

Impacto de la Adaptación No Ideal sobre la BER de Esquemas AQAM en Canales con Desvanecimientos

José F. Paris

Dpto de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Málaga
e-mail: paris@ic.uma.es

M. Carmen Aguayo-Torres

Dpto de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Málaga
e-mail: aguayo@ic.uma.es

José T. Entrambasaguas

Dpto de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Málaga
e-mail: jtem@ic.uma.es

Abstract—Presented here is an approach to analyzing the impact of non-ideal adaptation on the BER of full-discrete Adaptive Quadrature Amplitude Modulation (AQAM) in Rayleigh flat-fading. Close-form expressions are obtained to evaluate the BER sensitivity to noisy and delayed channel estimation aided by pilot symbols. These formulas are appropriate for discrete-rate discrete-power QAM schemes that employ either Instantaneous BER (I -BER) or Average BER (A -BER) constraints. Finally, the robustness of several adaptation schemes is compared by the preceding results.

I. INTRODUCCIÓN

La modulación adaptativa es una técnica basada en acomodar eficientemente ciertas características de la señal digital transmitida, como su velocidad binaria o su potencia, al estado del canal con desvanecimientos [1]. Dicho proceso de adaptación requiere un canal de señalización preestablecido entre el transmisor y el receptor que, en los sistemas reales, posee una capacidad limitada. Por ello, la implementación de la modulación adaptativa implica un proceso de discretización tanto en la velocidad de transmisión como en la potencia empleadas. Diversos autores han propuesto esquemas AQAM (*Adaptive Quadrature Amplitude Modulation*) que maximizan la eficiencia espectral mediante un número finito de constelaciones QAM y de niveles de potencia por constelación [2]-[5]. La mayoría de estos esquemas establecen una BER objetivo que debe alcanzarse de forma instantánea o media, según lo cual se dice que el esquema AQAM posee restricciones del tipo I -BER o A -BER respectivamente [1].

La estimación del canal resulta determinante desde el punto de vista de la modulación adaptativa. En los sistemas reales la estimación del canal disponible suele ser ruidosa, por razones intrínsecas a la técnica de estimación, y a la vez no instantánea, por el retardo asociado al proceso completo de adaptación. Cualquier incertidumbre acerca de los descriptores del desvanecimiento del canal puede alterar el proceso de adaptación de la constelación y la potencia, con el consiguiente impacto en la BER [5], [6]-[7].

La motivación de este trabajo es evaluar analíticamente el efecto de la adaptación no ideal sobre la BER de diversos esquemas de modulación adaptativa. Por adaptación no ideal debe entenderse tanto la limitación de la capacidad del canal de retorno (esquemas completamente discretos), como la disponibilidad de una estimación del canal imperfecta (ruidosa

y no instantánea). Los resultados analíticos obtenidos permiten comparar la robustez varios esquemas AQAM prácticos propuestos por diferentes autores.

El resto de la comunicación se organiza como sigue. En la Sección II se describen brevemente los esquemas AQAM discretos y el subsistema de estimación de canal aquí considerados. En la Sección III se obtienen expresiones cerradas para la degradación de la BER bajo las restricciones tanto de tipo I -BER como A -BER. Tales expresiones son posteriormente aplicadas al estudio comparativo de robustez de la Sección IV. Finalmente, las conclusiones sobre los resultados presentados se condensan en la Sección V.

II. MODELO DE SISTEMA

En la Fig. 1 se presenta el diagrama de bloques del sistema analizado.

Se considera un modelo de canal con desvanecimiento lento de tipo Rayleigh y no selectivo en frecuencia (canal plano). El ruido asociado al canal es del tipo habitual AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), por lo tanto, el estado del canal puede caracterizarse mediante la SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) instantánea γ . Este descriptor sigue una distribución estadística de tipo exponencial con $\bar{\gamma} = E[\gamma] = \bar{S}\Omega/N_oB$, donde N_oB es la potencia recibida de ruido AWGN, \bar{S} la potencia media transmitida y Ω la ganancia de potencia media del canal [1].

En las referencias [1] y [3] pueden encontrarse descripciones detalladas del modelo de sistema de modulación adaptativa y de los esquemas discretos QAM respectivamente. De forma breve, considérense N regiones de desvanecimiento consecutivas y no solapadas $\{\mathfrak{R}_i \doteq [\gamma_i, \gamma_{i+1}]\}_{i=0,1,\dots,N-1}$ para la SNR instantánea γ con $\gamma_N \doteq \infty$. Habitualmente, la mayoría de los esquemas no transmiten potencia por debajo del primer umbral de SNR por lo que γ_0 suele denominarse SNR de corte. Dentro de la región \mathfrak{R}_i , se emplea una determinada constelación QAM con R_i [bits/símbolo] y un nivel de potencia S_i . Los conjuntos de umbrales de conmutación normalizados para la SNR $\{\Psi_i \doteq \gamma_i/\bar{\gamma}\}_{i=0,1,\dots,N-1}$ y de niveles de potencia normalizados $\{\sigma_i \doteq S_i/\bar{S}\}_{i=0,1,\dots,N-1}$ se escogen para maximizar la eficiencia espectral bajo restricciones en la potencia media y en la BER, estas últimas del tipo I -BER o A -BER. Conviene comentar que dicho proceso de optimización se realiza en la fase de diseño del esquema AQAM. Durante el funcionamiento del sistema, la SNR instantánea γ es estimada

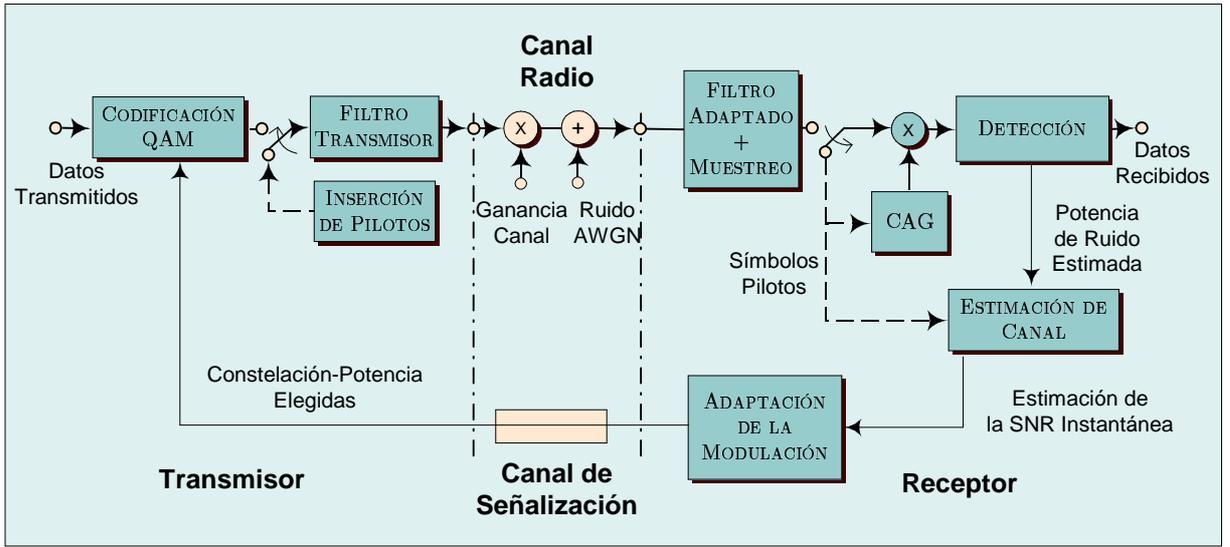


Fig. 1. Diagrama de bloques del sistema con modulación adaptativa.

para realizar la adaptación que consiste en determinar la región de desvanecimiento actual \mathfrak{R}_i y, consecuentemente, el tamaño de constelación R_i y la potencia σ_i que debe emplear el transmisor.

El subsistema de estimación del canal para la SNR instantánea γ , mostrado en la Fig. 1, se asume igual al descrito en [7]-[8]. Para ayudar a realizar la estimación se envían de forma periódica una serie de símbolos pilotos prefijados. Los símbolos pilotos y los de datos se ensamblan en tramas formadas por 1 símbolo piloto seguido por $L - 1$ símbolos de datos. La potencia de los símbolos pilotos coincide con la potencia media \bar{S} de los símbolos de datos y, aunque dicha elección no es necesariamente óptima, contribuye a no incrementar la potencia de pico de la señal transmitida. En el receptor, los símbolos pilotos son extraídos para disponer de una secuencia de estimaciones iniciales de la envolvente compleja del canal. Para mejorar la estimación, dicha secuencia es filtrada con una estructura de tipo FIR (*Finite Impulse Response*) y, finalmente, la estimación $\hat{\gamma}$ es obtenida mediante una operación módulo-cuadrado tras el filtrado.

La caracterización estadística de la estimación de la SNR instantánea γ resulta imprescindible para el análisis que sigue en las próximas secciones. Mediante la extensión de los resultados presentados en [8] puede obtenerse la PDF (*Probability Density Function*) condicional $p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma)$, suponiendo que los coeficientes del filtro FIR se escogen bajo el criterio MMSE (*Minimum Mean Square Error*)

$$p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) = \frac{1}{\chi(1-\chi)\bar{\gamma}} I_0\left(\frac{2\sqrt{\gamma\hat{\gamma}}}{\chi\bar{\gamma}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(1-\chi)^2\gamma + \hat{\gamma}}{\chi(1-\chi)\bar{\gamma}}\right) \quad (1)$$

con $I_0(\cdot)$ la función de Bessel modificada de orden cero. El parámetro χ representa el MMSE de la envolvente compleja del canal

$$\chi = \chi(\bar{\gamma}; M, T_D) = 1 - \mathbf{r}(\mathbf{R} + \frac{1}{\bar{\gamma}}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{r}' \quad (2)$$

y depende de $\bar{\gamma}$, el número de coeficientes del filtro M y el periodo de trama normalizado $T_D = f_D T_S L$ (T_S es el periodo de símbolo y f_D el ensanchamiento Doppler). Obsérvese que \mathbf{R} es la matriz de covarianza normalizada de tamaño $M \times M$ dada por $(R_{mn}) = J_0(2\pi T_D \cdot |m - n|)$, \mathbf{r} es el vector fila M -dimensional correspondiente con la covarianza normalizada $(r_m) = J_0(2\pi T_D \cdot (m - 1))$ y, finalmente, $J_0(\cdot)$ es la función de Bessel de orden cero.

III. ANÁLISIS

Desde el punto de vista de la descripción del estado del canal, mediante la estimación de la SNR instantánea γ , pueden identificarse dos fuentes de error diferentes: la selección de la constelación y la potencia se realiza con estimaciones ruidosas y, cuando los datos se reciben con esta selección, el canal ha evolucionado a un nuevo estado con un retardo de adaptación asociado τ .

El análisis que sigue se lleva a cabo de forma diferenciada según sea el tipo de restricción en la BER, *I*-BER o *A*-BER, impuesta al esquema AQAM discreto.

III-A. Esquemas AQAM Discretos con Restricciones *I*-BER

Cuando la estimación de canal es imperfecta la BER instantánea para AQAM puede aproximarse mediante [1]

$$BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) = \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8\gamma_\tau}{5(2R_i(\hat{\gamma}) - 1)} \sigma_i(\hat{\gamma})\right) \quad (3)$$

donde $\hat{\gamma}$ y γ_τ representan la SNR instantánea ruidosa y retardada ($\hat{\gamma}$) y la SNR instantánea actual (γ_τ) respectivamente. Para cuantificar la degradación de la BER instantánea puede

usarse la siguiente métrica

$$\begin{aligned} \langle BER \rangle_I &= \frac{E[BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau), \hat{\gamma} \geq \gamma_0]}{\Pr\{\hat{\gamma} \geq \gamma_0\}} \\ &= \frac{\frac{1}{5} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\hat{\gamma}=\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} \int_{\gamma_\tau=0}^{\infty} \exp\left(\frac{1-b_i}{\bar{\gamma}} \gamma_\tau\right) \cdot p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) d\gamma_\tau d\hat{\gamma}}{\int_{\hat{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} p_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma}} \end{aligned} \quad (4)$$

que representa la BER instantánea promediada cuando la SNR está por encima de la SNR de corte γ_0 . En la expresión (4) se define el parámetro $b_i \doteq 1 + 8/5\bar{\gamma} \sigma_i / (2^{R_i} - 1)$ para cada una de las regiones de desvanecimiento \mathfrak{R}_i .

Para evaluar (4) sólo se necesita conocer la PDF conjunta $p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau)$ ya que la PDF marginal $p_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma})$ puede obtenerse mediante la integración de esta primera. En [5, p. 136, eq. (41)] se llega a la PDF condicional

$$p_{\gamma_\tau/\gamma}(\gamma_\tau/\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}(1-\rho)} \exp\left(-\frac{\gamma_\tau + \rho\gamma}{\bar{\gamma}(1-\rho)}\right) I_0\left(\frac{2}{\bar{\gamma}(1-\rho)} \sqrt{\gamma_\tau \rho \gamma}\right) \quad (5)$$

expresada en función del coeficiente de correlación de la ganancia del canal $\rho = J_0^2(2\pi\tau_D)$ donde $\tau_D \doteq f_D \tau$ es el retardo de adaptación normalizado al ensanchamiento Doppler. En consecuencia, la PDF conjunta $p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau)$ puede obtenerse considerando la siguiente cadena de probabilidades condicionadas

$$p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) = \int_0^\infty p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) \cdot p_{\gamma_\tau/\gamma}(\gamma_\tau/\gamma) \cdot p_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (6)$$

A partir de este punto, los pasos para evaluar (4) analíticamente son los siguientes: substituir (1) y (5) en (6), después (6) en (4), utilizar dos veces el par transformado de Laplace [9, p. 1182, eq. (109)] y, por último, obtener $\Pr\{\hat{\gamma} \geq \gamma_0\}$ de (6) también mediante [9, p. 1182, eq. (109)]. El resultado es la siguiente expresión para evaluar la degradación de la BER instantánea

$$\begin{aligned} \langle BER \rangle_I &= \\ &= \frac{1}{5} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{e^{\frac{\Psi_0}{1-\chi}}}{b_i} \left(\exp\left(\frac{-\beta_i(\chi, \rho)\Psi_i}{1-\chi}\right) - \exp\left(\frac{-\beta_i(\chi, \rho)\Psi_{i+1}}{1-\chi}\right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

con $\beta_i \doteq b_i / (1 + (b_i - 1) \cdot (1 - \rho(1 - \chi)))$. Nótese que cuando la estimación es perfecta (sin ruido e instantánea) se cumple que $\beta_i(\chi = 0, \rho = 1) = b_i$.

La expresión (7) es válida para cualquier esquema AQAM discreto que emplee un conjunto arbitrario de constelaciones $\{R_i\}$, umbrales de conmutación normalizados $\{\Psi_i\}$ y niveles de potencia normalizados $\{\sigma_i\}$. Cuando el esquema AQAM impone restricciones de tipo *I*-BER para alcanzar una determinada 'BER Objetivo' BER_T , se establece una ligadura entre los conjuntos de parámetros anteriores de forma que, a partir de (3), se llega a que cada b_i viene dado por $b_i = 1 + K_T/\Psi_i$ con $K_T = -\log(5BER_T)$. Para este caso particular de restricción, se puede demostrar que cuando el número de regiones de desvanecimiento crece ($N \rightarrow \infty$) la expresión (7)

tiende asintóticamente a los resultados de [7] restringidos a un esquema con adaptación continua de velocidad y potencia.

III-B. Esquemas AQAM Discretos con Restricciones A-BER

En tales esquemas de modulación, la BER media permite describir directamente el impacto de la adaptación imperfecta en la BER [1]-[2]. Ésta se define como

$$\begin{aligned} \langle BER \rangle_A &= \frac{E[R(\hat{\gamma})BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau)]}{E[R(\hat{\gamma})]} \\ &= \frac{\frac{1}{5} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\hat{\gamma}=\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} \int_{\gamma_\tau=0}^{\infty} R_i \exp\left(\frac{1-b_i}{\bar{\gamma}} \gamma_\tau\right) \cdot p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) d\gamma_\tau d\hat{\gamma}}{\sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\hat{\gamma}=\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} p_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma}} \end{aligned} \quad (8)$$

y cumple que $\langle BER \rangle_A = BER_T$ cuando la estimación es perfecta.

La aplicación, antes mencionada, del par transformado de Laplace [9, p. 1182, eq. (109)] a (6) permite evidenciar que el error de estimación $\hat{\gamma}$ posee una PDF marginal de tipo exponencial con media $\bar{\gamma}(1-\chi)$. A partir de esta observación y procediendo de forma similar al caso *I*-BER se llega a la siguiente expresión analítica para (8)

$$\begin{aligned} \langle BER \rangle_A &= \\ &= \frac{\frac{1}{5} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{R_i}{b_i} \left(\exp\left(\frac{-\beta_i(\chi, \rho)\Psi_i}{1-\chi}\right) - \exp\left(\frac{-\beta_i(\chi, \rho)\Psi_{i+1}}{1-\chi}\right) \right)}{\sum_{i=0}^{N-1} R_i \left(\exp\left(\frac{-\Psi_i}{1-\chi}\right) - \exp\left(\frac{-\Psi_{i+1}}{1-\chi}\right) \right)} \end{aligned} \quad (9)$$

IV. ESTUDIO COMPARATIVO DE ROBUSTEZ EN LA BER

Considérense los esquemas AQAM habituales basados en maximizar a eficiencia espectral [1]-[5]. Para evitar confusión, se propone la siguiente nomenclatura. Un esquema AQAM se denota de forma genérica como XY-Z-L donde X e Y representan el tipo de variación para la velocidad y la potencia respectivamente. Se consideran tres posibilidades: 'C' (adaptación continua), 'D' (adaptación discreta) y 'K' (sin adaptación). Por otra parte, Z puede ser 'I' o 'A' dependiendo del tipo de restricción empleada en la BER y, finalmente, para esquemas con variación discreta en la potencia L representa el número de niveles de potencia por constelación.

De acuerdo con esta nomenclatura, en esta sección se compara la robustez de la BER de seis esquemas AQAM diferentes: CC-I de [1], DK-I de [5], DD-A-1 de [2] y, finalmente, DD-I-1, DD-I-4 y DD-A-4¹ de [3].

En la Fig. 2-(a) se representan las expresiones (7) y (9) en función del MMSE χ y del retardo de adaptación normalizado τ_D para $T_D = 5 \cdot 10^{-4}$ y $BER_T = 10^{-4}$. Se supone que todos los esquemas discretos emplean el siguiente conjunto de constelaciones QAM: NOTX, 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM y

¹La optimización del esquema DD-A-4 se realiza mediante la extensión directa del procedimiento numérico descrito en [3].

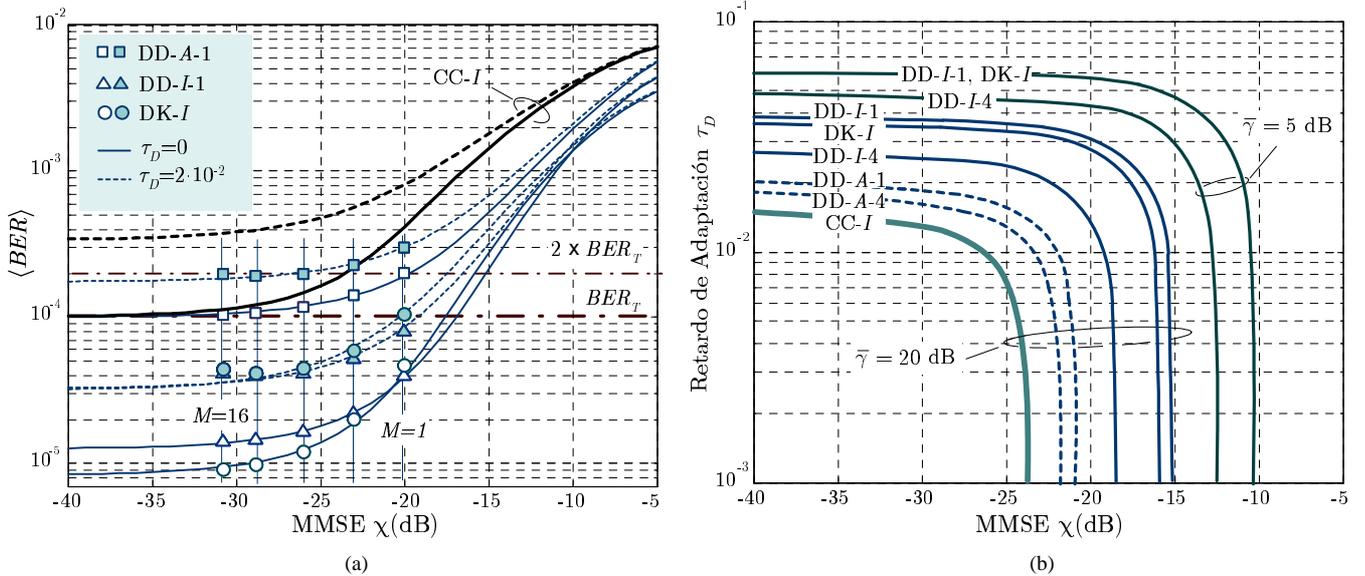


Fig. 2. Efecto de la adaptación no ideal en la BER de los esquemas AQAM en función del MMSE χ (dB) y del retardo de adaptación normalizado τ_D , con $BER_T = 10^{-4}$ y $T_D = 5 \cdot 10^{-4}$. Además, se muestran los resultados de simulación para un número de coeficientes $M = 1, 2, 4, 8$ y 16 del filtro FIR de estimación. (a) BER para diferentes esquemas AQAM con $\bar{\gamma} = 20$ dB. (b) Contornos de ruido-retardo máximo que demuestran el compromiso entre el MMSE χ (dB) y el retardo de adaptación normalizado τ_D cuando se considera como criterio de máxima degradación admisible que $\langle BER \rangle \approx 2 \times BER_T$.

256-QAM, es decir que $\{R_i\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Los resultados de simulación se superponen en la misma figura para mostrar, a la vez, la validez de los resultados analíticos y el efecto del número de coeficientes M del filtro FIR de estimación. Por otra parte, en la Fig. 2-(b) se visualizan los contornos de ruido-retardo máximo de cada esquema cuando se considera que $\langle BER \rangle \approx 2 \times BER_T$ es el criterio de máxima degradación admisible en la BER. Conviene comentar que los resultados para el esquema de adaptación continua CC-I provienen de [7]. Ambas figuras permiten resaltar el compromiso existente entre ruido de estimación y retardo de adaptación para cualquier esquema de modulación adaptativa. Más concretamente, se observa cómo los esquemas AQAM discretos basados en restricciones de tipo I-BER son más robustos que los basados en restricciones de tipo A-BER. La razón es el margen en la SNR instantánea que existe dentro de cada región de desvanecimiento cuando se impone la estricta restricción I-BER. Un argumento similar es válido para explicar la mayor robustez de aquellos esquemas que emplean potencia constante o un nivel de potencia por constelación frente a los que usan cuatro niveles de potencia por constelación. En cualquier caso, la contrapartida es que los esquemas más robustos son los que alcanzan en general una menor eficiencia espectral, como se puede comprobar tras el análisis de los resultados de [1]-[5]. Finalmente, también queda claro de los contornos de ruido-retardo máximo que la BER es más insensible a la estimación imperfecta con condiciones desfavorables en el canal ($\bar{\gamma} = 5$ dB).

V. CONCLUSIONES

Se han presentado nuevas fórmulas analíticas que permiten evaluar el impacto de la adaptación no ideal en la BER de los

esquemas AQAM discretos bajo desvanecimiento Rayleigh. Mediante estos resultados se ha estudiado la robustez de varios esquemas propuestos por diversos autores, mostrándose que aquellos esquemas que usan restricciones I-BER y potencia constante presentan el mejor comportamiento cuando se dispone de una estimación ruidosa y retardada del canal.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el MCYT (TIC2003-07819) y los fondos europeos FEDER.

REFERENCIAS

- [1] S. T. Chung and A. J. Goldsmith, "Degrees of freedom in adaptive modulation: a unified view," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 9, pp. 1561–1571, Sept. 2001.
- [2] C. Kose and D. Goeckel, "On power adaptation in adaptive signaling systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 11, pp. 1769–1773, Nov. 2000.
- [3] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres and J. T. Entrambasaguas, "Optimum discrete-power adaptive QAM scheme for Rayleigh fading channels," *IEEE Comm. Lett.*, pp. 281–283, Jul. 2001.
- [4] B. Choi and L. Hanzo, "Optimum mode-switching-assisted constant-power single- and multicarrier adaptive modulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, pp. 536–560, May 2003.
- [5] M-S. Alouini and A. J. Goldsmith, "Adaptive modulation over Nakagami fading channels," *Kluwer Wireless Personal Comm.*, vol. 13, pp. 119–143, May 2000.
- [6] F. Y. Long and K. T. Lo, "Measurements for performance degradation of adaptive modulation scheme caused by channel quality estimation error," *Commun., IEE Proc.*, pp. 80–84, Apr. 2003.
- [7] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Impact of channel estimation error on adaptive modulation performance in flat fading," *IEEE Trans. Comm.*, accepted for publication.
- [8] X. Tang, M-S. Alouini and A. J. Goldsmith, "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in Rayleigh fading," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, pp. 1856–1864, Dic. 1999.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, 9th ed. New York: Dover, 1970.