Clase 16: El modelo de crecimiento exógeno

José L. Torres

Universidad de Málaga

Macroeconomía Avanzada

16. El modelo de crecimiento exógeno

- Preguntas que pretendemos responder:
  - Porqué crecen las economías.
  - Porqué unas economías son más ricas que otras.
  - Porqué unos países crecen más que otros.
  - En qué consisten los milagros económicos.
  - Es posible que países hoy pobres mañana sean ricos y viceversa
  - Es posible que ciertos países pobres sean siempre pobres.

16. El modelo de crecimiento exógeno

- A lo largo de la historia los países más ricos del mundo han ido cambiando:
- Año 1600: China.
- Año 1700: Italia.
- Siglo XIX: Europa.
- Desde 1900: Estados Unidos

Los países con un mayor PIB (medido en millones de dólares PPA) en 2010 (Fuente: FMI)

1	EEUU	14.526.000
2	China	10.119.000
3	Japón	4.323.000
4	India	4.057.000
5	Alemania	2.944.000
6	Rusia	2.230.000
7	Reino Unido	2.181.000
8	Brasil	2.178.000
9	Francia	2.135.000
10	Italia	1.779.000
11	México	1.564.000
12	Corea del Sur	1.466.000
13	España	1.372.000

Los países con un mayor PIB per cápita (medido en millones de dólares PPA) en 2010 (Fuente: FMI)

1	Luxemburgo	81.466
2	Singapur	56.694
3	Noruega	51.959
4	EEUU	46.860
5	Suiza	41.950
6	Holanda	40.973
7	Australia	39.764
8	Austria	39.761
9	Irlanda	39.492
10	Taiwan	39.245
11	Canadá	39.171
12	Suecia	38.204

PIB per cápita relativo

1	EEUU	100,0	14	Holanda	74,0
2	Luxemburgo	93,6	16	Austria	72,2
3	Hong Kong	91,8	16	UK	70,9
4	Canada	91,2	17	Italia	70,9
5	Suiza	88,5	18	Singapur	70,5
6	Noruega	86,5	19	Islandia	70,3
7	Japón	84,2	20	Finlandia	66,9
8	Alemania	82,0	21	Nueva Zelanda	63,3
9	Australia	80,6	22	Israel	54,9
10	Dinamarca	78,5	23	España	54,6
11	Suecia	77,9	24	Irlanda	53,7
12	Francia	77,6	25	Chipre	51,3
13	Bélgica	75,1			

Fuente: Penn World Tables

PIB per cápita relativo

1	EEUU	100,0
37	Brasil	21,6
43	Colombia	18,8
55	Marruecos	12,1
57	Perú	11,7
67	India	7,1
72	Nigeria	5,4
80	Mozambique	4,0
85	Uganda	3,0
90	Chad	2,3

Fuente: Penn World Tables

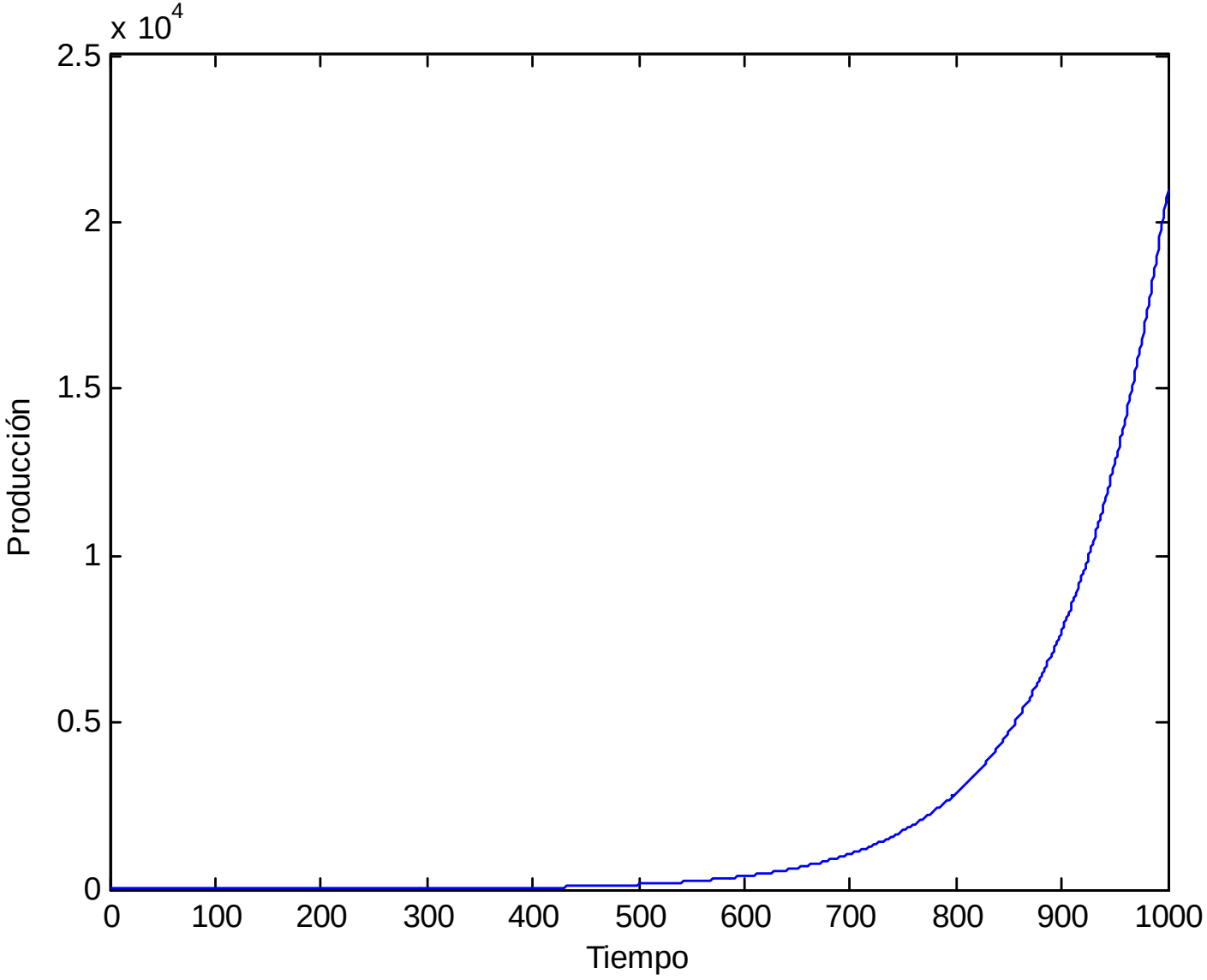
16. El modelo de crecimiento exógeno

- El crecimiento es un fenómeno acumulativo. Esto da lugar a cosas increíbles.
- Si suponemos que desde el año 0 hemos crecido a una tasa anual del 1%, el nivel de producción ahora sería más de **485 millones de veces** superior al de un romano en el año cero:

$$(1 + 0,01)^{2010} = 485.245.261 \tag{1}$$

- Por cada casa que podía comprar un romano en el año cero nosotros podemos comprar 485 millones de casas.
- Por cada ordenador que podría comprar un romano en el año cero nosotros podemos comprar 485 millones de ordenadores.

16. El modelo de crecimiento exógeno



16. El modelo de crecimiento exógeno

- Crecimiento de una economía a lo largo de un determinado periodo de tiempo: $(1+g)^t$
- Si una economía crece a una tasa g su nivel de producción será el doble aproximadamente cada $70/g$ años:
- España: 2%. Sería el doble de rica cada 35 años.
- Corea del Sur: 6%. Sería el doble de rica en 11,6 años.
- China: 16%.Sería el doble de rica cada 4,6 años.

16. El modelo de crecimiento exógeno

- Si hacemos la comparativa respecto a un individuo de 1900 para diferentes tasas de crecimento tendríamos:

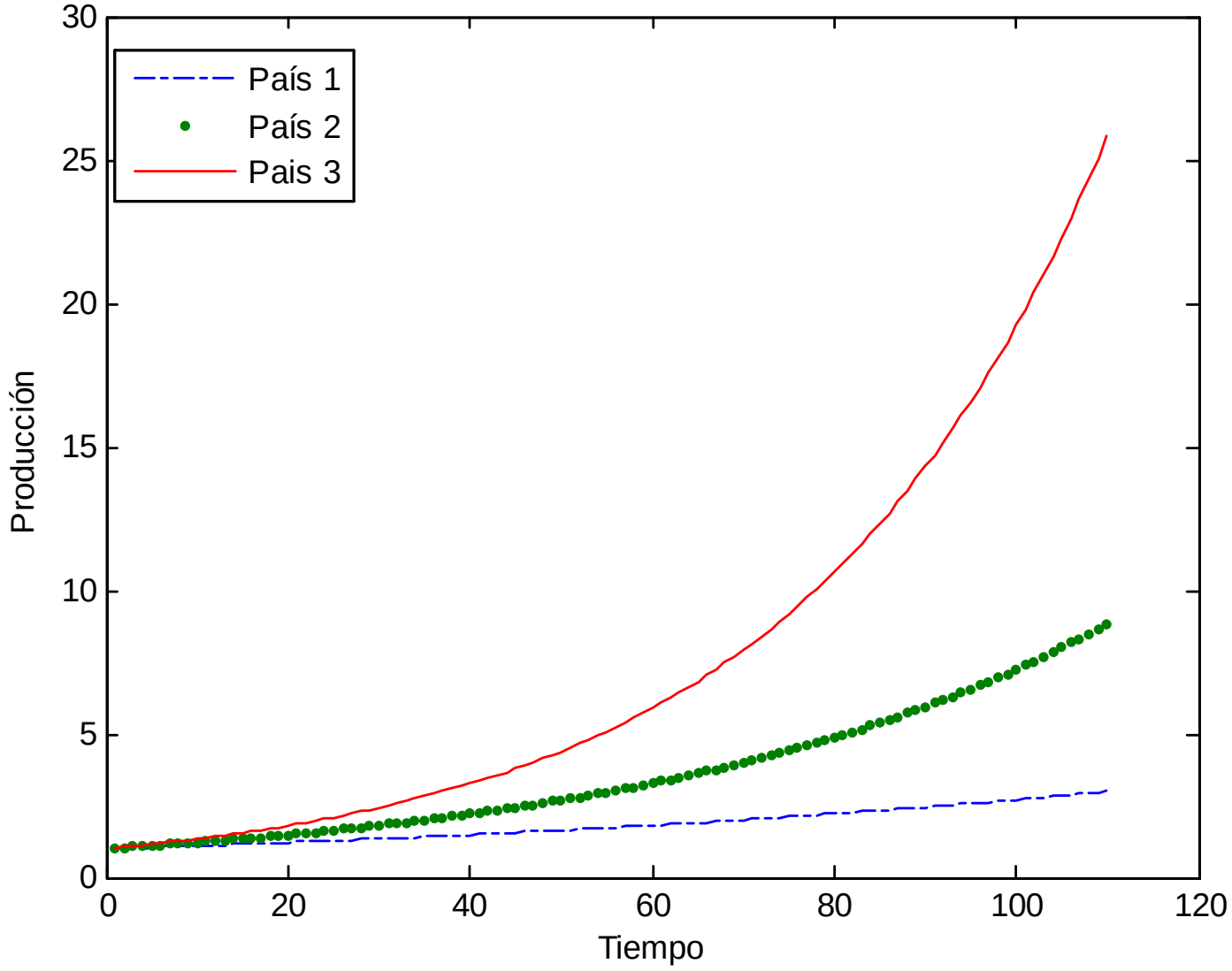
$$(1+0,01)^{110} = 2,98 \qquad \text{(PAIS 1)}$$

$$(1+0,02)^{110} = 8,83 \qquad \text{(PAIS 2)}$$

$$(1+0,03)^{110} = 25,82 \qquad \text{(PAIS 3)}$$

- Pequeñas desigualdades en tasas de crecimiento a largo plazo pueden dar lugar a diferencias importantísimas.
- Partiendo de una situación similar el país 3 sería en sólo un siglo 8 veces más rico que el país 1.

16. El modelo de crecimiento exógeno



16. El modelo de crecimiento exógeno

- Partimos de una función de producción:

$$Y_t = F(K_t, L_t) \tag{2}$$

- Cumple las condiciones de Inada. Rendimientos constantes a escala.
- La ecuación de acumulación del capital es:

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t = sY_t - \delta K_t \tag{3}$$

- Suponemos que la tasa de ahorro es exógena (es una constante).

16. El modelo de crecimiento exógeno

- Consideramos el hecho de que la población no es constante, sino que aumenta con el tiempo:

$$L_t = L_0(1+n)^t; \qquad n > 0 \tag{4}$$

- Crecimiento de la población exógeno.
- Sin embargo, en la realidad parece que el crecimiento de la población es endógeno.

16. El modelo de crecimiento exógeno

Vamos a reescribir la función de producción en términos per cápita (o por trabajador):

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}}{L_t} = \frac{K_t^{\alpha} L_t^{1} L_t^{-\alpha}}{L_t} = K_t^{\alpha} L_t^{-\alpha} = \frac{K_t^{\alpha}}{L_t^{\alpha}} = \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} \tag{5}$$

$$y_t = k_t^{\alpha} \tag{6}$$

16. El modelo de crecimiento exógeno

- Función de producción intensiva:

$$y_t = f(k_t) \tag{7}$$

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} \tag{8}$$

- Stock de capital por trabajador (per cápita):

$$k_t = \frac{K_t}{L_t} \tag{9}$$

16. El modelo de crecimiento exógeno

La ecuación de acumulación de capital en términos agregados, viene dada por:

$$\Delta K_t = Y_t - C_t - \delta K_t \tag{10}$$

donde definimos $\Delta K_t = K_{t+1} - K_t$. Multiplicando y dividiendo por la población resulta:

$$\frac{C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t}{L_t} = \frac{Y_t}{L_t} \tag{11}$$

Transformando la expresión anterior resulta:

$$\frac{C_t}{L_t} + \frac{K_{t+1}L_{t+1}}{L_t L_{t+1}} - \frac{(1-\delta)K_t}{L_t} = \frac{Y_t}{L_t} \tag{12}$$

reajustando términos y redefiniendo las variables en términos per cápita resulta:

$$\frac{C_t}{L_t} + \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}}\frac{L_{t+1}}{L_t} - \frac{(1-\delta)K_t}{L_t} = \frac{Y_t}{L_t} \tag{13}$$

16. El modelo de crecimiento exógeno

Por otra parte, teniendo en cuenta que:

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} = (1+n) \tag{14}$$

llegamos a:

$$c_t + k_{t+1}(1+n) - (1-\delta)k_t = y_t \tag{15}$$

Despejando el stock de capital per cápita para $t+1$ resulta:

$$k_{t+1} = \frac{(1-\delta)k_t + y_t - c_t}{(1+n)} \tag{16}$$

Sustituyendo la definición de consumo (dado que $y_t - c_t = i_t = s_t y_t$):

$$k_{t+1} = \frac{(1-\delta)k_t + s_t y_t}{(1+n)} \tag{17}$$

Sumando y restando k_t en la parte izquierda de la anterior expresión resulta:

$$k_{t+1} - k_t + k_t = \frac{(1-\delta)k_t + s_t y_t}{(1+n)} \tag{18}$$

16. El modelo de crecimiento exógeno

Estructura del modelo de crecimiento neoclásico	
Función de producción	$Y_t = A_t F(K_t, L_t)$
Ecuación de acumulación de capital	$K_{t+1} = (1-\delta) K_t + I_t$
Stock de capital inicial	$K_0 > 0$
Restricción de factibilidad	$Y_t = C_t + I_t$
Inversión	$I_t = s_t Y_t$
Tasa de crecimiento de la población	$L_t = L_0(1+n)^t$

16. El modelo de crecimiento exógeno

- Estado Estacionario:

$$s_t \overline{y}_t = (\delta + n)\overline{k}_t \tag{21}$$

Si suponemos que la función de producción es del tipo Cobb-Douglas, resulta que el estado estacionario vendría dado por:

$$s_t A_t \overline{k}_t^{\alpha} = (\delta + n)\overline{k}_t \tag{22}$$

Despejando el stock de capital per cápita obtenemos que:

$$\overline{k}_t^{\alpha-1} = \frac{\delta + n}{s_t A_t} \tag{23}$$

siendo el stock de capital per cápita de estado estacionario:

$$\overline{k}_t = \left(\frac{\delta + n}{s_t A_t}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \tag{24}$$

El nivel de producción per cápita de estado estacionario sería por tanto:

$$\overline{y}_t = A_t \overline{k}_t^{\alpha} = A_t \left(\frac{\delta + n}{s_t A_t}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \tag{25}$$