

# ANÁLISIS DEL EFECTO DEL RUIDO DE ESTIMACIÓN DEL CANAL EN LA BER DE LOS SISTEMAS DE MODULACIÓN ADAPTATIVA

José F. Paris Ángel

M. del Carmen Aguayo Torres

José T. Entrambasaguas Muñoz

Departamento de Ingeniería de  
Comunicaciones  
Universidad de Málaga  
paris@ic.uma.es

Departamento de Ingeniería de  
Comunicaciones  
Universidad de Málaga  
aguayo@ic.uma.es

Departamento de Ingeniería de  
Comunicaciones  
Universidad de Málaga  
jtem@ic.uma.es

## ABSTRACT

Adaptive modulation exhibits appreciable sensitivity to the channel estimation process. Its performance, specially the BER, can be seriously affected by imperfect channel estimation. In such degradation, two main mechanisms are involved: the estimation delay and the estimation noise.

Previous works have analyzed, considering the estimation noise as negligible, the effect of estimation delay on the BER of Adaptive QAM (AQAM) systems over flat fading. It was showed that the BER can significantly increase with moderate delay values. Even when the system estimation delay is low, the estimation noise impact on the BER can be quite important depending on the channel estimation technique.

In this paper, it is studied how the BER of AQAM systems is affected by the estimation noise over Rayleigh fading. Assuming that Pilot Symbol Assisted Modulation (PSAM) is employed, analytical expressions are obtained and the severity of the BER degradation is discussed in terms of the system parameters.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de modulación adaptativa permiten incrementar significativamente la eficiencia espectral en canales radio con desvanecimientos y, simultáneamente, mantener una cierta tasa de error objetivo. Recientemente se han propuesto numerosos esquemas, entre los cuales lo habitual es variar el tipo de constelación QAM y/o la potencia transmitida en función del estado del canal [1]-[2], o incluso empleando diferentes esquemas de codificación de canal [3].

Es bien conocida la sensibilidad de la BER de los sistemas de modulación adaptativa a la calidad de la estimación del canal, sobre todo en canales con desvanecimientos rápidos de tipo Rayleigh [4]-[5]. En este sentido, los principales mecanismos relacionados con la degradación de la BER son el retardo y el ruido de estimación.

En [5] se analiza la degradación de la BER objetivo en los esquemas QAM adaptativos considerando únicamente el efecto del retardo asociado a todo el proceso de estimación de canal, concluyendo que, con valores moderados de retardo el incremento de la BER del sistema puede ser inaceptable. Pero incluso cuando el retardo de estimación es muy pequeño, el ruido asociado a éste puede producir un efecto de degradación similar.

Por ello en este trabajo se estudia el impacto del ruido de estimación del canal en los sistemas QAM adaptativos, llegando a expresiones analíticas para la degradación media de la BER cuando se emplean símbolos pilotos para realizar la estimación de canal (*Pilot Symbol Assisted Modulation*, PSAM).

## 2. MODELO DE SISTEMA

Se han propuesto diversos esquemas de modulación QAM adaptativos que, variando el tamaño de la constelación  $k(\gamma)$  (bits/símbolo) y/o la potencia transmitida  $S(\gamma)$  (W) en función de la relación señal a ruido instantánea (SNR) del canal  $\gamma$ , maximizan la eficiencia espectral a la vez que se mantiene un cierto objetivo en la BER [1]-[2]. En este trabajo se considerará un esquema como el analizado en [5] y descrito en [1, sección IV.B] donde la variación de  $k(\gamma)$  y  $S(\gamma)$  es continua y el objetivo es mantener una cierta tasa de error instantánea  $BER(\gamma)$  constante e igual a  $BER_T$ .

Las variaciones óptimas de estas magnitudes para maximizar la eficiencia espectral del sistema son

$$\frac{S(\gamma)}{S} = \frac{K_0}{1.6} \left( \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) u(\gamma - \gamma_0) \quad (1)$$

$$k(\gamma) = \log_2(\gamma/\gamma_0) u(\gamma - \gamma_0) \quad (2)$$

con  $K_0 = -\ln(5 \cdot BER_T)$  y  $\gamma_0$  la SNR de corte del esquema determinada por condición  $E[S(\gamma)/S] = 1$ . Mediante (1) y (2) se consigue mantener constante la BER instantánea de forma que

$$BER(\gamma) = 0.2 \cdot \exp\left(-\frac{1.6 \cdot \gamma}{2^{k(\gamma)} - 1} \cdot \frac{S(\gamma)}{S}\right) u(\gamma - \gamma_0) = BER_T \cdot u(\gamma - \gamma_0) \quad (3)$$

## 3. ANÁLISIS DE LA DEGRADACIÓN DE LA BER

Cuando la estimación de canal es ruidosa, la constelación y potencia se escogen en (1) y (2) con una SNR instantánea  $\gamma$  ruidosa diferente del verdadero valor  $\gamma$ . Si se usa estimación mediante pilotos (PSAM), el ruido de estimación sólo depende del ruido del canal y viene caracterizado por el error cuadrático medio de estimación  $\mathcal{X}$  [6]. Puesto que el desvanecimiento es tipo Rayleigh,  $\gamma$  sigue una distribución exponencial de media  $\bar{\gamma}$ . En las condiciones descritas,  $\gamma$  y  $\gamma$  son variables aleatorias dependientes.

Se puede demostrar que la función densidad de probabilidad conjunta de ambas variables aleatorias es

$$p_{\gamma, \bar{\gamma}}(\gamma, \bar{\gamma}) = \frac{1}{\bar{\gamma}^2 \chi} \cdot \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} - \frac{\gamma + \bar{\gamma}}{\chi \bar{\gamma}}\right) \cdot I_0\left(\frac{2}{\chi \bar{\gamma}} \sqrt{\gamma \bar{\gamma}}\right) \quad (4)$$

donde  $I_0(\cdot)$  es la función de Bessel modificada de primera especie y orden cero. Además, la BER instantánea en (3) viene ahora dada por

$$\begin{aligned} BER(\gamma, \bar{\gamma}) &= 0.2 \exp\left(-1.6 \frac{\gamma}{2^k(\bar{\gamma}) - 1} \frac{S(\bar{\gamma})}{\bar{S}}\right) u(\bar{\gamma} - \gamma_0) = \\ &= 0.2 \exp(-K_0 \gamma / \bar{\gamma}) u(\bar{\gamma} - \gamma_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Se puede definir la variación media de la BER cuando hay transmisión como

$$\langle BER \rangle = \frac{E[BER(\gamma, \bar{\gamma})]}{Pr(\bar{\gamma} \geq \gamma_0)} = \frac{\int_{\bar{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} \int_{\gamma=0}^{\infty} BER(\gamma, \bar{\gamma}) p_{\gamma, \bar{\gamma}}(\gamma, \bar{\gamma}) d\gamma d\bar{\gamma}}{\int_{\bar{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} p_{\bar{\gamma}}(\bar{\gamma}) d\bar{\gamma}} \quad (6)$$

Substituyendo (4) y (5) en (6) y realizando la integración en la variable  $\gamma$ , se obtiene

$$\begin{aligned} \langle BER \rangle &= \\ &= \frac{1}{5 \cdot \bar{\gamma}} \exp\left(\frac{\gamma_0 / \bar{\gamma}}{1 + \chi}\right) \int_{\bar{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma} + \chi(\bar{\gamma} + K_0 \bar{\gamma})} \exp\left(-\frac{\bar{\gamma}(\bar{\gamma} + K_0 \bar{\gamma}) / \bar{\gamma}}{\bar{\gamma} + \chi(\bar{\gamma} + K_0 \bar{\gamma})}\right) d\bar{\gamma} \end{aligned} \quad (7)$$

Dicha expresión puede evaluarse de forma especialmente eficiente y exacta mediante una fórmula de cuadratura de Gauss-Laguerre tras el cambio de variable  $x = \bar{\gamma} / (1 + \chi) / \bar{\gamma}$ ,

$$\langle BER \rangle \approx 0.2 \sum_{n=1}^N w_n \frac{x_n + a}{x_n + a + \mu \chi} \exp\left(-\mu \frac{x_n + a}{x_n + a + \mu \chi}\right) \quad (8)$$

donde  $a = \gamma_0 / \bar{\gamma} / (1 + \chi)$ ,  $\mu = K_0 / (1 + \chi)^2$  y por otra parte  $x_n$  son los ceros del polinomio de Laguerre de orden  $N$ -ésimo  $L_N(x)$  y los pesos asociados  $w_n = x_n / (L_{N+1}(x_n))^2$  [7, sección 3.6].

#### 4. RESULTADOS NUMÉRICOS Y CONCLUSIONES

En las Figuras 1 y 2 se muestra la evaluación de la expresión (8) con  $N = 64$  para dos posibles tasas de error objetivo  $BER_T$  y diferentes relaciones señal a ruido media del canal  $\bar{\gamma}$  en función del nivel de ruido de estimación  $\bar{\chi}$ .

Cuando  $BER_T = 10^{-2}$  (Fig. 1), que es un valor razonable para la transmisión de voz [1], el sistema puede admitir un nivel de ruido relativamente elevado de unos -12 dB hasta que la degradación es significativa, por ej. hasta que  $\langle BER \rangle = 2 \cdot BER_T$ . Sin embargo cuando  $BER_T = 10^{-4}$  (Fig. 2), más apropiado para la transmisión de datos [1], el sistema experimenta una degradación apreciable con niveles de ruido de estimación por encima de -24 dB.

Las expresiones analíticas desarrolladas en este trabajo permiten determinar la tolerancia de la BER de los sistemas QAM adaptativos con estimación mediante pilotos al ruido de estimación de canal. Mediante los resultados numéricos obtenidos se muestra la gran sensibilidad de la BER al ruido de estimación, especialmente en el caso de fijar una BER objetivo estricta como la requerida para la transmisión de datos.

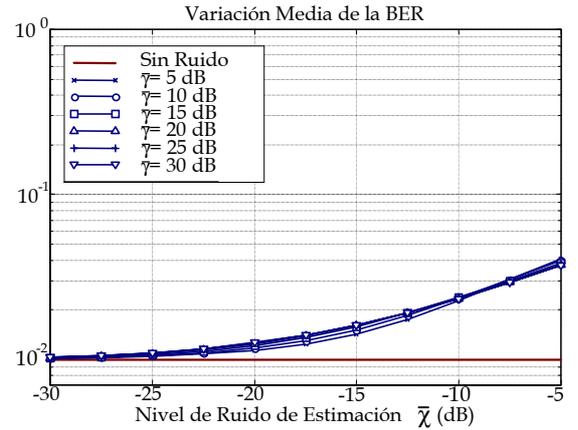


Figura 1. Transmisión de voz,  $BER_T = 10^{-2}$ .

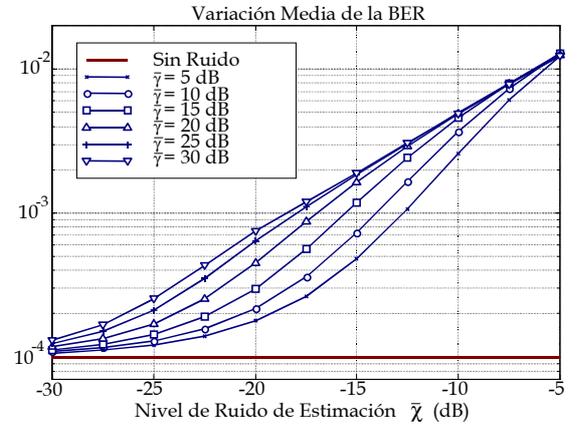


Figura 2. Transmisión de datos,  $BER_T = 10^{-4}$ .

#### 5. REFERENCIAS

- [1] Chung, S.T. and Goldsmith, A.J., "Degrees of freedom in adaptive modulation: A unified view," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 49, pp 1561-1571, Sept. 2001.
- [2] Paris, J.F., Aguayo-Torres, M.C. and Entrambasaguas, J.T., "Optimum discrete-rate discrete-power adaptive QAM scheme for Rayleigh fading channels," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 5, pp 281-283, July 2001.
- [3] Goeckel, D.L., "Adaptive coding for time-varying channels using outdated fading estimates," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 47, pp 844-855, June 1999.
- [4] Goldsmith, A.J., and Chua, S., "Variable-rate variable-power MQAM for fading channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 45, pp 1218-1230, Oct. 1997.
- [5] Alouini, M-S, and Goldsmith, A.J., "Adaptive modulation over Nakagami fading channels," *Kluwer Wireless Personal Comm.*, vol. 13, pp 119-143, May 2000.
- [6] Sampei, S., and Sunaga, T., "Rayleigh fading compensation for QAM in land mobile radio communications," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 42, pp 137-147, May 1993.
- [7] Davis, P.J., and Rabinowitz, P., *Methods of Numerical Integration*, Academic Press Inc., 2<sup>nd</sup> Ed., 1984.