Clase 9: La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

José L. Torres

Universidad de Málaga

Macroeconomía Avanzada

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Ampliamos el problema básico del consumidor, introduciendo el ocio como un argumento adicional en la función de utilidad.
- El tiempo total se divide en ocio y trabajo.
- Obtención de la oferta de trabajo.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Función de utilidad o felicidad instantánea:

$$U(C_t, O_t) \tag{1}$$

- Supuestos: es una función estrictamente creciente, estrictamente cóncava y dos veces diferenciable tal que:

$$U_C(\cdot) > 0 \qquad U_O(\cdot) > 0 \tag{2}$$

$$U_{CC}(\cdot) < 0 \qquad U_{OO}(\cdot) < 0 \tag{3}$$

- La derivada cruzada entre consumo y ocio es positiva:

$$U_{CO}(\cdot) > 0 \tag{4}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- El problema del consumidor sería:

$$\max_{\{C_t, O_t\}_{t=0}^{T}} E_t \sum_{t=0}^{T} \beta^t U(C_t, O_t) \tag{5}$$

siendo E_t la esperanza matemática en el momento t, condicionada a la información disponible en dicho momento del tiempo y donde β es el factor de descuento intertemporal, $\beta \in (0, 1)$, siendo:

$$\beta = \frac{1}{1+\theta} \tag{6}$$

donde θ es la tasa de preferencia subjetiva intertemporal ($\theta > 0$).

- Restricción presupuestaria:

$$C_t + B_t = W_t L_t + (1 + R_{t-1}) B_{t-1} \tag{7}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Los consumidores establecen un plan óptimo de consumo a lo largo de su vida y deciden periodo a periodo su oferta de trabajo.
- Restricción adicional:

$$O_t = 1 - L_t \tag{8}$$

donde el tiempo total disponible lo hemos normalizado a 1.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- El problema del consumidor con vida finita. En este caso el problema del consumidor sería:

$$\max_{\{C_t, L_t\}_{t=0}^{T}} E_t \sum_{t=0}^{T} \beta^t U(C_t, 1 - L_t) \tag{9}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} C_t + B_t &= W_t L_t + (1 + R_{t-1}) B_{t-1} && (10) \\ B_{-1} &= 0 && (11) \\ B_T &= 0 && (12) \end{aligned}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

Estructura del problema del consumidor	
Función de utilidad	$U = U(C_t, O_t)$
Restricción presupuestaria	$C_t + B_t = (1 + R_{t-1})B_{t-1} + W_t L_t$
Stock de activos inicial	$B_{-1} = 0$
Stock de activos final	$B_T = 0$
Restricción de tiempo	$L_t + O_t = 1$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

El lagrangiano correspondiente al anterior problema sería:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{T} \left[\beta^t U(C_t, 1 - L_t) - \lambda_t (C_t + B_t - W_t L_t - (1 + R_{t.1}) B_{t-1})\right] \tag{13}$$

Resolviendo el anterior problema encontramos que las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t U_C(C_t, 1 - L_t) - \lambda_t = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} = \beta^t U_L(C_t, 1 - L_t) - \lambda_t W_t = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} = -\lambda_t + \lambda_{t+1}(1 + R_{t+1}) = 0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = C_t + B_t - W_t L_t - (1 + R_{t-1}) B_{t-1} = 0 \tag{17}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- De la primera condición de primer orden obtenemos

$$\lambda_t = \beta^t U_C(C_t, 1 - L_t) \tag{18}$$

esto es, el parámetro de Lagrange es el precio sombra de la última unidad consumida, siendo equivalente a la utilidad marginal del individuo tal y como obtenemos en el problema sin ocio.

- Por su parte, la condición de primer orden (15) nos dice que el multiplicador de Lagrange también puede definirse en términos de la desutilidad generada por el trabajo, tal que:

$$\lambda_t = -\frac{\beta^t U_L(C_t, 1 - L_t)}{W_t} \tag{19}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Igualando las dos expresiones anteriores obtenemos la condición que iguala la ratio de sustitución marginal entre consumo y ocio, al coste de oportunidad de una unidad adicional de ocio, viene dado por:

$$U_C(C_t, 1 - L_t)W_t = -U_L(C_t, 1 - L_t) \tag{20}$$

  Esta condición de equilibrio representa la decisión de trabajo del individuo (oferta de trabajo).
- Por su parte, sustituyendo en (16) obtenemos que:

$$\beta(1 + R_t)U_C(C_{t+1}, 1 - L_{t+1}) = U_C(C_t, 1 - L_t)$$

  condición de equilibrio que representa la senda óptima de consumo, en la cual la utilidad marginal del consumo hoy es igual a la utilidad marginal del consumo mañana ponderada por el tipo de interés y la tasa de preferencia intertemporal, condición que es la misma que la que obtendríamos en el problema básico sin ocio.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

Solución al problema del consumidor	
Senda óptima de consumo	$U_C(C_t) = \beta(1+R_t)U_C(C_{t+1})$
Variación activos financieros	$B_t = (1+R_{t-1})B_{t-1} + W_t L_t - C_t$
Oferta de trabajo	$U_C(C_t, 1-L_t)W_t = -U_L(C_t, 1-L_t)$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Ejemplo: función de utilidad logarítmica

$$U(C_t, 1 - L_t) = \gamma \ln C_t + (1 - \gamma) \ln(1 - L_t) \tag{21}$$

donde $\gamma \in (0, 1)$, representa la proporción de consumo sobre la renta total, indicando cómo ponderan el consumo y el ocio en la utilidad del individuo.

- En este caso, el problema del consumidor vendría dado por:

$$\max_{\{C_t, L_t\}_{t=0}^{T}} \sum_{t=0}^{T} \beta^t \left[\gamma \ln C_t + (1 - \gamma) \ln(1 - L_t)\right] \tag{22}$$

sujeto a la restricción presupuestaria y condiciones inicial y final.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- El problema a resolver, utilizando la función auxiliar de Lagrange, sería:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{T} \left[\begin{array}{c} \beta^t \left[\gamma \ln C_t + (1-\gamma) \ln(1-L_t) \right] \\ -\lambda_t (C_t + B_t - W_t L_t - (1+R_{t-1}) B_{t-1}) \end{array} \right] \tag{23}$$

Las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} \quad : \quad \beta^t \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \tag{24}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_t} \quad : \quad -\beta^t (1-\gamma) \frac{1}{1-L_t} + \lambda_t W_t = 0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} \quad : \quad -\lambda_t + \lambda_{t+1}(1+R_t) = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} \quad : \quad C_t + B_t - W_t - (1+R_{t-1}) B_{t-1} = 0 \tag{27}$$

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Despejando el valor del multiplicador de Lagrange de la primera condición de primer orden y sustituyendo en la segunda condición de primer orden, obtenemos:

$$\beta^t \frac{1}{C_t} = \beta^{t+1} \frac{1}{C_{t+1}} (1 + R_t) \tag{28}$$

y operando resulta:

$$C_{t+1} = \beta(1 + R_t) C_t \tag{29}$$

indicando la relación entre el nivel de consumo en el periodo $t + 1$ con el consumo en t, estando dicha relación determinada por el parámetro de preferencias β, el tipo de interés real y la forma funcional específica utilizada para la utilidad.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

- Finalmente, la condición que iguala la ratio de sustitución marginal entre consumo y ocio al coste de oportunidad de una unidad adicional de ocio viene dada por:

$$\frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{C_t}{1-L_t} = W_t \tag{30}$$

que es la condición de equilibrio que representa la oferta de trabajo. Esta condición de equilibrio determina la oferta de trabajo (la proporción de horas disponibles que el individuo va a dedicar a trabajar) en función del coste del ocio (medido a través del salario por unidad de tiempo), del peso del ocio respecto al consumo en la función de utilidad y de la utilidad marginal del consumo.

9. La decisión consumo-ahorro y consumo-ocio

Solución al problema del consumidor	
Función de utilidad logarítmica en consumo y ocio	
Senda óptima de consumo	$C_{t+1} = \beta(1 + R_t)C_t$
Variación activos financieros	$B_t = (1 + R_{t-1})B_{t-1} + W_t L_t - C_t$
Oferta de trabajo	$(1 - \gamma)C_t = \gamma W_t(1 - L_t)$