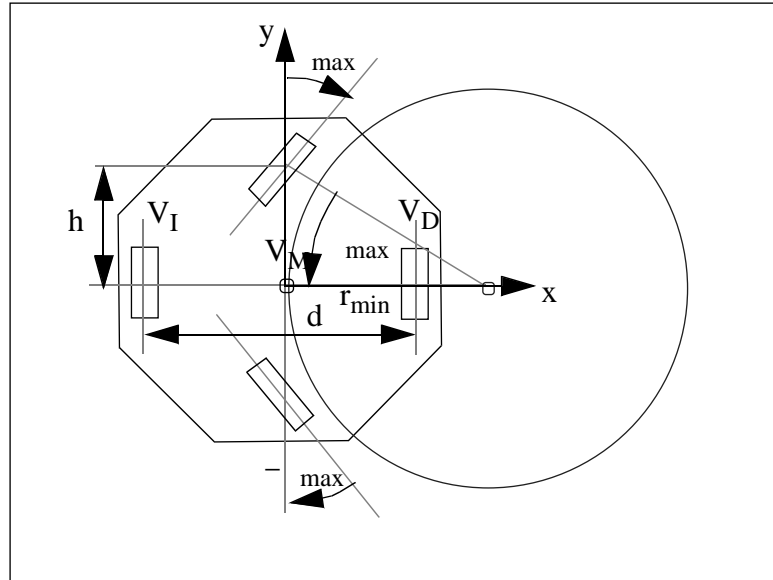


Figura A.2. Modelo cinemático del RAM-1.

En el caso de utilizar un modelo direccional de guiado del vehículo, el radio mínimo de giro r_{min} se determina por el máximo ángulo \max de orientación de las ruedas de direccionamiento. Mediante la aplicación del modelo de la bicicleta, se resuelve que el valor de éste se define como sigue:

$$r_{min} = \frac{h}{\tan \max} \quad (\text{A.3})$$

Sin embargo, el RAM-1 también posee un guiado diferencial mediante la imposición de distintas velocidades a las ruedas tractoras. El desarrollo de un giro de radio r_{min} , implica que ambas ruedas posean la misma velocidad angular ω . Entonces, la velocidades lineales de cada una de ellas se definen mediante la siguientes expresiones:

$$V_I = \left[r_{min} - \frac{d}{2} \right] \omega \quad V_D = \left[r_{min} + \frac{d}{2} \right] \omega \quad (\text{A.4})$$

De modo que la velocidad lineal V_M del punto de guía se especifica como:

$$V_M = r_{min} \quad (A.5)$$

Mediante la combinación de la expresión (A.5) con las relaciones (A.4), se obtiene las velocidades lineales V_I y V_D que deben desarrollar cada una de las ruedas para realizar el giro considerado:

$$V_I = V_M \left[1 + \frac{d}{2r_{min}} \right] \quad V_d = V_M \left[1 - \frac{d}{2r_{min}} \right] \quad (A.6)$$

La substracción entre las dos expresiones de (A.6) define la diferencia de velocidad necesaria para la realización del giro requerido.

$$V = V_I - V_D = \frac{V_M d}{r_{min}} \quad (A.7)$$

Partiendo del supuesto de que el giro de radio mínimo se alcanza cuando una de las ruedas tractoras se encuentra en reposo (por ejemplo $V_D=0$), la máxima curvatura que puede desarrollar el vehículo en este caso, según el esquema diferencial, se expresa por:

$$r_{min} = \frac{d}{2} \quad (A.8)$$

De este modo, el radio mínimo se define como la cota más restrictiva entre las expresiones (A.3) y (A.8). En el caso del RAM-1, tanto el sistema de dirección como el de tracción permiten un radio de giro nulo. Sin embargo, ésto se efectúa mediante la aplicación de una velocidad de giro negativa a una de las ruedas tractoras. Debido a lo desaconsejable de esta acción en el seguimiento de trayectorias, se considera como límite inferior del radio de giro al valor expresado en la relación (A.8):

$$r_{min} = 0,47 \quad (A.9)$$

A.3. Modelo de incertidumbre

La navegación a través de un entorno con obstáculos se basa en el conocimiento de la posición actual del robot móvil. Para realizar la estimación de la posición pueden emplearse diversos procedimientos:

- El sistema odométrico del vehículo: Realiza una estimación de la posición rápida, lo que permite ser utilizado por el algoritmo de seguimiento de trayectorias. Sin embargo, debido a las imprecisiones inherentes de procedimiento la incertidumbre en la posición aumenta a medida que el vehículo recorre la trayectoria.
- Mediante el uso de sensores externos: Consume gran cantidad de tiempo de cálculo, pero la precisión obtenida no depende de la distancia viajada. Además, puede resultar necesario detener el vehículo para realizar la estimación de modo correcto.

Entre las razones que provocan la aparición de la incertidumbre en la posición en el robot RAM-1 derivada del uso de técnicas odométricas, cabe destacar:

- Las medidas que proporciona el sistema de odometría no son exactas, acarrea ciertos errores introducidos por la naturaleza del sensor (Wang, 1.988), y son realizadas a intervalos de tiempo discretos.
- Los microdeslizamientos, provocados por la aparición de fuerzas laterales, son difíciles de contemplar debido a la complejidad de su naturaleza.
- El error introducido al posicionar el vehículo al comienzo de la trayectoria para iniciar el seguimiento.
- Los conflictos introducidos por el sistema de guiado mixto, motivado por las diferentes dinámicas de los componentes direccional y diferencial.

Por tanto, surge la necesidad de construir un modelo de incertidumbre espacial que garantice la navegación segura del vehículo mediante la elección de un adecuado factor de expansión del entorno (consultar capítulo 3). Asimismo, la reducción de la incertidumbre de la posición, mediante el uso de sensores externos, puede llevarse a cabo sólo cuando sea requerido, lo que descarga al sistema de navegación de cálculos innecesarios.

A.3.1. Modelo de crecimiento de la incertidumbre.

La incertidumbre en posición aumenta a medida que el vehículo sigue una trayectoria según los factores mencionados en la introducción de este apartado. Esta es una circunstancia que merece consideración para realizar una planificación segura (figura A.3).

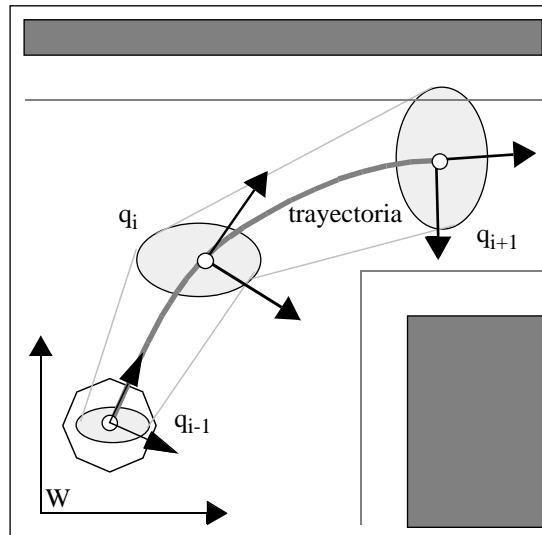


Figura A.3. Crecimiento de la incertidumbre en posición.

El planificador construye una trayectoria mediante el uso de una versión dilatada del entorno. Por tanto, un parámetro crítico consiste en la elección del factor de expansión. Este se constituye como resultado la función del radio del círculo que modela el robot, así como de cierta distancia de seguridad obtenida mediante el uso del modelo de incertidumbre. Según este esquema, resulta necesario replanificar el camino cuando el área que representa la incertidumbre en posición, la elipse sombreada de la figura A.3, intercepta algún polígono que modela un obstáculo real del entorno, como ocurre en la postura q_{i+1} de la mencionada figura.

Sea $q_{i+1}=(x_{i+1},y_{i+1}, \theta_{i+1})$ la próxima estimación de la posición, especificada con respecto al sistema de coordenadas local asociado a la postura actual ${}^wq_i=({}^wx_i, {}^wy_i, \theta_i)$. Si este último se encuentra determinado con respecto al sistema global de referencias W , entonces la expresión de la postura q_{i+1} según el sistema global ${}^wq_{i+1}$, se define como:

$$\begin{aligned} {}^wx_{i+1} &= {}^wx_i + \cos(\theta_i) x_{i+1} - \sin(\theta_i) y_{i+1} \\ {}^wy_{i+1} &= {}^wy_i + \sin(\theta_i) x_{i+1} + \cos(\theta_i) y_{i+1} \\ \theta_{i+1} &= \theta_i + \theta_{i+1} \end{aligned} \tag{A.10}$$

Sin embargo, los vectores q_{i+1} y ${}^w q_i$ se ven afectados por los errores introducidos por la odometría, de forma que se consideran variables aleatorias distribuidas de forma normal con medias precisadas por los vectores:

$${}^w \hat{q}_i = ({}^w \hat{x}_i, {}^w \hat{y}_i, {}^w \hat{\theta}_i) \quad \hat{q}_{i+1} = (\hat{x}_{i+1}, \hat{y}_{i+1}, \hat{\theta}_{i+1}) \quad (\text{A.11})$$

La dispersión de la distribución se especifica por:

$${}^w q_i = ({}^w x_i, {}^w y_i, {}^w \theta_i) \quad q_{i+1} = (x_{i+1}, y_{i+1}, \theta_{i+1}) \quad (\text{A.12})$$

Las matrices de covarianza asociadas se reflejan mediante las expresiones:

$${}^w C_i = E({}^w q_i {}^w q_i^T) \quad (\text{A.13})$$

$$C_{i+1} = E(q_{i+1} q_{i+1}^T)$$

Donde E representa la esperanza matemática y T la operación de transposición de matrices. La determinación del área de incertidumbre en la postura q_{i+1} con respecto al sistema de referencias globales W , implica el cálculo de los vectores ${}^w \hat{q}_{i+1}$ y ${}^w q_{i+1}$. El primero de ellos puede conocerse de forma aproximada, mediante el uso de la expansión en fracciones de Taylor de la expresión (A.10) evaluada en las medias (Smith y Cheeseman, 1986):

$${}^w \hat{x}_{i+1} = {}^w \hat{x}_i + \cos({}^w \hat{\theta}_i) \hat{x}_{i+1} - \sin({}^w \hat{\theta}_i) \hat{y}_{i+1}$$

$${}^w \hat{y}_{i+1} = {}^w \hat{y}_i + \sin({}^w \hat{\theta}_i) \hat{x}_{i+1} + \cos({}^w \hat{\theta}_i) \hat{y}_{i+1} \quad (\text{A.14})$$

$${}^w \hat{\theta}_{i+1} = {}^w \hat{\theta}_i + \hat{\theta}_{i+1}$$

$${}^w q_{i+1} = \mathbf{J} ({}^w q_i, q_{i+1})^T$$

Donde \mathbf{J} es el Jacobiano y se representa como sigue:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & {}^w \hat{y}_i - {}^w \hat{y}_{i+1} & \cos({}^w \hat{\theta}_i) & -\sin({}^w \hat{\theta}_i) & 0 \\ 0 & 1 & {}^w \hat{x}_{i+1} - {}^w \hat{x}_i & \sin({}^w \hat{\theta}_i) & \cos({}^w \hat{\theta}_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Si los vectores de error q_{i+1} y q_i resultan independientes, entonces la matriz de covarianzas ${}^w C_{i+1}$, se calcula como sigue:

$${}^w C_{i+1} = J \begin{bmatrix} {}^w C_i & 0 \\ 0 & C_{i+1} \end{bmatrix} J^T \tag{A.16}$$

Esta última expresión modela el crecimiento o propagación de la incertidumbre a lo largo de un camino. La elipse que define la región de incertidumbre en la postura q_{i+1} se halla centrada sobre el punto $({}^w \hat{x}_i, {}^w \hat{y}_i)$, obtenido a partir de la expresión (A.14), y su ecuación se determina a partir de la matriz de covarianzas ${}^w C_{i+1}$ con el umbral del 90%:

$$4.6 = \frac{{}^w y_{i+1}^2 x^2 + {}^w x_{i+1}^2 y^2 - 2 {}^w xy_{i+1} x y}{{}^w x_{i+1}^2 y^2 - {}^w xy_{i+1}^2} \tag{A.17}$$

Los elementos ${}^w x_{i+1}^2$, ${}^w y_{i+1}^2$ y ${}^w xy_{i+1}$ son, de forma respectiva, los componentes (1, 1), (2, 2) y (1, 2) de la matriz ${}^w C_{i+1}$.

La representación gráfica del área de incertidumbre, introducido por la ecuación (A.17), se ilustra en la figura A.4.

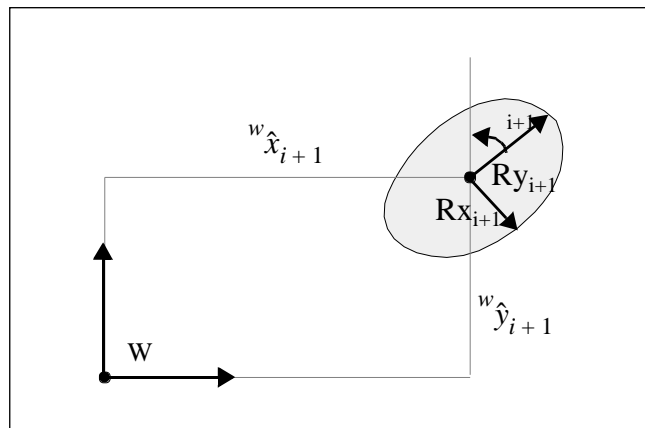


Figura A.4. Representación gráfica del área de incertidumbre.

Como se puede observar en la mencionada figura, resulta oportuno el cálculo de los radios mayor y menor denotados por R_{y+1} y R_{x+1} , así como el ángulo de orientación θ_{i+1} que define la inclinación de la elipse con respecto al sistema global W . Dichos parámetros se deducen a partir de la ecuación A.17, y sus expresiones son las siguientes:

$$\begin{aligned}
\theta_{i+1} &= \frac{1}{2} \operatorname{atan} \frac{2 \sqrt{w} x y_{i+1}}{\sqrt{y_{i+1}^2 - w x_{i+1}^2}} \\
R x_{i+1} &= \sqrt{\frac{9.21 \left(\sqrt{w} x_{i+1}^2 \sqrt{w} y_{i+1}^2 - w x y_{i+1}^2 \right)}{\sqrt{w} x_{i+1}^2 + \sqrt{w} y_{i+1}^2 + T}} \\
R y_{i+1} &= \sqrt{\frac{9.21 \left(\sqrt{w} x_{i+1}^2 \sqrt{w} y_{i+1}^2 - w x y_{i+1}^2 \right)}{\sqrt{w} x_{i+1}^2 + \sqrt{w} y_{i+1}^2 - T}}
\end{aligned} \tag{A.18}$$

Donde el valor de T se señala a continuación:

$$T = \sqrt{\left(\sqrt{w} y_{i+1}^2 - \sqrt{w} x_{i+1}^2 \right)^2 + 4 \sqrt{w} x y_{i+1}^2} \tag{A.19}$$

A.3.2. Aplicación al robot móvil autónomo RAM-1.

La dificultad de la aplicación del modelo de crecimiento de la incertidumbre descrito reside en la caracterización de la matriz C_{i+1} asociada a la estimación de la posición mediante el uso de técnicas odométricas. La matriz de covarianzas inicial ${}^w C_1$ depende, de modo exclusivo, del método usado para localizar el robot en el plano (Watanabe y Yuta, 1.990).

Para el cálculo de la matriz C_{i+1} se consideran las siguientes suposiciones:

- La distancia recorrida entre dos estimaciones consecutivas es lo suficientemente pequeña. En vehículos que presentan una relación adecuada entre la velocidad máxima de navegación y el periodo de estimación de la posición, esta suposición resulta cierta. En el caso del RAM-1 los valores son de 1.7 m/sg y 20 msg respectivamente, por tanto, la distancia máxima recorrida entre dos estimaciones resulta de 3,4 cm.
- El robot móvil se desplaza en línea recta entre dos posturas correlativas del camino. La certeza de esta hipótesis es de aplicación en pequeñas distancias (Amidi, 1.990).
- La propagación de la incertidumbre resulta proporcional a la distancia recorrida. La expresión A.16 indica, de manera clara, la carencia de linealidad, pero esta suposición puede considerarse cierta para pequeñas distancias.

- El sistema de locomoción se encuentra bien calibrado, lo que elimina la posibilidad de errores sistemáticos. De este modo, los errores x_{i+1} , y_{i+1} y θ_{i+1} se suponen no correlados. En otras palabras, C_{i+1} es una matriz diagonal.

Sea C la matriz que representa la máxima incertidumbre alcanzada al recorrer una distancia dS . Según las consideraciones efectuadas en los cuatro puntos anteriores, la matriz C_{i+1} de covarianzas obtenida al recorrer la distancia ds_{i+1} se puede aproximar mediante la expresión:

$$C_{i+1} = C \frac{ds_{i+1}}{dS} \quad (\text{A.20})$$

La representación gráfica del significado de la ecuación A.20 aparece reflejado en la figura A.5.

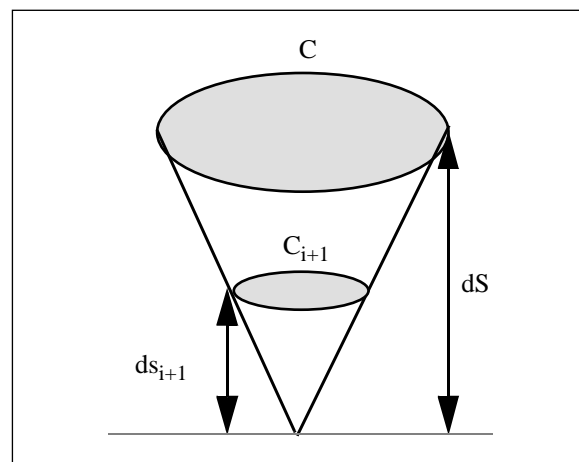


Figura A.5. Propagación lineal de la incertidumbre.

La estimación de la matriz de covarianzas C se realiza mediante el uso de un proceso iterativo, que trata de ajustar los autovalores de ésta con los de otra matriz C_r obtenida mediante la experimentación real con el vehículo. La metodología utilizada para la caracterización de C_r ha consistido en el seguimiento de un camino rectilíneo a cierta velocidad constante. La repetición de dicho experimento con diferentes velocidades, y la medida del error cometido entre la posición estimada y la real proporcionaron los datos estadísticos requeridos.

Sea $Propagación(C,Q)$ una función que proporciona la matriz de incertidumbre como resultado de componer, de forma continuada, la matriz C sobre cada postura del camino Q mediante el uso de la expresión (A.16). El método iterativo de estimación de la matriz C se presenta mediante el uso del siguiente algoritmo:

Función Estimación

Calcular la matriz de covarianzas real C_r

Sea Q un camino lineal.

Inicializar C con el resultado de emplear la expresión (A.20) con C_r

Inicializar C_f con la matriz nula.

Mientras C_f no resulte similar a C_r hacer

Ajustar los autovalores de C .

$C_f = Propagación(C,Q)$.

Fin Mientras

Retornar C .

Fin Estimación

En particular, para el robot autónomo móvil RAM-1, el uso del procedimiento descrito ha proporcionado los valores de la matriz C mostrados a continuación:

$$C = \begin{bmatrix} 0.000017 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000017 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 \end{bmatrix} \quad (A.21)$$

La figura A.6 muestra, con marcas circulares, las posiciones finales alcanzadas por el robot RAM-1 al navegar un camino de trece metros de longitud a una velocidad constante de un metro por segundo. De este modo, se puede observar como en el transcurso de las ocho pruebas de navegación, las posiciones finales se hallan en el interior de la elipse de incertidumbre que se obtuvo mediante el uso del modelo de propagación expuesto en la expresión (A.16) y los valores de C presentados en (A.21).

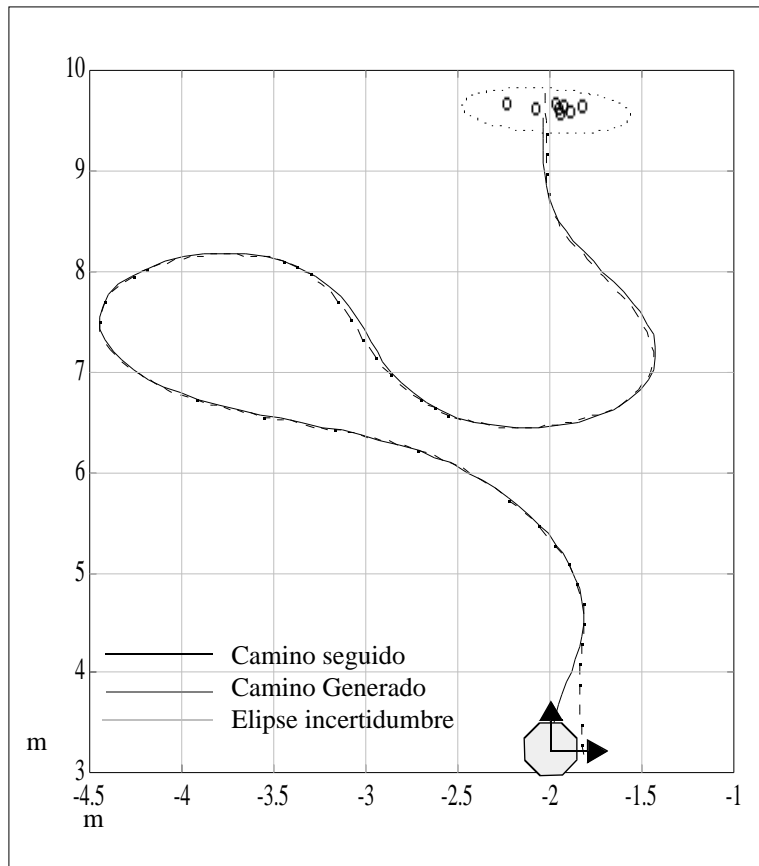


Figura A.6. Propagación de la incertidumbre en el robot autónomo móvil RAM-1.

La medida de las posiciones finales en cada uno de los experimentos se realizó con ayuda de procedimientos externos al vehículo.

A.4. Limitaciones de velocidad

En este apartado se exponen las limitaciones de velocidad y aceleración que desde el punto de vista de construcción y cinemático afectan al robot autónomo móvil RAM-1, y que emplea el procedimiento de planificación de velocidades.

A.4.1. Limitaciones de construcción.

i) Limitación mecánica de la velocidad:

$$V < 1,78 \frac{m}{sg} \tag{A.22}$$

ii) **Limitaciones mecánicas de la aceleración:** Mediante la estimación empírica del coeficiente de inercia de las masas en rotación, se obtiene el siguiente rango de aceleraciones permitidas:

$$a \in [-1, 1, 0, 8] \frac{m}{sg^2} \quad (A.23)$$

No obstante, debido a que el proceso de planificación considera un intervalo simétrico de aceleraciones, con respecto al valor nulo, se utiliza $[-0.8, 0.8]$ en lugar del señalado en la relación (A.23).

A.4.2. Limitaciones cinemáticas.

i) **Limitación cinemática de la velocidad:** La relación entre la velocidad de las ruedas tractoras con respecto a la del punto de guía del vehículo, cuando éste recorre un círculo de radio r_{min} se especifica en las expresiones de (A.6). Si una de las ruedas motrices se le impone la máxima velocidad V_{max} que puede desarrollar, la velocidad del punto de guía en un giro de curvatura se refleja en la siguiente expresión:

$$V_{max} = V_D = V_M \left[1 + \frac{d}{2} \right] \quad (A.24)$$

Por lo tanto, se deduce que la limitación cinemática de la velocidad resulta:

$$V \leq \frac{2V_{max}}{2+d} \frac{m}{sg} \quad (A.25)$$

En el caso del RAM-1, $d=0.94$ m y $V_{max}=1.7$ m/sg.

ii) **Limitación cinemática de la aceleración:** Esta restricción no se utiliza en el procedimiento de planificación, al ser un efecto de las limitaciones anteriores. No obstante, los valores válidos de ésta se definen mediante el intervalo:

$$a \in \left[\frac{-1,1}{1+0,47}, \frac{0,8}{1+0,47} \right] \frac{m}{sg^2} \quad (A.26)$$

A.5. Sistema de navegación

Los distintos procedimientos desarrollados en esta tesis para la planificación de trayectorias se hallan integrados en el interior del sistema de navegación de robot autónomo RAM-1, tal como se ilustra en la figura A.7.

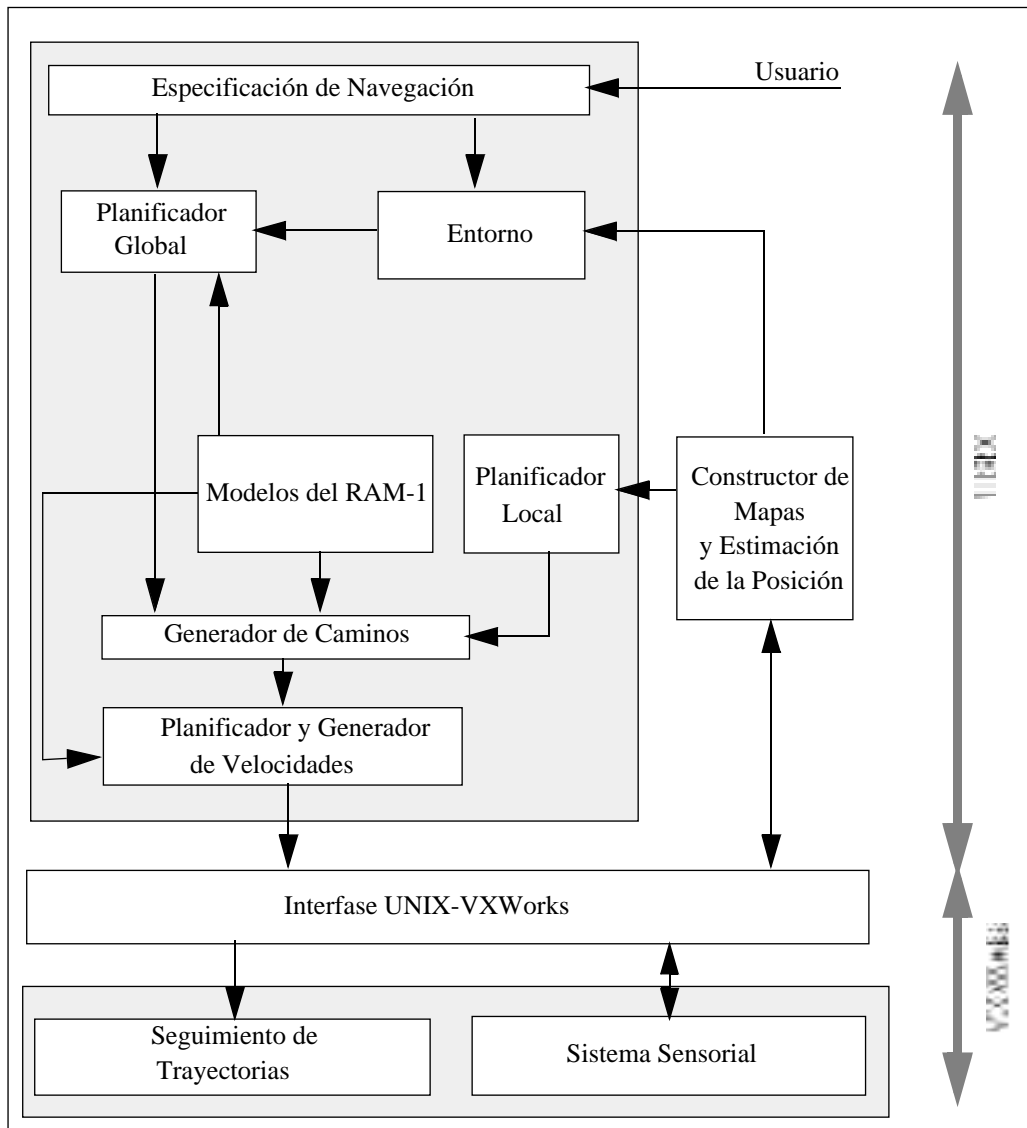


Figura A.7. Sistema de navegación del robot móvil autónomo RAM-1.

La concepción del RAM-1 como banco de pruebas en la investigación sobre robots móviles, tiende al carácter general del navegador. Por ello, no se muestra en la mencionada figura módulos como el encargado de realizar la planificación de alto nivel de la tarea o el planificador temporal de los distintos procesos. El objetivo consiste en mostrar la interrelación entre cada uno de los módulos implantados en el sistema.

El sistema de navegación se encuentra dividido en dos bloques fundamentales, según los requerimientos de tiempo real de cada uno de los procesos. De este modo, la parte superior, menos restrictiva desde el punto de vista temporal y fundamentada en el sistema operativo UNIX, contiene los procedimientos de planificación, construcción de mapas y estimación de posición. La etapa inferior, realizada bajo el sistema operativo de tiempo real VxWork de Wind River Systems Inc., comprende los procesos de seguimiento de trayectorias y gestión de sensores, los cuales precisan unas especificaciones más estrictas de tiempo real.

Mediante el uso de las especificaciones impuestas por el usuario y de la posición actual suministrada por el estimador de posición, el planificador global construye la ruta libre de obstáculos, que define la tarea que se llevará a cabo. El cálculo de la ruta ha requerido en primer lugar efectuar la dilatación del entorno, según el factor de expansión definido por los modelos geométricos y de incertidumbre del RAM-1, así como la construcción del grafo de visibilidad cinemático con la información proporcionada por el correspondiente arquetipo. La generación del camino se lleva a cabo con el uso de la ruta planificada; la posterior conversión a trayectoria se realiza en la etapa de planificación y generación de velocidades.

Realizar pequeños cambios en el entorno implica la reconstrucción del grafo de visibilidad cinemático. Sin embargo, esta operación resulta costosa desde el punto de vista computacional. Para evitar obstáculos imprevistos, sin necesidad de recurrir a la mencionada acción, el constructor de mapas informa al planificador local de la situación del objeto, para que éste defina un punto libre del entorno por donde construir el camino local.

