Clase 4: El modelo IS-LM dinámico

José L. Torres

Universidad de Málaga

Macroeconomía Avanzada

4. El modelo IS-LM dinámico

Estructura de la economía:

$$m_t - p_t = \psi y_t - \theta i_t \tag{1}$$

$$y_t^d = \beta_0 - \beta_1 (i_t - \Delta p_t^e) \tag{2}$$

$$\Delta p_t = \mu (y_t - y_t^n) \tag{3}$$

$$\Delta y_t = v (y_t^d - y_t) \tag{4}$$

donde m es el logaritmo de la cantidad de dinero, p el logaritmo del nivel de precios, y^d, el logaritmo del nivel de demanda, y_t el logaritmo del nivel de producción, y_t^n el logaritmo del nivel de producción potencial, i el tipo de interés nominal.

Todos los parámetros se definen en términos positivos. Δ significa variación en el tiempo.

2. El modelo IS-LM dinámico

Pasos a seguir:

1. Variables endógenas y exógenas.
2. Definir las variables endógenas de referencia.
3. Obtención de las ecuaciones en diferencias.
4. Modelo en notación matricial.
5. Calibración del modelo.
6. Valor de las variables en estado estacionario.
7. Análisis de estabilidad.
8. Computación numérica del modelo.
9. Análisis de perturbaciones.
10. Análisis de sensibilidad.

4. El modelo IS-LM dinámico

Paso 1: Variables endógenas y exógenas.

1. Cantidad de dinero
2. Precios
3. Nivel de producción potencial
4. Tipo de interés nominal
5. Nivel de demanda
6. Nivel de producción

Paso 2: Variables endógenas de referencia.

1. Nivel de precios
2. Nivel de producción

Paso 3: Ecuaciones en diferencias.
Despejamos el tipo de interés nominal de la ecuación (1):

$$i_t = -\frac{1}{\theta}(m_t - p_t - \psi y_t) \tag{5}$$

Sustituimos (5) en (2):

$$y_t^d = \beta_0 - \frac{\beta_1 \psi}{\theta} y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) + \beta_1 \Delta p_t^e \tag{6}$$

Aplicamos previsión perfecta ($\Delta p_t = \Delta p_t^e$):

$$y_t^d = \beta_0 - \frac{\beta_1 \psi}{\theta} y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) + \beta_1 \Delta p_t \tag{7}$$

Paso 3: Ecuaciones en diferencias.
Sustituyendo en la ecuación dinámica del nivel de producción:

$$\Delta y_t = v\left[\beta_0 - (\frac{\beta_1\psi}{\theta} + 1)y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) + \beta_1\Delta p_t\right] \tag{8}$$

$$\Delta y_t = v\left[\beta_0 - (\frac{\beta_1\psi}{\theta} + 1)y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) + \beta_1\mu(y_t - y_t^n)\right] \tag{9}$$

$$\Delta y_t = v\left[\beta_0 + (\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) - \beta_1\mu y_t^n\right] \tag{10}$$

Paso 4: Modelo en notación matricial.

$$\Delta p_t = \mu(y_t - y_t^n) \tag{11}$$

$$\Delta y_t = v\left[\beta_0 + (\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)y_t + \frac{\beta_1}{\theta}(m_t - p_t) - \beta_1\mu y_t^n\right] \tag{12}$$

Paso 4: Modelo en notación matricial.

$$\begin{bmatrix} \Delta p_t \\ \Delta y_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mu \\ \frac{-v\beta_1}{\theta} & v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1) \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} p_t \\ y_t \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\mu \\ v & \frac{v\beta_1}{\theta} & -v\beta_1\mu \end{bmatrix}}_{B} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ m_t \\ y_t^n \end{bmatrix} \tag{13}$$

4. El modelo IS-LM dinámico

Estructura del modelo IS-LM dinámico	
Mercado de dinero	$m_t - p_t = \psi y_t - \theta i_t$
Mercado de bienes y servicios	$y_t^d = \beta_0 - \beta_1(i_t - \Delta p_t^e)$
Ajuste de los precios	$\Delta p_t = \mu(y_t - y_t^n)$
Ajuste de la producción	$\Delta y_t = \upsilon(y_t^d - y_t)$
Inflación	$\Delta p_t = p_{t+1} - p_t$
Variación en la producción	$\Delta y_t = y_{t+1} - y_t$

Paso 5: Calibración del modelo.

Valores de los parámetros

Símbolo	*Definición*	*Valor*
ψ	Elasticidad de $m_t - p_t$ respecto a la producción	0,05
θ	Semi-elasticidad del tipo de interés	0,5
β_1	Elasticidad de la y_t^d al tipo de interés	50
μ	Velocidad de ajuste de los precios	0,01
v	Velocidad de ajuste del nivel de producción	0,2

Paso 5: Calibración del modelo.

Valores de las variables exógenas

Variable	*Definición*	*Valor*
m_0	Cantidad de dinero	100
β_0	Componente autónomo de la y_t^d	2.100
y_0^n	Nivel de producción potencial	2.000

Paso 6: Valor de las variables en estado estacionario.
Recordad que esto se calcula como:

$$\begin{bmatrix} \overline{p}_t \\ \overline{y}_t \end{bmatrix} = -A^{-1}Bz_t \tag{14}$$

Calculando la expresión anterior obtenemos:

$$\overline{p}_t = \frac{\theta\beta_0}{\beta_1} + m_t - (\psi + \frac{\theta}{\beta_1})y_t^n \tag{15}$$

$$\overline{y}_t = y_t^n \tag{16}$$

Paso 6: Valor de las variables en estado estacionario.

$$\begin{bmatrix} \overline{p}_t \\ \overline{y}_t \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & 0,01 \\ -20 & -1,1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,01 \\ 0,2 & 20 & -0,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.100 \\ 100 \\ 2.000 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,5/50 & 1 & -0,05 - 0,5/50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.100 \\ 100 \\ 2.000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2.000 \end{bmatrix}$$

Paso 6: Valor de las variables en estado estacionario.

- Sustituyendo los valores correspondientes en la expresión del tipo de interés resulta:

$$\bar{i}_0 = -\frac{1}{0,5}(100 - 1 - 0,05 \times 2.000) = 2$$

- El valor de equilibrio inicial para la demanda agregada sería:

$$\overline{y}_0^d = \beta_0 - \beta_1(i_0 - \Delta p_0) = 2.100 - 50 \times 2 = 2.000$$

dado que si suponemos la existencia de equilibrio el nivel de precios sería constante ($\Delta p_0 = 0$), es decir $\overline{y}_0^d = 2.000$.

Paso 7: Análisis de estabilidad.

$$Det\begin{bmatrix} 0-\lambda & \mu \\ \frac{-v\beta_1}{\theta} & v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1) - \lambda \end{bmatrix} = 0 \tag{17}$$

$$\lambda^2 - \lambda\left[v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)\right] + \frac{v\beta_1\mu}{\theta} = 0 \tag{18}$$

$$\frac{v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1) \pm \sqrt{\left[v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)\right]^2 - \frac{4v\beta_1\mu}{\theta}}}{2} \tag{19}$$

Si $\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1 > 0 \Longrightarrow \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0.$
Si $\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1 < 0 \Longrightarrow \lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0.$

Paso 7: Análisis de estabilidad.

- Hemos de tener en cuenta que si el término $\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1$ es positivo, entonces las dos raíces son también positivas $(\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0)$. En este caso todas las trayectorias son explosivas, ya que el módulo mas la unidad estaría fuera del círculo unitario, $|\lambda_1 + 1| > 1$ y $|\lambda_2 + 1| > 1$, por lo que este término no puede ser negativo, ya que no convergeríamos al estado estacionario.

Paso 7: Análisis de estabilidad.

- Sustituyendo los valores de los parámetros, tenemos que:

$$\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1 = 50 \times 0,01 - \frac{50 \times 0,05}{0,5} - 1 = -5,5 < 0$$

Paso 7: Análisis de estabilidad.

- A continuación, procedemos a verificar si el coeficiente dentro de la raíz cuadrada es positivo o negativo:

$$\left[v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)\right]^2 - \frac{4v\beta_1\mu}{\theta} \lessgtr 0$$

- Sustituyendo los valores calibrados de los parámetros obtenemos que:

$$-1,1^2 - 0,8 > 0$$

por lo que los valores propios van a ser números reales.

Paso 7: Análisis de estabilidad.

- Finalmente, si calculamos el valor de las raíces obtenemos:

$$\lambda_1 = \frac{v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1) + \sqrt{\left[v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)\right]^2 - \frac{4v\beta_1\mu}{\theta}}}{2} = -0,23$$

$$\lambda_2 = \frac{v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1) - \sqrt{\left[v(\beta_1\mu - \frac{\beta_1\psi}{\theta} - 1)\right]^2 - \frac{4v\beta_1\mu}{\theta}}}{2} = -0,87$$

que como podemos comprobar, son ambas negativas y los módulos de las raíces más la unidad correspondientes son 0,77 y 0,13, que son ambos inferiores a uno, por lo que el sistema muestra estabilidad global.