Lecciones de Equilibrio General Computable con MatLab

Gonzalo Fernández de Córdoba Martos

Esta versión: 28 de julio de 2002

1 Lección quinta

En esta lección vamos a cambiar la definición del entorno con la finalidad doble de por un lado poder definir el tipo de cambio real y por otro tratar de frenar el ajuste de nuestra economía desde un estado inicial al estado estacionario final. Como hemos visto en la lección anterior el ajuste de nuestra economía abierta es demasiado intenso y demasiado veloz. Tanto que debemos pensar que existe una diferencia radical entre la manera en la que hemos concebido nuestra economía y el comportamiento en la realidad de las variables modelizadas. Para disminuir la intensidad y la velocidad del ajuste vamos a introducir en este capítulo bienes comercializados y bienes no comercializados. Las variables contables que se asocian a unos y otros serán productos agrícolas e industriales en el primer grupo y construcción y servicios en el segundo. Es evidente que los edificios, los puentes, las estaciones de ferrocarril, los embalses, los aeropuertos etc, no pueden ser transportados de un país a otro. Los servicios de peluquería y manicura, de consultoría fiscal y de agencia en general, ni los turísticos ni hosteleros y un largo etcétera pueden ser llevados de un lugar a otro y por ellos los vamos a identificar en nuestro modelo con los bienes no comercializados. Esto nos permitirá dos cosas, por un lado definir el tipo de cambio real y así comprobar si nuestro modelo de una economía abierta tiene algo razonable que decirnos en relación con la otra gran variable de una economía abierta; el tipo de cambio real. Por otro lado podemos albergar la esperanza de que al tener algunos bienes que no son comercializados, la velocidad de ajuste al estado estacionario sea menor, ya que ahora no podremos importar tantos bienes como deseemos corriendo un déficit por cuenta corriente tan grande como queramos. Ahora tendremos dos tecnologías en nuestra economía con la que se producirán bienes comercializados con una de ellas y bienes no comercializados con la otra.

Los bienes comercializados serán denotados por $c_{T,t}$ y serán producidos con el capital disponible en ese sector, por tanto $c_{T,t} = F_T(k_{T,t})$. Análogamente los bienes no comercializados serán, denotados por $c_{N,t}$ y producidos con la tecnología $c_{N,t} = F_N(k_{N,t})$. Adicionalmente a estas dos novedades de nuestro modelo tendremos que incluir una restricción de factibilidad que nos impida usar más capital en un sector y otro del que hay disponible en la economía, por tanto debe suceder que $k_t \leq k_{T,t} + k_{N,t}$. A continuación vamos a definir el tipo de cambio real y después pasaremos a describir el modelo del planificador social, encontrar las condiciones de primer orden, y resolver el modelo escribiendo un código de ordenador que nos permita computar las trayectorias de equilibrio y compararlas con la realización del mundo.

1.1 El tipo de cambio real

Al igual que hiciéramos en la lección cuarta vamos a asumir que la economía que estamos estudiando es una economía pequeña. Es decir, no estamos estudiando ni la economía de los Estados Unidos ni la economía de Alemania que son las dos únicas economías consideradas en la profesión como grandes. Para nuestra economía sólo existe otra economía gigante a la que denominaremos resto del mundo. En el resto del mundo también se producen bienes transables y bienes no transables, y cada uno de estos bienes tiene un precio. Vamos a aplicar la ley de un precio para el bien comercializable, ya que si existieran diferencias de precio entre nuestra economía pequeña y el resto del mundo una operación de arbitraje los acabaría igualando. Con el bien no comercializable no sucederá los mismo puesto que por nuestra construcción no será posible realizar esas operaciones de arbitraje que aseguran la operatividad de la ley de un precio.

El tipo de cambio real se define como:

$$RER_t = NER_t \frac{p_{row}}{p_{esp}}$$

El término NER_t será el tipo de cambio nominal entre la peseta y el resto del mundo. Como resto del mundo podemos considerar Alemania, una cesta de tipos de cambio nominales de los principales países europeos, una cesta que incluya a los Estados Unidos, etc. p_{row} es un índice de precios del resto del mundo que al igual que el tipo de cambio nominal puede corresponderse con Alemania, con los principales países europeos, etc, siempre en concordancia con la definición de tipo de cambio nominal. p_{esp} será un índice de precios para España (si es España el país que estamos estudiando). Las unidades en las que el tipo de cambio real RER_t está expresado es:

$$\text{unidades} = \frac{pesetas}{moneda_{row}} \times \frac{moneda_{row}/cesta_{row}}{pesetas/cesta\_española} = \frac{cesta\_española}{cesta_{row}}$$

Una disminución de RER_t se corresponde con una apreciación real de la peseta frente al resto del mundo, ya que son menos cestas españolas las necesarias para comprar un cesta del resto del mundo. Supongamos que la ley de un precio se sostiene para los bienes comercializados, de modo que

$$p_{T,esp} = NER \times p_{T,row}$$

Sustituyendo esta expresión en la definición de tipo de cambio real obtenemos

$$\widehat{RER}_t = \frac{p_{T,esp}}{p_{T,row}} \times \frac{p_{row}}{p_{esp}} = \frac{(p_{row}/p_{T,row})}{(p_{esp}/p_{T,esp})}$$

Esta expresión nos indica que las fluctuaciones en el tipo de cambio real pueden ser explicadas a través de las fluctuaciones en los precios de los bienes que no son comercializados.

1.2 El modelo con dos bienes

La novedad incorporada al modelo tendrá un reflejo en la función de utilidad, que ahora dependerá de los dos bienes de la economía. Habrá dos tecnologías con las que se producirán cada uno de los bienes, y tendremos una condición de factibilidad sobre la cantidad de capital disponible. Vamos a considerar al bien comercializable como el numerario de la economía, y tanto el capital físico k_t y la inversión i_t como la posición neta de activos frente al extranjero b_t estarán expresadas en términos del numerario. El bien no comercializado tendrá, sin embargo, su propio precio. Introduciendo estas modificaciones sobre nuestro modelo de la lección cuarta tenemos un nuevo problema para el planificador central:

$$\max_{\{c_{Tt}, c_{Nt}, b_t, k_{Tt}, k_{Nt}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{Tt}, c_{Nt})$$

$$\begin{array}{rrcl} s.a & c_{Tt} + i_t + b_{t+1} & \leq & y_{Tt} + (1+r)b_t \\ & c_{Nt} & \leq & y_{Nt} \\ & y_{Tt} & \leq & F_T(k_{Tt}) \\ & y_{Nt} & \leq & F_N(k_{Nt}) \\ & k_{t+1} & \leq & i_t + (1-\delta)k_t \\ & k_{Tt} + k_{Nt} & \leq & k_t \\ & & & k_0, b_0 \text{ dados} \end{array}$$

Nótese que una particularidad de este modelo es que para construir nuevo capital basta con ahorrar parte del bien comercializado, o dicho de otra manera, para tener inversión que se transforme en nuevo capital ésta puede ser obtenida del extranjero con la sola condición de que se corra el correspondiente déficit por cuenta corriente. No es necesario, por tanto, ahorrar nada del bien no comercializado para incorporar este ahorro al stock de capital.

Para resolver este problema primero especializamos el modelo introduciendo unas formas funcionales específicas para la función de utilidad y las dos funciones de producción. Después sustituimos estas formas funcionales de las restricciones dos y tres en la primera restricción para obtener finalmente:

$$\max_{\{c_{Tt},c_{Nt},b_t,k_{Tt},k_{Nt}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{\rho} \left(\varepsilon c_{Tt}^{\rho} + (1-\varepsilon) c_{Nt}^{\rho}\right)^{\frac{\phi}{\rho}}$$

$$\begin{array}{lrcl} s.a & c_{Tt} + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + b_{t+1} & \leq & A_T k_{Tt}^{\alpha_T} + (1+r)b_t \\ & c_{Nt} & \leq & A_N k_{Nt}^{\alpha_N} \\ & k_{Tt} + k_{Nt} & \leq & k_t \\ & & & k_0, b_0 \;\text{ dados} \end{array}$$

Podemos simplificar más aún el problema y sustituir el valor de k_t en la primera restricción por su descomposición en $k_{Tt} + k_{Nt}$. Para resolver este problema construimos la función auxiliar de Lagrange como ya hemos hecho en el capítulo anterior para obtener

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{1}{\rho} \left(\varepsilon c_{Tt}^{\rho} + (1-\varepsilon) c_{Nt}^{\rho}\right)^{\frac{\phi}{\rho}} + ... \right.$$

$$...+p_{Tt} \left(A_T k_{Tt}^{\alpha_T} + (1+r)b_t - c_{Tt} - k_{Tt+1} - k_{Nt+1} + (1-\delta)(k_{Tt} + k_{Nt}) - b_{t+1}\right) + ...$$

$$\left. ... + p_{Nt} \left(A_N k_{Nt}^{\alpha_N} - c_{Nt}\right)\right]$$

Como vemos, a la primera restricción le hemos asociado un multiplicador de Lagrange p_{Tt} que es el precio de los bienes transables, y a la segunda restricción le hemos asociado el multiplicador de Lagrange p_{Nt} que es el precio de los bienes no transables. Si realizamos las correspondientes derivadas parciales para obtener las condiciones de primer orden nos encontramos con el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{\partial L}{\partial c_{Tt}} & = & \phi \left(\varepsilon c_{Tt}^{\rho} + (1-\varepsilon) c_{Nt}^{\rho}\right)^{\frac{\phi}{\rho}-1} \rho \varepsilon c_{Tt} - p_{Tt} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial c_{Nt}} & = & \phi \left(\varepsilon c_{Tt}^{\rho} + (1-\varepsilon) c_{Nt}^{\rho}\right)^{\frac{\phi}{\rho}-1} \rho (1-\varepsilon) c_{Nt} - p_{Nt} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial k_{Tt}} & = & p_{Tt} A_T \alpha_T k_{Tt}^{\alpha_T - 1} + p_{Tt}(1-\delta) k_{Tt} - \beta^{-1} p_{Tt-1} = 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial k_{Nt}} &= p_{Nt}A_N\alpha_N k_{Nt}^{\alpha_T-1} + p_{Tt}(1-\delta)k_{Nt} - \beta^{-1}p_{Tt-1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial k_{Nt}} &= \beta(1+r)p_{Tt} - p_{Tt-1} = 0
\end{aligned}$$

y dos condiciones de transversalidad. Tras inspeccionar las condiciones de primer orden observamos que en un estado estacionario el número de variables que tenemos que determinar es $(c_T, c_N, k_T, k_N, b, p_T, p_N, r)$ que hacen un total de 8 incógnitas. Al contar el número de ecuaciones vemos que disponemos de 4 condiciones de primer orden y 2 restricciones de factibilidad, es decir, de 6 ecuaciones. Esto no debe resultar sorprendente puesto que hay dos precios (r, p_T) que quedan determinados fuera de nuestro modelo. El tipo de interés internacional r está dado por la cantidad de capital existente en el resto del mundo, así como el precio del bien comercializado p_T, que viene dado por el resto del mundo y la operatividad de la ley de un precio. Por tanto el tipo de interés internacional será función de la cantidad medida de capital en nuestra definición de resto del mundo y es por tanto una variable que podemos observar. El precio del bien comercializado podemos suponerlo arbitrariamente igual a 1. Puestas las cosas de esta manera ya estamos en condiciones de realizar un nuevo programa que nos permita resolver este modelo ampliado. Con él seremos capaces de generar secuencias artificiales para la cuenta corriente y para el tipo de cambio real, compararlas con las secuencias que fueron observadas en el periodo de tiempo de nuestro interés y estudiar las posibles paradojas que surjan de esta comparación.

Lo primero que tenemos que observar antes de plantearnos hacer un programa para este modelo con dos bienes es que difiere demasiado poco del modelo estudiado en el capítulo anterior. El déficit por cuenta corriente nos permite introducir tanto capital como deseemos en esta economía. Por tanto el argumento ya utilizado que nos sugiere que el déficit por cuenta corriente será tan alto como fuera necesario para introducir la cantidad de capital de estado estacionario sigue siendo válida. Para ver que el argumento funciona del mismo modo vamos a escribir las ecuaciones de factibilidad y las condiciones de primer orden en el estado estacionario (denotando las variables en estado estacionario por v_{ss}), así como las condiciones de factibilidad en el primer periodo como ya lo hiciéramos en la lección anterior:

$$\begin{aligned}
c_{Tss} + k_{ss} - (1-\delta)k_0 + b_{ss} &= A_T k_{T0}^{\alpha_T} \quad (1) \\
c_{N0} &= A_N k_{N0}^{\alpha_N} \quad (2)
\end{aligned}$$

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left(\frac{c_{Tss}}{c_{N0}}\right)^{\rho-1} = \frac{1}{p_{N0}} \tag{3}$$

$$A_T\alpha_T k_{T0}^{\alpha_T-1} = p_{N0}A_N\alpha_N k_{N0}^{\alpha_N-1} \tag{4}$$

$$k_{T0}+k_{N0} = k_0 \tag{5}$$

sería la primera condición de factibilidad en el momento $t=0$. Las condiciones de factibilidad y las condiciones de primer orden en el estado estacionario serían:

$$c_{Tss}+\delta k_{ss} = A_T k_{Tss}^{\alpha_T}+rb_{ss} \tag{6}$$

$$c_{Nss} = A_N k_{Nss}^{\alpha_N} \tag{7}$$

$$k_{Tss}+k_{Nss} = k_{ss} \tag{8}$$

$$\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\left(\frac{c_{Tss}}{c_{Nss}}\right)^{\rho-1} = \frac{1}{p_{Nss}} \tag{9}$$

$$A_T\alpha_T k_{Tss}^{\alpha_T-1}+(1-\delta) = (1+r) \tag{10}$$

$$p_{Nss}A_N\alpha_N k_{Nss}^{\alpha_N-1}+(1-\delta) = (1+r) \tag{11}$$

Los valores de k_0, k_{T0} y b_0 son conocidos. Imaginemos momentáneamente que el valor del stock de estado estacionario también es conocido, entonces podríamos realizar la siguiente operación: de la ecuación 10 podemos obtener el valor de estado estacionario para k_T, con él y dado que estamos suponiendo k conocido podríamos obtener k_N de la ecuación 8. Con este valor podríamos acudir a la ecuación 11 y a la ecuación 7 para obtener los valores de p_N y c_N respectivamente. Con estos valores calculados podríamos acudir a la ecuación 9 para hallar el valor de c_T y finalmente, acudiendo a la ecuación 6 obtener el valor de b. Para verificar si nuestro valor de k que se asumió conocido era correcto vamos a la ecuación 1 y comprobamos si se produce la igualdad. En caso de no ser iguales acudimos al método de Newton-Raphson y obtenemos un nuevo valor para k.

Como se puede ver, la trayectoria de equilibrio de esta economía artificial no va a ser muy distinta de la ya vista en la anterior lección. En un sólo periodo podemos construir todo el stock de capital corriendo un déficit por cuenta corriente adecuado en el primer periodo y cancelándolo en el siguiente con un superávit comercial. En relación al tipo de cambio real las cosas no van a ser muy distintas. Para verlo podemos combinar las ecuaciones 10, 11 y 4 para obtener:

$$\frac{p_{Nss}}{p_{N0}} = \frac{\left(\frac{c_{Tss}}{c_{N0}}\right)^{\rho-1}}{\left(\frac{c_{Tss}}{c_{Nss}}\right)^{\rho-1}} = \left(\frac{c_{Nss}}{c_{N0}}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{k_{Nss}}{k_{N0}}\right)^{\alpha_N(\rho-1)}$$

Es decir, la relación de precios entre bienes transables y no transables cambiará en la medida en la que el stock de capital de bienes no comercializados en el periodo de la apertura difiera del stock de capital de estado estacionario de los bienes no comercializados. Lo importante de esta expresión es que la dinámica del tipo de cambio real no será muy distinta de la dinámica de la cuenta corriente en el sentido de que en un sólo periodo, después de un impacto inicial se llega al tipo de cambio real de estado estacionario.

1.2.1 La necesidad de introducir la inversión de un modo distinto

Como hemos visto nuestro intento de obtener series artificiales para nuestras variables con la única introducción de bienes comercializados y no comercializados ha sido un fracaso. No obstante hemos aprendido algo y es que en la medida en la que el stock de capital pueda ser construido en tan sólo un periodo nos encontraremos en dificultades para explicar de una manera satisfactoria la variación en la cuenta corriente y en el tipo de cambio real de una economía pequeña que súbitamente se abre al mercado de capitales. Para remediar esta dificultad podríamos introducir una función de inversión en la que para construir nuevo capital sea necesaria la concurrencia de ambos bienes, el comercializable y el no comercializable. Pensemos en esta posibilidad un momento. Si la incorporación de la inversión al stock de capital requiere la participación de un bien no comercializable entonces es seguro que el proceso de acumulación debe frenarse. La razón es simple: el país sólo puede importar bienes comercializados, pero no puede hacerlo con los bienes no comercializados, entonces si la incorporación de una unidad de capital al proceso productivo requiere que se transformen una unidad de bien comercializado y una unidad de bien no comercializado para obtener esa unidad de capital incorporada, entonces no será posible construir el stock de capital en un sólo periodo puesto que las cantidades de bien no comercializado existen en cantidades limitadas y el defecto no puede ser importado sin límites. En la siguiente lección exploramos esta nueva posibilidad y veremos que podemos aprender