

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

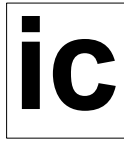


TESIS DOCTORAL

MODULACIÓN ADAPTATIVA NO IDEAL EN
CANALES CON DESVANECIMIENTOS

AUTOR: JOSÉ FRANCISCO PARIS ÁNGEL

DIRECTOR: JOSÉ TOMÁS ENTRAMBASAGUAS MUÑOZ



UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

E.T.S. INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN
Campus Universitario de Teatinos, E-29071 Málaga (SPAIN)
Tlf.: +34 952131440 - Fax: +34 952132027

Informe del Director

En la Tesis Doctoral de título *Modulación Adaptativa No Ideal en Canales con Desvanecimientos* realizada por D. José Francisco Paris Ángel bajo mi dirección, se han propuesto aportaciones originales sobre los siguientes temas: esquemas de modulación adaptativa con variación discreta de constelación y potencia que permiten aproximarse a las prestaciones de los esquemas con variación continua; análisis del efecto de la adaptación no ideal en las prestaciones de los sistemas de modulación adaptativa. Estas aportaciones han dado lugar a varias publicaciones nacionales e internacionales. Por todo ello, considero que esta Tesis es apta para su presentación a trámite de lectura.

Málaga a ____ de _____ del ____

Fdo.: Dr. D. José Tomás Entrambasaguas Muñoz

Agradecimientos

Mi primer agradecimiento es, sin duda alguna, para Mari Carmen Aguayo y Tomás Entrambasaguas. Cuando empecé a trabajar con ellos allá por 1999, mis conocimientos sobre comunicaciones digitales eran mínimos. De los dos he aprendido muchísimo y no sólo contenidos meramente técnicos. Gracias a Mari Carmen conseguí ubicarme en este campo y obtener los primeros resultados en un breve espacio de tiempo. La increíble visión global de Tomás y su sentido de lo práctico han servido de líneas maestras para todo el trabajo de tesis. Tanto Mari Carmen como Tomás no sólo son brillantísimos profesionales sino que poseen una agudeza y una capacidad inusuales para descubrir las claves de cualquier problema. Esto es precisamente lo más valioso que he aprendido de ellos. En nuestras numerosas reuniones, muy enriquecedoras a pesar de los formulones y de su duración, casi siempre me sorprendía cualquiera de los dos con ese fino detalle o ese matiz que me desmontaba parte o todo el kiosko.

Quiero dedicar algunas palabras especiales de agradecimiento a mis compañeros de despacho. Eduardo Martos, el máquina de las señales también reconocido como el Dr. Sincro, me ha hecho ver la luz en numerosas ocasiones. Tanto él como Unai Fernández han conseguido algo muy difícil como es el que te encuentres en tu despacho más entretenido y a gusto que en tu propia casa, además de aguantar mis no pocas brasas.

Agradezco también al resto de compañeros de Ingeniería de Comunicaciones el haber encontrado siempre su ayuda y colaboración, en especial a Fernando Ruiz, por ayudarme a desvelar algunos de los misterios del canal.

Finalmente, quiero concluir afirmando que todo proyecto profesional es infinitamente más sencillo cuando se está bien en el terreno personal. En este sentido agradezco el apoyo de mi hermana Ángela y de mi madre que, a lo largo de toda mi vida, me ha ofrecido todo lo que ha podido y algunas veces más de lo que ha podido. Por esta razón, le quiero de dedicar este trabajo a mi madre, por su amor absolutamente incondicional.

Jose Paris

Índice

Resumen.....	VII
Abstract.....	IX
Acrónimos.....	XI
Tabla de Símbolos.....	XIII
1. Introducción	1
1.1. Estado Actual de las Redes de Acceso Inalámbricas	1
1.2. Transmisión Digital en el Canal Radio Móvil	5
1.2.1. Características del Canal	5
1.2.2. Técnicas de Transmisión	7
1.3. Fundamentos de la Modulación Adaptativa	10
1.3.1. Principio de Funcionamiento	10
1.3.2. Ámbitos de Aplicación	12
1.4. Objetivos y Organización de la Tesis	13
1.4.1. Objetivos de la Tesis	13
1.4.2. Organización de la Tesis	14
2. Modulación Adaptativa en Canales Planos con Desvanecimientos	17
2.1. Introducción	17
2.2. Modelo de Canal	19
2.2.1. Desvanecimientos por Propagación Multicamino	19
2.2.2. Inclusión de la Atenuación a Gran Escala	23
2.3. Descripción General de los Sistemas AQAM	25
2.3.1. Modelo de Sistema	25
2.3.2. Formulación y Modelo de Análisis	30
2.3.3. Definición Formal del Esquema AQAM	37
3. Análisis de los Esquemas de Adaptación con Variación Continua	41
3.1. Introducción	41
3.2. Esquemas AQAM con Variación Continua CC-I y CC-A	43

3.2.1. Optimización del Esquema CC- <i>I</i>	43
3.2.2. Optimización del Esquema CC- <i>A</i>	44
3.2.3. Cálculo de la SNR de Corte	47
3.3. Prestaciones	51
3.3.1. Eficiencia Espectral	51
3.3.2. Probabilidad de Bloqueo	54
3.4. Conclusiones	56
3.5. Apéndices	57
3-A. Expresiones Cerradas para las Leyes de Variación del Esquema CC- <i>A</i>	57
3-B. Aproximaciones Analíticas para la SNR de Corte de los Esquemas CC- <i>I</i> con Desvanecimiento Rayleigh	61
4. Aproximación Discreta a los Esquemas con Variación Continua	65
4.1. Introducción	65
4.2. Esquemas AQAM Discretos DD- <i>I-L</i> y DD- <i>A-L</i>	67
4.2.1. Descripción General	67
4.2.2. Optimización del Esquema DD- <i>I-L</i>	69
4.2.3. Optimización del Esquema DD- <i>A-L</i>	76
4.3. Prestaciones	79
4.3.1. Eficiencia Espectral	79
4.3.2. BER Media	83
4.3.3. Información de Señalización	85
4.3.4. Probabilidad de Bloqueo	90
4.4. Conclusiones	93
4.5. Apéndices	95
4-A. Umbrales de Conmutación y Niveles de Potencia Óptimos del Esquema DD- <i>I-L</i>	95
4-B. Umbrales de Conmutación y Niveles de Potencia Óptimos del Esquema DD- <i>A-L</i>	103
4-C. Ecuación No Lineal que Permite Obtener una Solución Inicial para el Esquema DD- <i>I</i> con $L > 1$	111
5. Efecto de la Adaptación Imperfecta en las Prestaciones del Sistema	115
5.1. Introducción	115
5.2. Modelo de Subsistema de Estimación de Canal	119
5.2.1. Descripción General	119
5.2.2. Estimación de la SNR Instantánea	121
5.2.3. Estimación de la SNR Media	124
5.3. Análisis de los Errores de Variación Rápida	125
5.3.1. Eficiencia Espectral	125

5.3.2. BER Instantánea Promedio	126
5.3.3. Potencia Transmitida	127
5.3.4. Probabilidad de Bloqueo	128
5.3.5. Interpretación de los Resultados Analíticos	128
5.3.6. Resultados Numéricos	131
5.4. Inclusión del Error de Variación Lenta	135
5.4.1. Eficiencia Espectral	135
5.4.2. BER Instantánea Promedio	136
5.4.3. Potencia Media	137
5.4.4. Probabilidad de Bloqueo	137
5.4.5. Interpretación de los Resultados Analíticos	137
5.4.6. Resultados Numéricos	139
5.5. Conclusiones	141
5.6. Apéndices	143
5-A. Obtención de la PDF Condicional de la Estimación de la SNR Instantánea	143
6. Conclusiones y Líneas Futuras de Investigación	145
6.1. Conclusiones Generales	145
6.2. Líneas Futuras de Investigación	147
Referencias	149

Resumen

El canal radio comienza a utilizarse de forma masiva para la transmisión digital a alta velocidad en las redes de acceso. La naturaleza variante de este medio de transmisión aconseja el uso de técnicas adaptativas para aprovechar la capacidad del canal. Una técnica concreta, la modulación adaptativa, se está introduciendo progresivamente para mejorar las redes inalámbricas actuales y a la vez se vislumbra como técnica básica para las futuras.

En esta tesis se estudia la transmisión digital mediante modulación adaptativa en canales radio que sólo sufren desvanecimientos temporales (canales planos). Los sistemas considerados modifican la constelación y la potencia transmitida en función de cierta información disponible sobre el estado del canal. El subsistema de adaptación situado en el receptor estima el canal, decide la constelación y potencia y, finalmente, envía esta información a través de un canal de señalización preestablecido desde el receptor hacia el transmisor. Idealmente, se asume que el canal de señalización posee capacidad ilimitada y que el proceso de adaptación se realiza de forma perfecta (estimación perfecta de canal y adaptación instantánea).

La motivación de esta tesis es precisamente abordar algunos aspectos clave sobre el empleo de modulación adaptativa en condiciones no ideales. Se tratan fundamentalmente dos temas: la propuesta y análisis de esquemas de adaptación completamente discretos, característica necesaria si el canal de señalización es de capacidad limitada, y el análisis del efecto de la adaptación imperfecta (estimación imperfecta de canal y adaptación no instantánea).

Se comienza describiendo en detalle el modelo de sistema considerado, incluido el modelo de canal y, para facilitar su análisis, se propone una formulación basada en tres escalas de tiempo. Se estudian las prestaciones de los esquemas de variación continua propuestos por Goldsmith et al. Aunque dichos esquemas

no son implementables en un sistema real, al suponer la existencia de un canal de señalización con capacidad ilimitada, establecen una cota superior en las prestaciones que pueden alcanzar los esquemas discretos.

A continuación se proponen esquemas completamente discretos que emplean M posibles constelaciones y L posibles niveles de potencia para cada constelación. Los parámetros de estos esquemas son optimizados para alcanzar la máxima eficiencia espectral considerando: limitación en la potencia media transmitida y dos restricciones alternativas en la BER según la escala de tiempo de referencia. Las prestaciones de dichos esquemas (eficiencia espectral, BER, información de señalización y probabilidad de bloqueo) se analizan mediante expresiones cerradas y simulaciones. Los resultados demuestran que las prestaciones de los esquemas discretos propuestos pueden aproximarse a las de los continuos con un número reducido de constelaciones y niveles de potencia por constelación.

Las prestaciones de cualquier esquema de modulación adaptativa son muy sensibles al proceso de adaptación asociado. En un sistema no ideal suelen existir dos fuentes de error principales. Por un lado, la constelación y la potencia se eligen con una estimación ruidosa del canal y, por otro, la transmisión a través del canal de señalización y la reconfiguración del transmisor pueden acumular un considerable retardo. En esta tesis se realiza el análisis del impacto de la adaptación imperfecta sobre las prestaciones del sistema cuando se emplea un esquema de adaptación continua de constelación y potencia. La sensibilidad de la eficiencia espectral, BER instantánea, potencia transmitida y probabilidad de bloqueo a las diferentes fuentes de error se describe mediante un conjunto de nuevas fórmulas analíticas en forma de expresiones cerradas o fáciles de evaluar numéricamente. Los resultados obtenidos demuestran que la BER es especialmente sensible al ruido de estimación y al retardo de adaptación.

Abstract

Radio channels are intensively being used for high-speed digital transmission in service access networks. Time-varying nature of these channels leads to the utilization of adaptive techniques to exploit its potential capacity. One specific technique is adaptive modulation, which is being proposed to improve current wireless networks and as basic constituent of future networks.

In this thesis, adaptive modulation over flat fading radio channels is studied. The considered adaptive modulation systems perform rate-power adaptation according to certain channel state information. The adaptation subsystem estimates the channel at the receiver, selects the appropriate rate-power and finally sends back this signaling information via certain preestablished signaling channel from the receiver towards the transmitter. Ideally, unlimited capacity is assumed for the signaling channel and the adaptation process is supposed perfect (perfect channel estimation and instantaneous adaptation).

The motivation of this thesis is to tackle some key issues on adaptive modulation under non ideal conditions. Two main aspects are addressed: new proposals and analysis of discrete-rate discrete-power adaptive modulation schemes, required by capacity-limited signaling channels, and the analysis of the impact of imperfect adaptation on the system performance (imperfect channel estimation and non-instantaneous adaptation).

In the first place, the considered system model is described including the channel model and, to enable further analysis, a new formulation based on three different temporal scales is proposed. Then, the adaptive modulation schemes formerly proposed by Goldsmith et al. based on continuous adaptation are analyzed. Although these schemes are not directly implementable in practical systems, since they require a signaling channel with unlimited capacity, its analysis allows to establish performance upper bounds for the discrete schemes.

At this point discrete-rate discrete-power adaptive modulation schemes are proposed, which employ M different constellations and L different power levels per constellation. The parameters of these schemes are optimized to maximize the system spectral efficiency considering: transmitted power limitation and two possible BER restrictions for different temporal scales. The performance of such schemes (spectral efficiency, average BER, signaling information rate and outage probability) is evaluated via close-form expressions and simulations. Analytical and simulation results show that the proposed discrete-rate discrete-power schemes performance is close to that of continuous adaptation using a reduced number of constellations and power levels per constellation.

Adaptive modulation performance strongly relies on the associated adaptation process. In non ideal systems, two main error sources can be identified in such process. First, rate-power selection is performed with noisy channel estimation and, secondly, the signaling channel limitations and the transmitter reconfiguration capabilities may cause certain adaptation delay. The impact of both error sources on adaptive modulation performance is analyzed in this thesis for continuous rate-power adaptation. A set of new analytical expressions is obtained, close-form or simple to compute numerically, to evaluate the sensibility of the different performance parameters (spectral efficiency, instantaneous BER, transmit power and outage probability) to imperfect adaptation. Numerical results show that the BER exhibits high sensitivity to estimation noise and adaptation delay.

Acrónimos

2G	Segunda generación
3G	Tercera generación
3GPP	Third Generation Project Partnership
4G	Cuarta generación
A-BER	Average BER (<i>BER media</i>)
AQAM	Adaptive QAM (<i>QAM adaptativa</i>)
AWGN	Additive White Gaussian Noise (<i>ruido blanco gaussiano y aditivo</i>)
BER	Bit Error Rate (<i>tasa de error binaria</i>)
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CAG	Control Automático de Ganancia
CC-A	adaptación continua total, restricción A-BER
CC-I	adaptación continua total, restricción I-BER
CDMA	Code Division Multiple Access (<i>acceso múltiple por división de código</i>)
CK-A	adaptación de constelación continua, restricción A-BER
CK-I	adaptación de constelación continua, restricción I-BER
DD-A	adaptación discreta total, restricción A-BER
DD-I	adaptación discreta total, restricción I-BER
DD-A-L	adaptación discreta total, restricción A-BER, <i>L</i> niveles de potencia
DD-I-L	adaptación discreta total, restricción I-BER, <i>L</i> niveles de potencia
DFE	Decision Feedback Equalization (<i>ec. por realimentación de decisión</i>)
DK-A	adaptación discreta de constelación, restricción A-BER
DK-I	adaptación discreta de constelación, restricción I-BER
EDGE	Enhanced Data rates for GSM Evolution
FFT	Fast Fourier Transform (<i>transformada rápida de Fourier</i>)
FIR	Finite Impulse Response (<i>respuesta al impulso finita</i>)

GERAN	GSM/EDGE Radio Access Network
GPRS	General Packet Radio Service
GSM	Global System for Mobile Communications
HSDPA	High-Speed Downlink Packet Access
<i>I</i> -BER	Instantaneous BER (<i>BER instantánea</i>)
IMT	International Mobile Telecommunications
IP	Internet Protocol
ITU	International Telecommunications Union
KC- <i>A</i>	control de potencia continuo, restricción <i>A</i> -BER
KC- <i>I</i>	control de potencia continuo, restricción <i>I</i> -BER
KD- <i>A</i>	control de potencia discreto, restricción <i>A</i> -BER
KD- <i>I</i>	control de potencia discreto, restricción <i>I</i> -BER
KK- <i>A</i>	QAM no adaptativa, restricción <i>A</i> -BER
KK- <i>I</i>	QAM no adaptativa, restricción <i>I</i> -BER
LCR	Level Crossing Rate (<i>tasa de cruces por nivel</i>)
LOS	Line Of Sight (<i>línea de visión directa</i>)
MAC	Medium Access Control (<i>control de acceso al medio</i>)
MAN	Metropolitan Area Network (<i>Red de Área Metropolitana</i>)
MMSE	Minimum Mean Square Error (<i>mín. error cuadrático medio</i>)
NLOS	Non Line Of Sight (<i>sin línea de visión directa</i>)
NOTX	Non Transmission (<i>sin transmisión</i>)
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing (<i>multiplexación por división en frecuencia ortogonal</i>)
PAM	Pulse Amplitude Modulated
PAN	Personal Area Network (<i>red de ámbito personal</i>)
PDC	Personal Digital Cellular
PDF	Probability Density Function (<i>función densidad de probabilidad</i>)
PSAM	Pilot Symbol Assisted Modulation (<i>modul. asistida por símbolos pilotos</i>)
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
SMS	Short Message Service
SNR	Signal-to-Noise Ratio (<i>relación señal a ruido</i>)
TDMA	Time Division Multiple Access (<i>acceso múltiple por división en el tiempo</i>)
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System
VA	Variable Aleatoria
WAN	Wide Area Network (<i>red de ámbito global</i>)
WAP	Wireless Application Protocol
WCDMA	Wideband CDMA
LAN	Local Area Network (<i>red de ámbito local</i>)
WSS	Wide Sense Stationary (<i>estacionario en sentido amplio</i>)

Tabla de Símbolos

$\alpha(t)$	Amplitud del canal debida a la propagación multicamino
χ	MMSE de estimación
δ	Error relativo de estimación a gran escala
$\delta(\tau)$	Delta de Dirac
Δ	Desviación típica del error de estimación a gran escala
Δ_i	Distancia relativa entre umbrales de conmutación
$\dot{\varepsilon}$	Error relativo del CAG
$\Phi(m, x)$	Función asociada a la SNR de corte
$\Phi(x)$	Función asociada a la SNR de corte para $m = 1$
γ	SNR instantánea, escala de invarianza
γ_0	SNR de corte
γ_τ	SNR instantánea dentro de τ segundos
$\hat{\gamma}$	Estimación de γ para el algoritmo AQAM
$\tilde{\gamma}$	SNR media, escala media
$\hat{\tilde{\gamma}}$	Estimación de $\tilde{\gamma}$ para el algoritmo AQAM
$\Gamma(a, x)$	Función gamma incompleta
$\Gamma(\cdot)$	Función gamma
$\tilde{\eta}$	Capacidad del canal
$\tilde{\kappa}$	Sobrecarga de señalización
λ	Parámetro asociado a τ_D con adaptación no ideal
$\theta(t)$	Fase del canal
ρ	Coefficiente de correlación de $\alpha(t)^2$
ρ_G	Coefficiente de correlación de $G(t)$
σ_a	Potencia de los símbolos a_k
σ_D	Ensanchamiento temporal del canal debido al retardo (<i>delay spread</i>)
σ_i	Potencia asociada al i -ésimo intervalo de un esquema discreto
τ	Retardo de adaptación

τ_D	Retardo de adaptación normalizado
$\tilde{\nu}$	Eficiencia espectral a escala media
$\widehat{\nu}$	Eficiencia espectral con señalización no ideal
ω	Variable frecuencia angular continua
Ω	Ganancia media de potencia del canal debida a la prop. multicamino
Ψ_0	SNR de corte normalizada
Ψ'_0	SNR de corte normalizada del esquema CC-A
Ψ	SNR instantánea normalizada
Ψ_i	Umbral de conmutación i -ésimo de un esquema discreto
$\zeta(t)$	Amplitud del canal
a_k	Símbolos complejos transmitidos
a_P	Símbolo piloto prefijado
A	SNR de corte efectiva con señalización no ideal
B	Parámetro asociado a BER_T con señalización no ideal
B	Ancho de banda radio de la señal transmitida
B_C	Ancho de banda de coherencia del canal
B_W	Ancho de banda radio equivalente de ruido
BER_T	BER objetivo
$BER(\gamma)$	BER instantánea, escala de invarianza
\widetilde{BER}	BER media, escala media
\widehat{BER}_0	BER instantánea promedio con señalización no ideal
\dot{c}_k	Envolvente compleja discreta del canal estimada por el CAG
$c(\tau; t)$	Respuesta al impulso del canal variante en el tiempo
$c(t)$	Envolvente compleja del canal
c_o	Velocidad de la luz en el vacío
C_T	Constante asociada a la BER_T en los esquemas DD-A-L
D	Nº de símbolos de la trama PSAM
e	El número 'e'
$\Sigma \langle \cdot \rangle$	Promedio temporal a escala de invarianza
$\Sigma \llbracket \cdot \rrbracket$	Promedio temporal medio a escala media
$E[\cdot]$	Esperanza matemática
E_p	Energía del pulso transmitido
$E_1(x)$	Función exponencial-integral de primer orden
f	Variable frecuencia continua
f_i	Constante asociada a los R_i de los esquemas DD-A-L
f_D	Ensanchamiento Doppler (<i>Doppler spread</i>)
$f(t)$	Respuesta al impulso del filtro receptor
f_S	Frecuencia de símbolo
F	Número de coeficientes del filtro de estimación
$g(t)$	Fluctuación de la ganancia de potencia del canal a gran escala

$G(t)$	La fluctuación $g(t)$ en dB
\bar{g}	Media de $g(t)$
h_i	Coefficiente del filtro de estimación
$H(\cdot)$	Función entropía de la información
$H_{M_p}(\cdot)$	Polinomio de Hermite de orden M_p
$I_{m-1}(\cdot)$	Función de Bessel modificada de primera especie y orden $m - 1$
\widetilde{I}_Z	Información de señalización normalizada a la frecuencia Doppler
I	Matriz identidad
$J_0(\cdot)$	Función de Bessel de orden cero
K	Factor de Rice
K_T	Constante asociada a BER_T
L	Nº de niveles de potencia por constelación
$L_{N_p}(\cdot)$	Polinomio de Laguerre de orden N_p
m	Parámetro de la distribución Nakagami- m
M	Nº de constelaciones empleadas por los esquemas discretos
M_p	Orden del polinomio de Hermite
$n(t)$	Ruido recibido a través del canal
N	Número de umbrales de conmutación constelación-potencia
N_o	Densidad espectral del ruido AWGN
N_p	Orden del polinomio de Laguerre
N_Z	Nº medio de cruces total por unidad de tiempo normalizado
$p(t)$	Respuesta al impulso del filtro transmisor
$\Pr \{ \cdot \}$	Probabilidad
q_k	Símbolos recibidos antes del demodulador
Q	Nº de símbolos de la trama de señalización
r	Vector covarianza normalizado
$r(t)$	Envolvente compleja de la señal recibida
$R(t)$	Tamaño de la constelación, nº de bits por símbolo complejo
R_i	Constelación asociada al i -ésimo intervalo de un esquema discreto
R	Matriz de covarianza normalizada
$s(t)$	Envolvente compleja de la señal transmitida
$S(t)$	Potencia transmitida a escala de invarianza
S_k	Potencia transmitida a escala de invarianza, tiempo discreto
\bar{S}	Potencia media nominal a escala global
\widetilde{S}	Potencia media nominal con señalización no ideal
t	Variable tiempo continuo
$\langle t \rangle$	Intervalo de tiempo a escala de invarianza
$\llbracket t \rrbracket$	Intervalo de tiempo a escala media
T_C	Tiempo de coherencia del canal
T_D	Intervalo PSAM normalizado

T_S	Intervalo de símbolo
T_Z	Intervalo de señalización normalizado
$u(\cdot)$	Función escalón unitario
v	Velocidad relativa transmisor-receptor
W_k	Potencia instantánea de señal recibida
X_c	Distancia de correlación efectiva de $G(t)$

1.1 Estado Actual de las Redes de Acceso Inalámbricas

La difusión que a principios del siglo XXI han llegado a alcanzar las comunicaciones inalámbricas es realmente notable. Particularmente relevante resulta el despliegue de las redes de telefonía celular que han llegado a conseguir unos mil millones de terminales a nivel mundial y un uso casi generalizado en los países más desarrollados [Fro01].

Los terminales celulares analógicos de primera generación eran básicamente teléfonos dotados de movilidad. Sin embargo, la introducción a principio de los 90 de la segunda generación (2G) de terminales digitales ha convertido las redes móviles celulares en un punto de acceso ideal a multitud de servicios. De entre los servicios de datos añadidos a la función básica de telefonía destacan los que ya proporcionan las redes móviles 2G, como mensajes cortos (SMS) y acceso a internet (WAP), y los que se están implementando en las redes de tercera generación (3G) como videotelefonía o descarga de video/música.

Además de las redes celulares de ámbito global (WAN, *Wide Area Network*), las comunicaciones inalámbricas han recibido el impulso del importante desarrollo de las redes de ámbito metropolitano (MAN, *Metropolitan Area Network*), local (LAN, *Local Area Network*) y personal (PAN, *Personal Area Network*). Las MAN

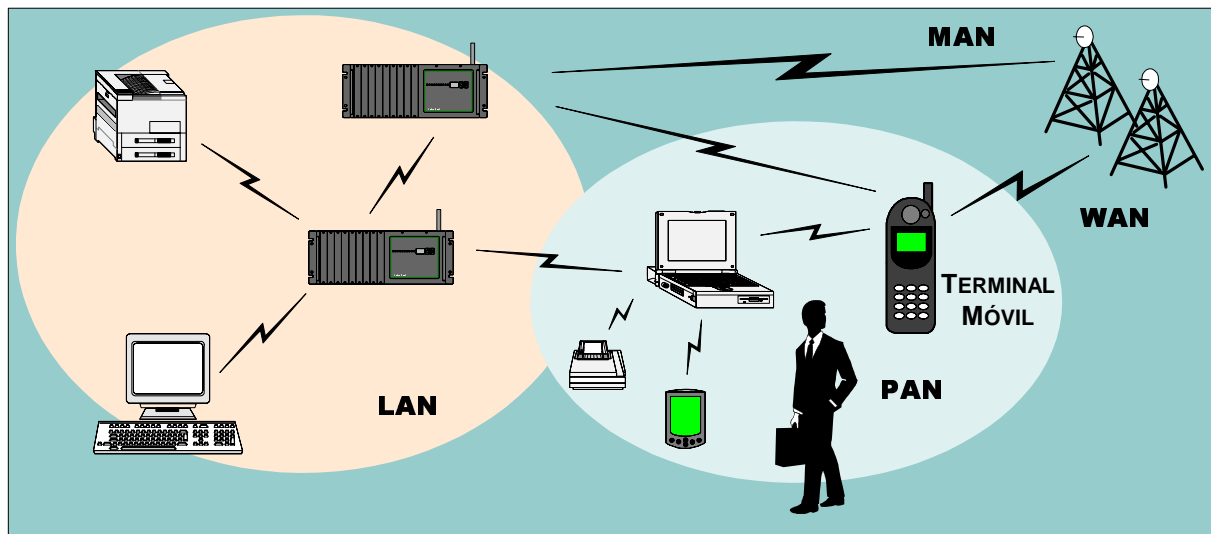


Figura 1.1: Integración de los diferentes tipos de redes de comunicaciones inalámbricas.

facilitan el acceso a servicios de banda ancha mediante enlaces de radio fijos de alta velocidad dentro del ámbito metropolitano. Las LAN permiten la interconexión a alta velocidad entre terminales de un mismo entorno, substituyendo a las redes locales cableadas que interconectan los ordenadores de edificios y oficinas. El objetivo de las PAN es el de proporcionar interconexión inalámbrica de corto alcance entre el ordenador, el terminal celular y otros periféricos como impresoras. Particularmente relevante es la tendencia a la integración de todas estas tecnologías de forma que el usuario posea una conexión de alta velocidad, transparente para él, con la que accede a multitud de servicios [Fro01]. Como se ilustra en la fig. 1.1 las WAN, MAN, PAN y LAN se complementan de forma que el usuario siempre esté conectado de la mejor forma posible.

En los últimos años se ha realizado un intenso trabajo de estandarización y difusión de sistemas inalámbricos MAN, LAN y PAN [Fro01], [Hon02], [Ekl02], [PAN03], [Dia03]. En cuanto a las MAN, existen dos sistemas: el europeo HiperMAN y el norteamericano IEEE 802.16. De nuevo otros dos estándares, el europeo HiperLAN2 y las diversas modalidades del norteamericano IEEE 802.11, parecen protagonizar el futuro inmediato de los sistemas LAN. Por último, en las PAN se usa actualmente el sistema Bluetooth y se está desarrollando el sistema IEEE 802.15.

La evolución histórica y perspectiva futura de las redes móviles WAN se ilustra en la fig. 1.2, donde aparecen los sistemas y estándares más

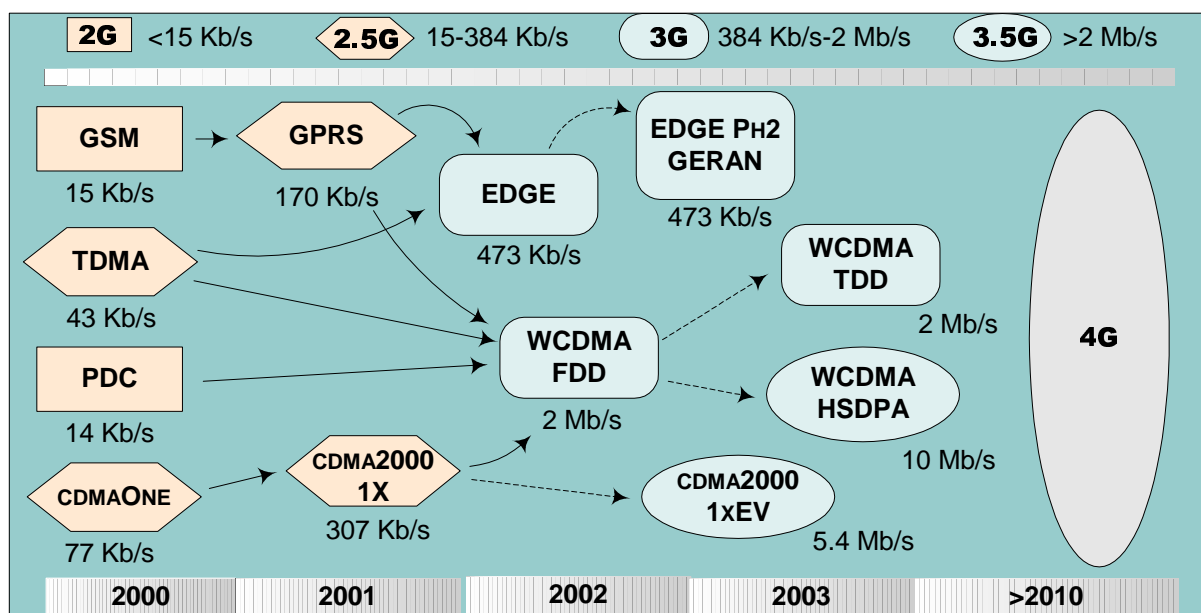


Figura 1.2: Evolución de los sistemas y estándares para las redes celulares, estableciendo su fecha de implantación aproximada.

importantes [Hon02]. Actualmente, el panorama geográfico de los sistemas 2G ó 2G evolucionados (2.5G) es diverso. El sistema europeo GSM (*Global System for Mobile Communications*) se usa prácticamente en todo el mundo excepto en Japón donde se usa el sistema PDC (*Personal Digital Cellular*). En Estados Unidos coexisten junto al GSM otros dos sistemas, TDMA y cdmaOne, este último basado en CDMA (*Code Division Multiple Access*). Como ejemplo de sistema 2.5G destaca el GPRS (*General Packet Radio Service*) que, evolucionado a partir del GSM, permite aumentar la velocidad de transmisión de datos con moderadas inversiones de los operadores al mantener las características básicas de la capa radio.

En cuanto a las redes móviles de tercera generación (3G) y sus evoluciones (3.5G), existen varias propuestas encuadradas dentro del sistema internacional IMT-2000 que coordina la ITU (*International Telecommunications Union*). En Europa, el sistema UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*) propone una nueva capa radio denominada WCDMA (*Wideband CDMA*) que permite ofrecer al usuario un acceso de hasta 2 Mb/s. Como transición hasta el completo desarrollo e implantación de WCDMA, el sistema GERAN (*GSM/EDGE¹ Radio Access Network*) surge como una evolución de la capa radio de GPRS que utiliza la estructura de la red UMTS. Para WCDMA existen varias mejoras aprobadas

¹EDGE≡ Enhanced Data GSM Environment

por el 3GPP (*Third Generation Project Partnership*) de entre las que destaca el uso de modulación adaptativa para el canal descendente, denominada HSDPA (*High-Speed Downlink Packet Access*) [Mot00]. Por otro lado, en Estados Unidos la propuesta radio para IMT-2000 es el sistema cdma2000 y sus posteriores evoluciones [Prr02],[Hon02]; mientras que en el importante mercado chino se ha establecido el estándar propio TS-SCDMA [Liu03].

Actualmente se están realizando diversas propuestas para los futuros sistemas de cuarta generación (4G). Aunque no está claro si la capa radio será una evolución de los sistemas 3G, lo que si parece estar claro es que emplearán, entre otras técnicas, algún tipo de modulación adaptativa [Cla02].

1.2 Transmisión Digital en el Canal Radio Móvil

Las técnicas empleadas para aumentar las prestaciones de los sistemas de comunicaciones móviles están fuertemente relacionadas con la naturaleza del canal.

1.2.1 Características del Canal

La respuesta del canal radio móvil presenta fuertes variaciones en el tiempo como consecuencia del movimiento relativo entre el transmisor y el receptor [Rap96]. La señal transmitida alcanza el receptor a través de distintos caminos variables cuyas contribuciones se superponen, ocasionando desvanecimientos en la señal recibida según lo constructiva o destructiva que sea la interferencia resultante. Además, si el retardo relativo de dichas contribuciones abarca varios intervalos de símbolo se observará una dependencia de la ganancia del canal con la frecuencia dentro del ancho de banda de transmisión. Debido a los dos fenómenos anteriores puede afirmarse que, en general, el canal experimenta desvanecimiento temporal con selectividad en frecuencia.

En la fig. 1.3 se representa la respuesta en amplitud del canal en función del tiempo y la frecuencia [Agu01, pág. 5]. El desvanecimiento temporal puede cuantificarse mediante el intervalo de coherencia del canal T_C que mide el intervalo de tiempo en el que la respuesta de amplitud del canal permanece prácticamente invariante. El intervalo de coherencia T_C es la magnitud dual del ensanchamiento Doppler f_D (*Doppler spread*), y por ello $T_C \propto 1/f_D$ [Rap96, pág. 170]. Por otra parte, la selectividad en frecuencia del canal puede cuantificarse con el ancho de banda de coherencia B_C que representa la región del espectro dentro de la cual la respuesta en frecuencia del canal es aproximadamente plana. El ancho de banda de coherencia es la magnitud dual del ensanchamiento temporal debido al retardo σ_D (*Delay spread*) por lo que $B_C \propto 1/\sigma_D$ [Rap96, pág. 169].

Considérese un sistema de comunicaciones digitales que emplea un intervalo de símbolo T_S y por tanto un ancho de banda $B \sim 1/T_S$. Para dicho sistema, el desvanecimiento temporal del canal se considera lento si $T_S \ll T_C$, es decir si en un intervalo de símbolo el canal es prácticamente invariante. En caso contrario, se dice que el desvanecimiento temporal del canal es rápido. Por otra parte, respecto a la selectividad en frecuencia el canal se considera plano o no selectivo si $B \ll B_C$ o, lo que es lo mismo, si en el ancho de banda del sistema el canal

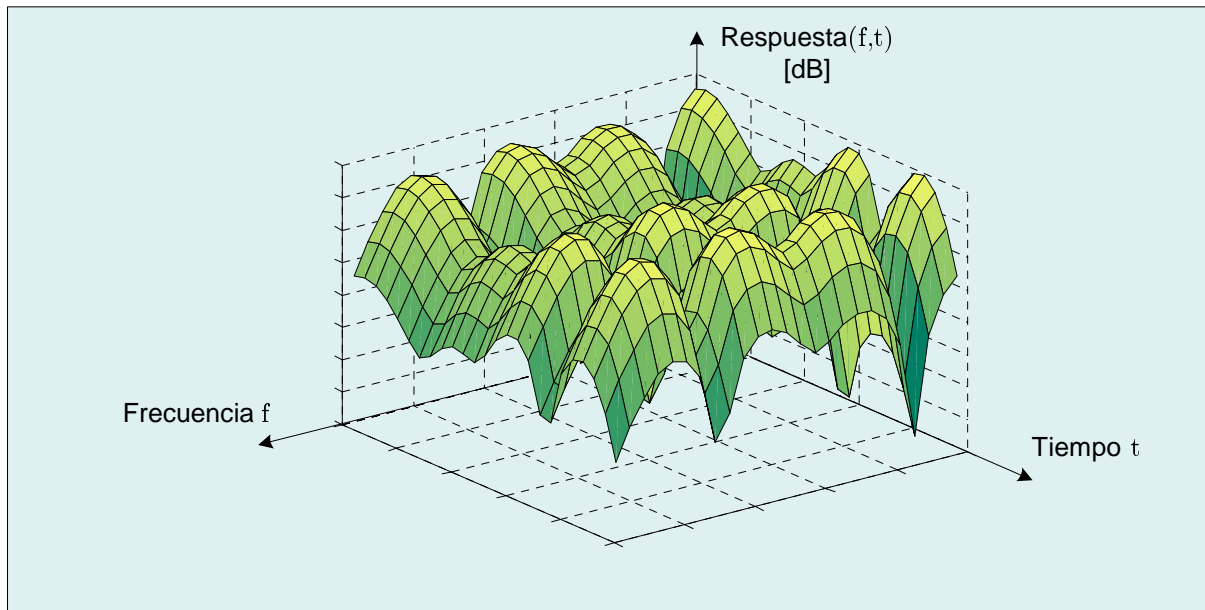


Figura 1.3: Respuesta general de la ganancia del canal radio: desvanecimiento temporal y selectividad en frecuencia.

presenta una respuesta en frecuencia prácticamente plana.

Esta tesis se centra en sistemas de comunicaciones digitales en los que se puede suponer que el desvanecimiento temporal es lento y no existe selectividad en frecuencia. En tal caso, se hablará simplemente de canales planos con desvanecimientos.

Para analizar los canales planos con desvanecimientos conviene observar la variación temporal completa de la respuesta de amplitud del canal. Además del debido a la propagación multicamino, el canal experimenta otro tipo de desvanecimiento de variación más lenta que se denomina desvanecimiento a gran escala. Éste se produce por los cambios bruscos en el entorno de la comunicación, como variaciones significativas de la distancia transmisor-receptor o de las características de la obstrucción del enlace [Sim00, pág. 23].

La variación temporal completa del canal plano con desvanecimientos se muestra en la fig. 1.4. Por un lado se distinguen variaciones rápidas relacionadas con la propagación multicamino y, por otro, variaciones lentas debidas a la atenuación a gran escala.

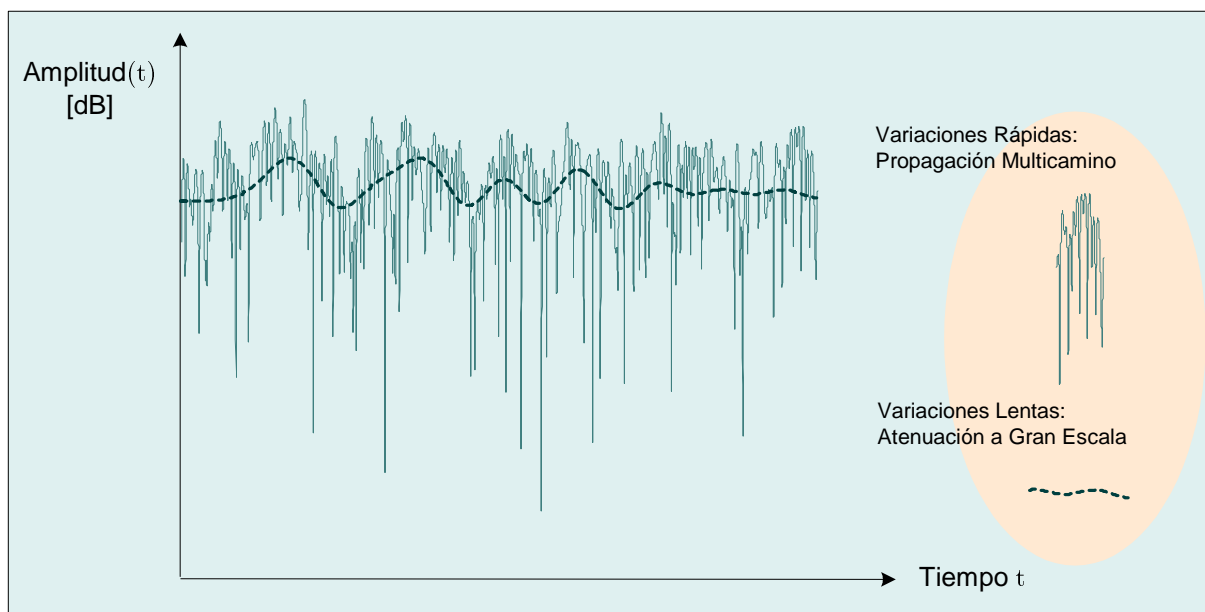


Figura 1.4: Variación temporal del canal plano con desvanecimientos.

1.2.2 Técnicas de Transmisión

Las técnicas de transmisión adecuadas para los canales con desvanecimientos son considerablemente más sofisticadas que las usadas en los canales limitados en banda con ruido gaussiano, blanco y aditivo, denominados canales AWGN (*Additive White Gaussian Noise*). Curiosamente, ambos tipos de canales tienen prácticamente la misma capacidad aunque las técnicas para acercarse a ésta requieren mucha mayor complejidad en los canales con desvanecimientos [Agu01, pág. 7].

Para garantizar una cierta tasa de error binaria BER (*Bit Error Rate*) en un canal AWGN basta con emplear una potencia suficientemente grande o una velocidad binaria suficientemente pequeña, que consiga una energía por símbolo adecuada. En un canal con desvanecimiento temporal esta técnica también puede emplearse, pero si se transmite con una velocidad y potencia fijas que garanticen una BER objetivo durante una fracción elevada de tiempo se desaprovechará una parte importante de la capacidad del canal [Gol97].

Se ha realizado un esfuerzo notable en el desarrollo de técnicas apropiadas para los canales planos con desvanecimientos [Rap96]. La fig. 1.5 muestra cómo cada una de estas técnicas incide en un aspecto diferente del sistema de comu-

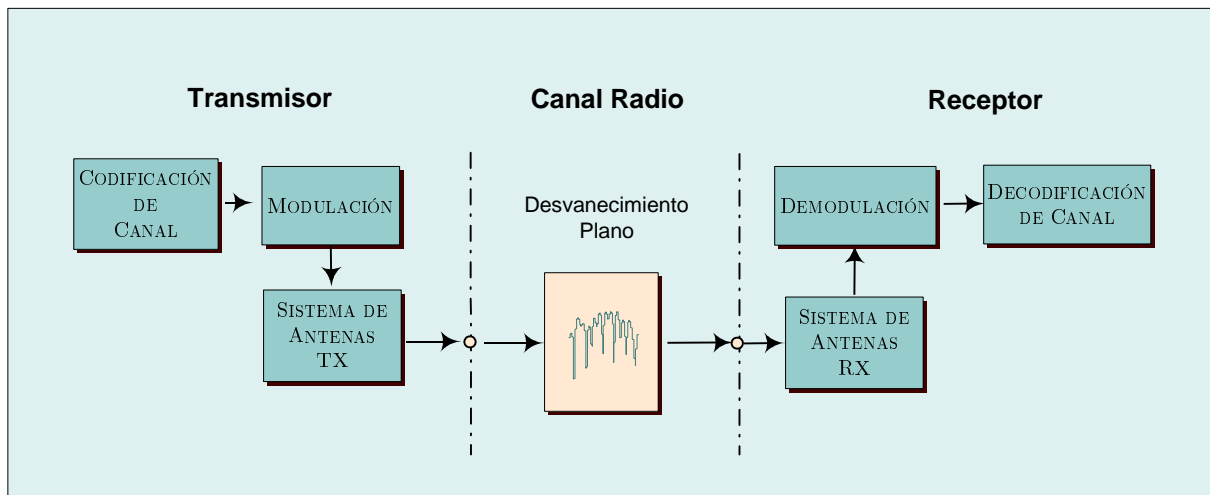


Figura 1.5: Diferentes técnicas para canales planos con desvanecimientos.

nicaciones digitales, por lo que en principio todas ellas pueden combinarse.

Una de las posibles técnicas que permite combatir el efecto de los desvanecimientos sobre la BER es la diversidad temporal que introduce la codificación de canal [Lee94, cap. 13], [Cla02]. Al flujo binario a transmitir se le añade cierta redundancia que permite corregir errores en recepción provocados por el ocasional desvanecimiento del canal. Este tipo de técnicas implican un cierto retardo, al requerir longitudes de bloque de codificación mayores que la separación entre dichos desvanecimientos temporales.

Otro grupo de técnicas tratan de mitigar los desvanecimientos mediante la utilización de múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor [Rap96, cap. 6], [Zho03]. La transmisión/recepción por diversidad espacial emplea sistemas de antenas suficientemente separadas entre sí como para que el conjunto de canales equivalentes estén mutuamente incorrelacionados. Es decir que, aunque entre una determinada pareja de antenas transmisora-receptora se produzca un desvanecimiento, existe una alta probabilidad de que entre otra pareja el canal esté en una situación mucho más favorable. Esta redundancia espacial produce grandes mejoras en las prestaciones del canal plano aunque con un considerable aumento de la complejidad del sistema.

En las técnicas anteriores se trata de mitigar el efecto de los desvanecimientos del canal sobre una transmisión con velocidad y potencia constantes. Un enfoque alternativo es adaptar la velocidad y potencia de la señal transmitida a las variaciones temporales del canal para aprovechar mejor su capacidad

potencial [Gol97]. Estas técnicas permiten además mantener fácilmente ciertos objetivos preestablecidos para la BER del sistema. El uso de modulación adaptativa sólo es posible si el transmisor y el receptor conocen el esquema de modulación apropiado en cada momento en función del estado del canal, para lo que será necesario un sistema de señalización entre ambos.

1.3 Fundamentos de la Modulación Adaptativa

1.3.1 Principio de Funcionamiento

De entre todas las posibles técnicas aplicables a los canales planos con desvanecimientos, esta tesis se centra en la modulación adaptativa. Concretamente, se analizarán sistemas que adapten de forma óptima la velocidad de transmisión y la potencia transmitida a las condiciones del canal, sin considerar la posible adaptación de la codificación de canal.

En la fig. 1.6 se ilustra la idea que subyace bajo el concepto de modulación adaptativa. El ejemplo muestra un esquema muy simple que varía la velocidad de transmisión mediante el uso de dos posibles constelaciones QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). Se supone que todas las constelaciones se transmiten con la misma potencia, aunque cabe la posibilidad de no transmisión (NOTX) si las condiciones del canal son demasiado adversas. El algoritmo de adaptación necesita una magnitud que describa la calidad del canal en todo instante y, en este ejemplo, se usa la relación señal a ruido SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) en función del tiempo. A partir de la monitorización de la SNR, el algoritmo adaptativo decide emplear una u otra constelación mediante la comparación de esta magnitud con un par de umbrales. Un criterio habitual para fijar estos umbrales de conmutación es que la tasa de error binaria no supere un valor límite prefijado. Por lo tanto, cuando el canal sufre un desvanecimiento importante que no permita mantener la BER por debajo del límite admisible lo mejor es no transmitir. La transmisión comienza cuando las condiciones del canal permiten alcanzar ese objetivo con la constelación 4-QAM. Si el estado del canal fuese muy favorable se podría usar una constelación 16-QAM, lo que lograría duplicar la velocidad binaria.

Los esquemas de modulación adaptativa más avanzados se basan en variar simultáneamente la velocidad binaria y la potencia, con el objetivo de maximizar la velocidad binaria media y no superar cierta BER [Chu01]. Las leyes de adaptación óptimas responden cualitativamente al comportamiento del ejemplo anterior, resumiéndose en las dos claves siguientes:

- a) Puesto que la potencia media transmitida está prefijada, existe una SNR por debajo de la cuál lo mejor es no transmitir. Este primer umbral de conmutación recibe el nombre de SNR de corte y por debajo de este valor no merece la pena malgastar potencia.

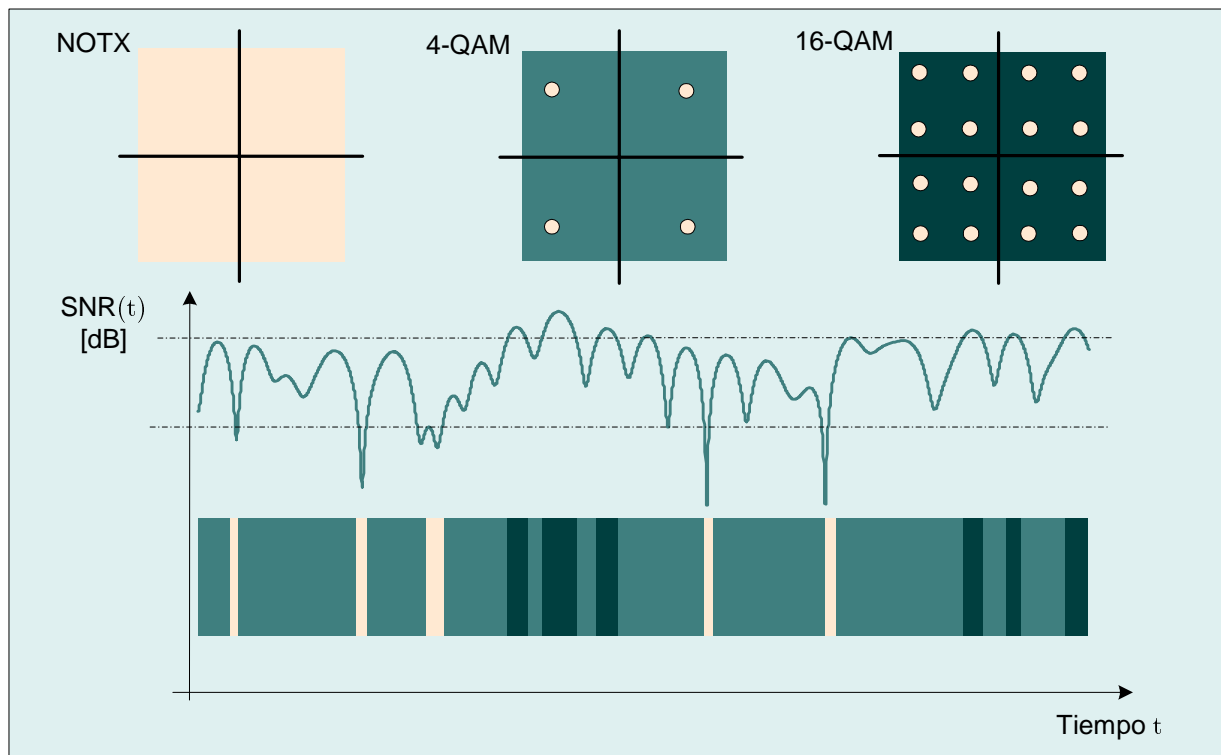


Figura 1.6: Principio de funcionamiento de la modulación adaptativa.

- b) La variación de la velocidad binaria se hace siempre de forma que a mayor SNR deben emplearse constelaciones cada vez más densas. La filosofía es transmitir con la mayor velocidad binaria posible en cada instante.

El funcionamiento de cualquier esquema de modulación adaptativa requiere que el transmisor y el receptor conozcan en todo momento la modulación que están empleando. Este requisito exige una comunicación entre ambas partes que debe realizarse mediante un canal de señalización. Una posible forma de llevarlo a cabo es que el receptor estime la SNR, decida qué constelación y potencia debe emplear, codifique esta información y la envíe al transmisor a través del canal de señalización. Obviamente, en una situación ideal la estimación de la SNR sería perfecta y el retardo de adaptación despreciable. Cuando esto no ocurre las prestaciones de la modulación adaptativa pueden verse seriamente degradadas.

1.3.2 Ámbitos de Aplicación

La modulación adaptativa es una técnica muy eficiente de transmisión para canales planos con desvanecimientos, fácil de integrar con la codificación de canal o los sistemas de antenas, como se comentó en la sección 1.2.2. Otra importante ventaja de la modulación adaptativa es que resulta directamente trasladable a canales que, además de desvanecimiento temporal, experimenten selectividad en frecuencia.

La ecualización de canal y la transmisión OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) son dos de las técnicas más comúnmente empleadas para combatir la selectividad en frecuencia de los canales radio. La ecualización intenta transformar la respuesta en frecuencia selectiva del canal en una respuesta plana. Este proceso debe ser también adaptativo debido a la variación temporal del canal radio [Pro91]. La ecualización se realiza habitualmente en el receptor mediante la técnica DFE (*Decision Feedback Equalization*) [Rap96, cap. 6], aunque se han propuesto otras técnicas como la precodificación Tomlinson-Harashima que realizan la ecualización en el transmisor [Bad99], [Par00]. La técnica OFDM combate la selectividad frecuencial dividiendo el ancho de banda de transmisión en otros más pequeños de forma que, dentro de cada sub-banda el canal sea plano y la transmisión entre sub-bandas sea ortogonal [Cim85]. Su implementación puede ser muy eficiente mediante el uso del algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*).

Tanto la ecualización como la transmisión OFDM son perfectamente compatibles con la modulación adaptativa, encontrándose numerosas propuestas en la literatura. Algunos ejemplos son: modulación QAM adaptativa con DFE [Won00], modulación QAM adaptativa con precodificación Tomlinson-Harashima [Par01a] y modulación OFDM adaptativa [Czy96], [Agu97], [Agu98].

Finalmente cabe decir que, debido a su idoneidad para el canal radio móvil, la modulación adaptativa ya ha sido propuesta para las redes móviles 3G [Hon02], y parece casi segura su utilización en los sistemas 4G [Cla02].

1.4 Objetivos y Organización de la Tesis

1.4.1 Objetivos de la Tesis

Desde hace casi una década se han ido proponiendo esquemas de modulación adaptativa que permiten acercarse a la capacidad del canal radio móvil [Ue95], [Gol97], [Kos00], [Chu01]. En la actualidad la modulación adaptativa es una técnica madura que se vislumbra como una pieza básica más de las próximas generaciones de sistemas de comunicaciones móviles [Cla02]. El objetivo general de esta tesis es la profundización en la modulación adaptativa bajo determinadas condiciones de no idealidad impuestas por los sistemas reales. A partir de este punto se marcan dos grandes objetivos más concretos:

- a) Propuesta y análisis de esquemas con adaptación discreta para canales de señalización con capacidad limitada:

En [Chu01] puede encontrarse un excelente trabajo que resume todos los posibles esquemas de modulación que combinan adaptación de constelación o potencia, obteniendo las leyes de variación óptimas en cada caso. Los esquemas más avanzados presentados en ese trabajo son los que adaptan simultáneamente la constelación y la potencia. Concretamente, la adaptación de constelación se hace de forma discreta y la de potencia de forma continua. Sin embargo, la implementación de un esquema de adaptación en un sistema real requiere una completa discretización tanto de la constelación como de la potencia, ya que de lo contrario se requeriría una tasa de información infinita en el canal de señalización. La propuesta y el análisis de esquemas discretos que aproximen sus prestaciones a las alcanzadas por los esquemas de variación continua de constelación y potencia es un problema sólo resuelto parcialmente, por ello es el primer objetivo de esta tesis [Kos00], [Byo03].

- b) Análisis del comportamiento de la modulación adaptativa cuando la adaptación no es perfecta:

A la vista de los principios en los que se basa la modulación adaptativa es fácil asumir que cualquier imperfección en el proceso de adaptación entre transmisor y receptor puede degradar gravemente sus prestaciones. Los trabajos que abordan este tema, aunque son escasos y en general muy aproximados, anticipan la importancia del efecto de la adaptación no ideal [Gol97], [Alo98], [Lon03]. Por ello, éste es el segundo objetivo de esta tesis.

1.4.2 Organización de la Tesis

En la fig. 1.7 se representa de forma gráfica la organización de esta tesis.

Tras esta introducción, a lo largo del capítulo 2 se presenta el modelo general de sistema y de análisis que servirá de plataforma para alcanzar los objetivos marcados. Además de describir en detalle el modelo de sistema de modulación adaptativa, en este capítulo se propone un modelo para su análisis basado en la definición de tres escalas de tiempo. Finalmente, se realiza una clasificación general de los diferentes esquemas de adaptación de la modulación. El capítulo 3 describe y analiza las prestaciones de los esquemas de adaptación con variación continua de constelación y potencia, sirviendo dicho análisis de referencia para los capítulos siguientes.

Sobre la base de los tres primeros capítulos, los capítulos 4 y 5 abordan por separado los dos grandes objetivos marcados en esta tesis.

En el capítulo 4 se propone una familia general de esquemas de modulación adaptativa completamente discretos. Posteriormente se optimizan los parámetros de estos esquemas para maximizar la velocidad binaria media, analizando finalmente sus prestaciones en relación con las de los esquemas continuos.

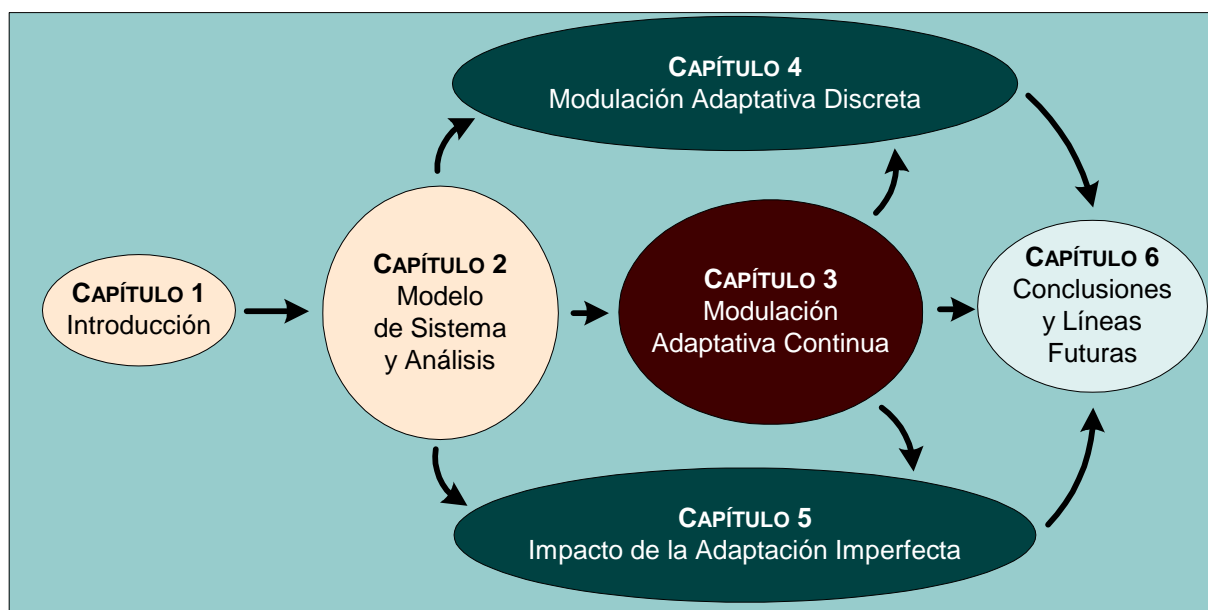


Figura 1.7: Organización de la Tesis.

El análisis del efecto de la adaptación imperfecta en las prestaciones de los sistemas de modulación adaptativa se aborda en el capítulo 5. En la adaptación no ideal se incluyen los errores cometidos en la estimación del estado del canal y el efecto del retardo en el proceso completo de adaptación de la modulación.

Por último en el capítulo 6 se presentan las conclusiones más relevantes de esta tesis, así como las posibles líneas de investigación propuestas para su continuación.

Modulación Adaptativa en Canales Planos con Desvanecimientos

2.1 Introducción

LAS técnicas basadas en modulación adaptativa intentan adecuar las características de la señal transmitida al estado del canal. El canal plano con desvanecimientos experimenta variaciones rápidas por efecto de la propagación multicamino superpuestas a variaciones lentas causadas por la atenuación a gran escala. Los esquemas de modulación adaptativa se diseñan para seguir las variaciones rápidas del canal, a la vez que son periódicamente reconfigurados para ir adaptándose a las variaciones lentas de éste.

Generalmente el objetivo de los esquemas de modulación adaptativa es maximizar la eficiencia espectral, definida como la velocidad binaria media por unidad de ancho de banda radio (bits por segundo y Hz). No obstante, se han propuesto otros posibles objetivos como reducir la probabilidad de bloqueo, es decir, aumentar la probabilidad de que la SNR instantánea esté por encima de la SNR de corte [Goe01].

Admitiendo que el objetivo es maximizar la eficiencia espectral, existen varios grados de libertad para realizar la adaptación [Chu01]:

- a) Nivel de potencia transmitida: aunque la potencia media transmitida es constante, es posible adaptar de forma óptima la potencia instantánea.
- b) Velocidad de transmisión de la información: variando el tamaño de la constelación empleada o el tiempo de duración de los símbolos.
- c) Codificación de canal: jugando con el compromiso entre redundancia (robustez del código) y la pérdida de eficiencia espectral asociada.

En la literatura se han propuesto numerosas técnicas que suelen combinar más de uno de estos grados de libertad [Ue95], [Web95], [Gol97], [Kos00] y [Chu01].

Esta tesis se centra en esquemas de modulación adaptativa sin codificación de canal que varían la potencia instantánea transmitida y el tamaño de la constelación empleada. La forma más sencilla de variar la velocidad binaria para alcanzar altas eficiencias espectrales es usar diferentes constelaciones ya que, variar el tiempo de duración de los símbolos incrementa considerablemente la complejidad del sistema [Gol97]. En principio se considerarán constelaciones QAM que resultan especialmente eficientes y fáciles de implementar, de forma que tales sistemas serán denominados a partir de ahora QAM adaptativos o simplemente AQAM (*Adaptive QAM*).

El objetivo de este capítulo es doble. En primer lugar establecer un modelo de canal y de sistema general que permita estudiar todos los aspectos relacionados con las técnicas AQAM sobre canal plano. A continuación, proponer un modelo de análisis de tales sistemas basado en las escalas de tiempo involucradas en el problema. Los modelos de canal, de sistema y de análisis presentados en este capítulo sirven de punto de partida para los capítulos que siguen.

El resto del capítulo se organiza como se describe a continuación. En la sección 2.2 se describe con detalle el modelo de canal plano. La descripción general del modelo de sistema AQAM y la formulación mediante diferentes escalas de tiempo se presentan en la sección 2.3.

2.2 Modelo de Canal

En esta sección se describe el modelo de canal plano considerado en esta tesis. A continuación se presenta el modelo paso bajo complejo del canal radio y en las siguientes secciones los modelos estadísticos de la respuesta al impulso. En la sección 2.2.1 se caracterizan los desvanecimientos rápidos asociados a la propagación multicamino en las comunicaciones móviles terrestres, con o sin línea de visión directa. Posteriormente, en la sección 2.2.2 se completa el modelo incluyendo los desvanecimientos lentos producidos por el efecto de la atenuación a gran escala cuando se modifica el entorno físico implicado en la comunicación (p.ej. variación significativa de la distancia transmisor-receptor o de las características de la obstrucción del enlace).

Las señales paso banda transmitida $x(t)$ y recibida $y(t)$ admiten la siguiente representación en función de las envolventes complejas $s(t)$ y $r(t)$

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cdot \text{Re} \{ s(t)e^{j2\pi f_C t} \} \\ y(t) = \sqrt{2} \cdot \text{Im} \{ r(t)e^{j2\pi f_C t} \} \end{cases} \quad (2.1)$$

donde f_C es la frecuencia de la portadora radio y el factor $\sqrt{2}$ se incluye para que la potencia de las envolventes complejas sea la misma que la de las señales paso banda [Lee94, pág. 19].

En la fig. 2.1 se muestra un esquema del modelo paso bajo complejo del canal, formado por la respuesta al impulso del canal variante en el tiempo $c(\tau; t)$ y el ruido $n(t)$ de tipo AWGN con densidad espectral de potencia N_o (W/Hz). La envolvente compleja recibida $r(t)$ queda expresada como [Jer00, pág. 188]

$$r(t) = c(\tau; t) \otimes s(t) + n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau; t)s(t - \tau) d\tau + n(t) \quad (2.2)$$

2.2.1 Desvanecimientos por Propagación Multicamino

Cuando se considera el desvanecimiento producido por la superposición de contribuciones que alcanzan el receptor a través de diferentes caminos, la respuesta al impulso paso bajo compleja del canal plano se puede modelar como

$$c(\tau; t) = (C + z(t)) \delta(\tau) = c(t)\delta(\tau) = \alpha(t)e^{\theta(t)}\delta(\tau) \quad (2.3)$$

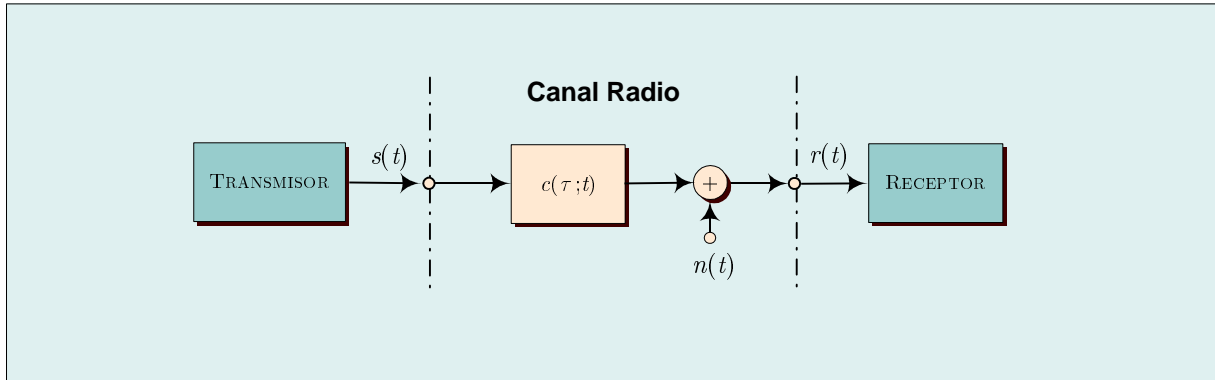


Figura 2.1: Modelo de canal paso bajo complejo.

donde C es una constante compleja que representa la respuesta según la línea de visión directa (LOS, *Line of Sight*) y $z(t)$ es un proceso gaussiano complejo que representa la superposición de las componentes multicamino producto de las sucesivas reflexiones. Tales reflexiones se consideran aquí indistinguibles de la respuesta según la línea de visión directa ya que son simultáneas en el tiempo. Así mismo, $\alpha(t) = |c(t)|$ y $\theta(t) = \angle c(t)$ representan la envolvente y fase de la respuesta del canal, siendo $c(t)$ la envolvente compleja. Todos estos procesos estocásticos se pueden suponer ergódicos y estacionarios en sentido amplio (WSS, *Wide Sense Stationary*), por lo que se omitirá su dependencia temporal cuando por razones de simplicidad sea conveniente.

El factor de Rice $K = |C|^2/\sigma_z^2$ con $\sigma_z^2 = E[|z(t)|^2]$ debe interpretarse como la relación entre la potencia de la componente LOS de la respuesta del canal y la potencia de las componentes multicamino no distinguibles. El rango de valores de la constante de Rice abarca desde $K = 0$ que representa la inexistencia de línea de visión directa (NLOS, *Non Line of Sight*), coincidiendo con el modelo Rayleigh, hasta $K = \infty$ que se corresponde con el caso de una componente principal sin componentes multicamino apreciables, coincidiendo en este caso con el modelo de canal AWGN.

Para evaluar las prestaciones de los sistemas de comunicaciones digitales resulta fundamental la caracterización estadística de la envolvente $\alpha(t)$. Según el modelo dado en (2.3), $\alpha(t)$ sigue una distribución de Rice que tiene como parámetros K y la ganancia en potencia media del canal $\Omega \doteq E[\alpha(t)^2]$. La función densidad de probabilidad (PDF, *Probability Density Function*) de α viene dada

por [Sim00, pág. 21]

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{2(1+K)\alpha}{e^K\Omega} \exp\left(-\frac{(1+K)\alpha^2}{\Omega}\right) I_0\left(\frac{2\alpha\sqrt{K(1+K)}}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0 \quad (2.4)$$

que incluye la distribución de Rayleigh ($K = 0$) para el caso particular NLOS.

Por otro lado, se ha comprobado que el modelo de desvanecimiento Nakagami- m suele proporcionar el mejor ajuste a medidas reales en la propagación multicamino, tanto en entornos urbanos como interiores, eligiendo apropiadamente el valor del parámetro m [Sim00, pág. 23], [Pro95, pág. 768]. Su PDF viene dada por

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{2m^m\alpha^{2m-1}}{\Omega^m\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0 \quad (2.5)$$

con $\Gamma(\cdot)$ la función gamma. Al igual que la distribución de Rice, la distribución Nakagami- m incluye como casos especiales la distribución de Rayleigh ($m = 1$) y cuando $m \geq 1$ se puede aproximar a la de Rice realizando una correspondencia unívoca entre m y el factor K [Sim00, pág. 23]

$$K(m) = \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}}, \quad m \geq 1 \quad (2.6)$$

El parámetro m puede interpretarse de forma sencilla como un indicador del nivel de desvanecimiento, que tiene una correspondencia con K dada por (2.6) y visualizada en la fig. 2.2-(a). Se puede comprobar que $K \sim 2m$ cuando $m \rightarrow \infty$. En la fig. 2.2-(b) aparecen las PDFs de las distribuciones de Nakagami- m y Rice para varios valores de m , observándose la gran similitud entre ambas cuando se establece la correspondencia de (2.6).

Además de ajustarse mejor a las medidas empíricas del canal, en general, la distribución Nakagami- m permite un tratamiento analítico más sencillo que la Rice. En esta tesis se usará la distribución Nakagami- m como modelo general de análisis del desvanecimiento por propagación multicamino.

A veces no basta con caracterizar el canal mediante la distribución marginal de α , sino que se requiere conocer la PDF conjunta de dos valores de la envolvente del canal en diferentes instantes de tiempo. Sea α el valor de la envolvente en un instante dado y α_τ en un instante posterior separado τ segundos. La PDF conjunta del modelo Nakagami- m es [Sim00, pág. 142]

$$p_{\alpha,\alpha_\tau}(\alpha, \alpha_\tau) = \frac{4m^{m+1}(\alpha\alpha_\tau)^m}{\Gamma(m)\Omega^2(1-\rho)(\Omega\sqrt{\rho})^{m-1}} \exp\left(-\frac{m}{(1-\rho)\Omega}(\alpha^2 + \alpha_\tau^2)\right), \quad \alpha, \alpha_\tau \geq 0 \quad (2.7)$$

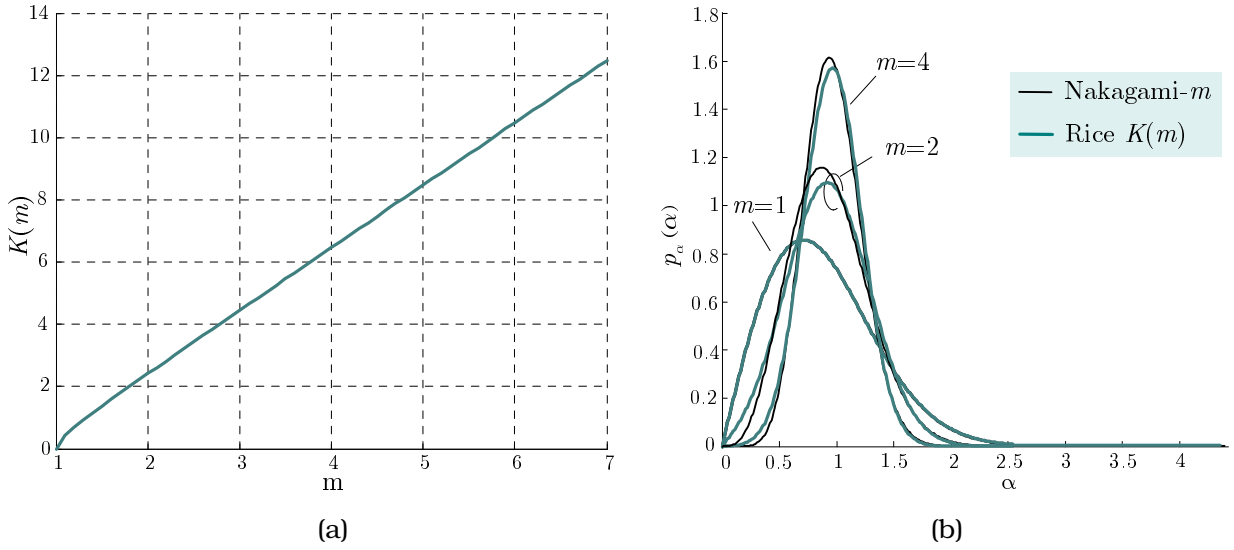


Figura 2.2: Comparación de las distribuciones Rice y Nakagami- m con $K(m)$ dado en (2.6). (a) Relación entre m y K . (b) Funciones de densidad de probabilidad de α cuando $\Omega = E[\alpha^2] = 1$.

donde ρ es el coeficiente de correlación de α^2 y α_τ^2

$$\rho \doteq \frac{E[(\alpha^2 - \Omega)(\alpha_\tau^2 - \Omega)]}{\sqrt{E[(\alpha^2 - \Omega)^2]E[(\alpha_\tau^2 - \Omega)^2]}} = \frac{E[\alpha^2\alpha_\tau^2] - \Omega^2}{E[\alpha^4] - \Omega^2} \quad (2.8)$$

El coeficiente de correlación $\rho \in [0, 1)$ es una representación normalizada de la autocovarianza de la ganancia en potencia del canal $\alpha(t)^2$. No existe ninguna evidencia que permita asignar una determinada función de autocovarianza al modelo de desvanecimiento Nakagami- m , aunque es habitual suponer que ésta es la misma que para el caso de desvanecimiento Rayleigh [Alo98], [Bea01]. A su vez, para el desvanecimiento Rayleigh se suele asumir que se produce dispersión isotrópica de las componentes especulares (modelo de Clarke [Rap96, pág. 177]) de forma que la autocorrelación de $z(t)$ es

$$E[z(t)z(t+\tau)^*] = \sigma_z^2 J_0(2\pi f_D \tau) \quad (2.9)$$

donde $J_0(\cdot)$ es la función de Bessel de orden cero y f_D es el desplazamiento Doppler. El valor de f_D (Hz) se obtiene como $f_D = v \cdot f_C / c_o$, donde v (m/s) es la velocidad relativa transmisor-receptor y $c_o = 3 \cdot 10^8$ m/s. A partir de (2.9) se llega a que el coeficiente de correlación de la ganancia en potencia $\alpha(t)^2$ es [Alo98]

$$\rho = J_0^2(2\pi f_D \tau) \quad (2.10)$$

que será el supuesto para el modelo de desvanecimiento Nakagami- m .

En la fig. 2.3-(a) se representa el coeficiente de correlación del canal calculado con (2.10) sobre una escala de tiempo normalizada al desplazamiento Doppler. Se puede comprobar que para $f_D\tau < 10^{-2}$ la variación de ρ es menor de un 1%, lo que significa que por debajo de esta escala de tiempo la fluctuación del canal será muy pequeña.

2.2.2 Inclusión de la Atenuación a Gran Escala

En algunos casos resulta interesante considerar las variaciones lentas del canal debidas a la atenuación a gran escala. El modelo estadístico que parece ajustarse mejor a las variaciones reales de este tipo es la distribución log-normal [Rap96, pág. 104], [Sim00, pág. 23].

Cuando se desea superponer el desvanecimiento multicamino y la atenuación a gran escala se suelen usar dos modelos: el compuesto Ho-Stüber y el multiplicativo. El primero obtiene la PDF compuesta promediando la PDF del desvanecimiento multicamino con la PDF log-normal, asumiendo que la ganancia en potencia media es una Variable Aleatoria (VA) log-normal [Ho93]. El segundo incorpora la atenuación a gran escala como un factor multiplicativo en la respuesta del canal [Gol94]. Este último modelo, por su facilidad para ser simulado, será el considerado en esta tesis.

La respuesta del canal dada en (2.3) se completa ahora, de forma que

$$c(\tau; t) = c(t)\delta(\tau) = \sqrt{g(t)}\alpha(t)e^{j\theta(t)}\delta(\tau) \quad (2.11)$$

donde la fluctuación de potencia $g(t)$ es un proceso estocástico ergódico, WSS e independiente de los procesos $\alpha(t)$ y $\theta(t)$. El proceso $g(t)$ es tal que $G(t) = 10 \log_{10} g(t)$ tiene una PDF gaussiana con media 0 dB y desviación típica $\sigma_G(\text{dB})$ de valor habitual entre 4 y 8 dB. Por tanto $G(t)$ representa la fluctuación en decibelios de la ganancia en potencia media del canal. La envolvente del canal es en este caso

$$\zeta(t) \doteq |c(t)| = \sqrt{g(t)}\alpha(t) \quad (2.12)$$

y la ganancia media del canal viene dada por

$$\Omega_\zeta \doteq \text{E}[\zeta(t)^2] = \text{E}[g(t)]\text{E}[\alpha(t)^2] = \bar{g}\Omega \quad (2.13)$$

donde $\bar{g} \doteq \text{E}[g(t)] = \exp\left(\left(\frac{\log(10)}{10}\right)^2 \frac{\sigma_G(\text{dB})^2}{2}\right)$ representa la fluctuación media por desvanecimiento a gran escala. Cuando sólo se considera el desvanecimiento por propagación multicamino $\sigma_G(\text{dB})$ es cero, por lo que $g = \bar{g} = 1$, $\zeta(t) = \alpha(t)$ y $\Omega_\zeta = \Omega$.

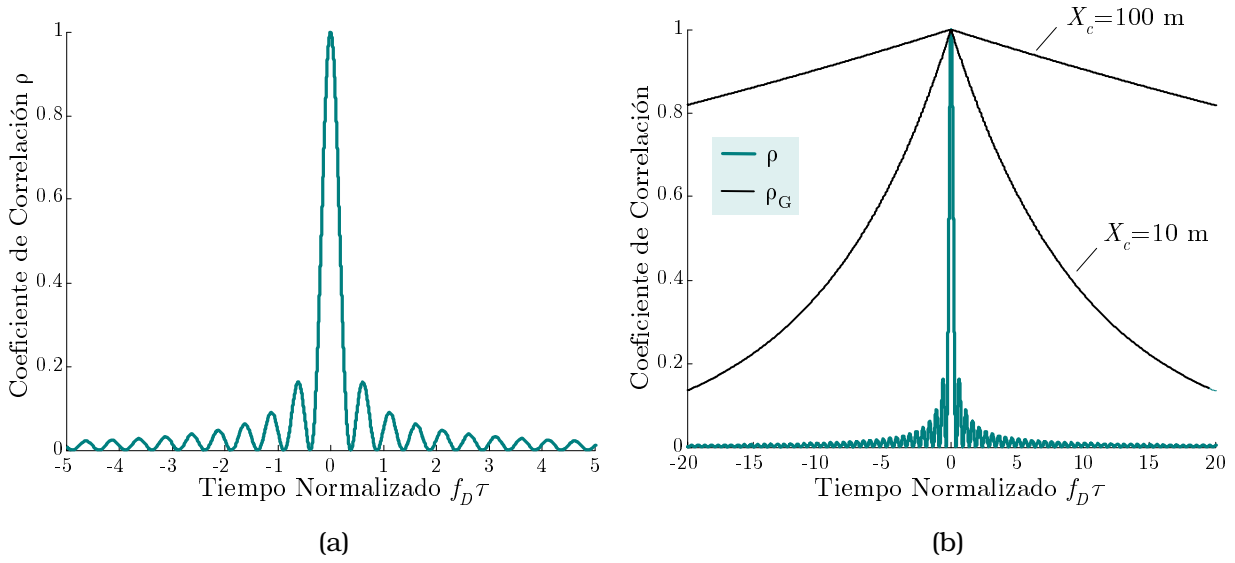


Figura 2.3: Coeficientes de correlación para los distintos tipos de desvanecimientos temporales en función del tiempo normalizado a la frecuencia Doppler. (a) Desvanecimiento multicamino ρ . (b) Comparación entre desvanecimiento multicamino ρ y atenuación a gran escala ρ_G .

El proceso $G(t)$ es típicamente de variación mucho más lenta que la de los procesos asociados al desvanecimiento multicamino. Para caracterizar su correlación temporal se suele emplear un modelo autoregresivo de primer orden con el siguiente coeficiente de correlación [Gud91]

$$\rho_G = \frac{E[G(t)G(t + \tau)]}{\sigma_G(\text{dB})^2} = \exp\left(-\frac{f_D |\tau|}{X_c}\right) \quad (2.14)$$

donde X_c es la distancia de correlación efectiva, habitualmente entre 10-100 metros. Este modelo autoregresivo de primer orden es equivalente a suponer que el proceso $G(t)$ se genera mediante un proceso blanco y gaussiano coloreado por un filtro paso bajo con un solo polo. A la vista de (2.14) es inmediato inferir que la constante de tiempo asociada a la respuesta al impulso de ese filtro es precisamente X_c en una escala de tiempo normalizada por el desplazamiento Doppler.

En la fig. 2.3-(b) se muestra la comparación entre el coeficiente de correlación debido al desvanecimiento a gran escala ρ_G y el asociado al desvanecimiento multicamino ρ . Puede observarse como el desvanecimiento multicamino varía mucho más rápidamente que el desvanecimiento por atenuación a gran escala, poniéndose de manifiesto que cada tipo de desvanecimiento se encuadra dentro de una escala de tiempo diferente.

2.3 Descripción General de los Sistemas AQAM

2.3.1 Modelo de Sistema

El diagrama de bloques del modelo banda base complejo asociado a un sistema AQAM general se muestra en la fig. 2.4. El modelo de canal radio se ajusta a lo descrito en la sección 2.2 mientras que el funcionamiento general del sistema se describe a continuación.

En el sistema AQAM presentado, el transmisor recibe la información sobre la adaptación de la modulación del receptor a través de un canal de señalización a tal efecto. El algoritmo de adaptación se ubica en el receptor y decide qué combinación constelación-potencia debe emplearse en cada momento según la calidad del canal. Para el modelo de canal considerado, los descriptores de calidad necesarios son las SNRs en diferentes escalas de tiempo y el nivel de LOS dado por m . Una vez que el transmisor y el receptor conocen que modulación se debe emplear, la utilizan para la transmisión de información entre ambos. La descripción detallada del transmisor y del receptor se presenta en las secciones que siguen.

A. Transmisor

Los datos transmitidos en formato binario b_k son codificados como símbolos complejos QAM. Como se comentó anteriormente, el transmisor conoce qué tamaño de constelación QAM y qué potencia debe usar, puesto que ha sido previamente notificada por el receptor a través del canal de señalización. Una constelación QAM de M símbolos permitirá transmitir una cantidad de bits por símbolo, no necesariamente entera, dada por $R = \log_2 M$.

La secuencia de símbolos fuente a_k procedente de la codificación QAM es convertida en la señal PAM $s(t)$ (PAM, *Pulse Amplitude Modulated*), consistente en una secuencia de pulsos cuya amplitud está determinada por los símbolos complejos a_k . La forma de los pulsos se corresponde con la respuesta al impulso $p(t)$ del filtro transmisor, resultando

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT_S) \quad (2.15)$$

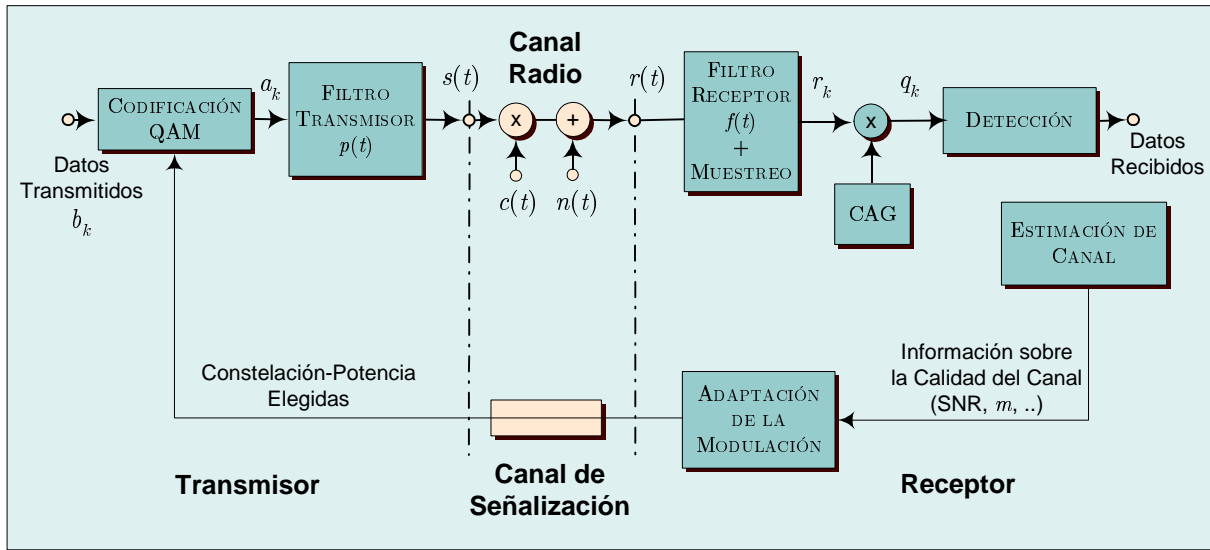


Figura 2.4: Diagrama de bloques general del sistema AQAM.

donde T_S es el periodo de símbolo y el filtro transmisor $p(t)$ se diseña junto con el filtro receptor $f(t)$ para cumplir el criterio de Nyquist. Suponiendo que la secuencia de símbolos a_k está incorrelacionada, la potencia transmitida por la señal PAM es [Pro95, pág. 573]

$$\tilde{S} = \frac{E_p}{T_S} \sigma_a^2 \quad (2.16)$$

donde E_p representa la energía del pulso transmitido y $\sigma_a^2 = E[|a_k|^2]$, la potencia de la secuencia de símbolos fuente.

B. Receptor

Tras la propagación por el canal radio, la señal recibida de forma coherente $r(t)$ pasa a través del filtro receptor de respuesta al impulso $f(t)$ y posteriormente es muestreada a frecuencia de símbolo $f_S = 1/T_S$. De esta forma, se obtiene la siguiente secuencia discreta

$$r_k = r(t) \otimes f(t) |_{t=kT_S} = (c(t)s(t)) \otimes f(t) |_{t=kT_S} + n(t) \otimes f(t) |_{t=kT_S} \quad (2.17)$$

siendo \otimes el operador convolución. En (2.17) el sumando de la izquierda representa la secuencia de símbolos transmitidos con el desvanecimiento producido por el canal y el de la derecha el ruido del canal que se introduce a través del filtro receptor.

Se parte de que el desvanecimiento del canal es lento $T_S \ll T_C \propto 1/f_D$, es decir que las variaciones del canal son mucho más lentas que el periodo de símbolo. De ahí se desprende que las variaciones de $c(t)$ van a ser despreciables en las duraciones efectivas de las respuestas al impulso de los filtros transmisor $p(t)$ y receptor $f(t)$. En tal caso y suponiendo sincronización perfecta en el muestreo, se puede comprobar que la secuencia dada en (2.17) queda como

$$r_k = c_k \cdot s(t = kT_S) + n_k = \sqrt{\frac{E_p}{T_S}} c_k a_k + n_k \quad (2.18)$$

siempre que $p(t) \otimes f(t)$ cumpla el criterio de Nyquist y se escalen apropiadamente $p(t)$ y $f(t)$. En (2.18), $c_k = c(t = kT_S)$ es la envolvente compleja discreta del canal y $n_k = n(t) \otimes f(t)|_{t=kT_S}$ la secuencia de ruido recibido.

Antes de realizar la detección es necesario compensar el desvanecimiento del canal para reescalar correctamente la rejilla de decisión. El subsistema encargado de realizar esta operación es el Control Automático de Ganancia (CAG). El CAG debe lograr una estimación muy precisa de la envolvente compleja del canal \dot{c}_k para obtener la secuencia de símbolos recibidos correctamente reescalada. Dividiendo r_k por $\dot{c}_k \sqrt{E_p/T_S}$, de la ecuación (2.18) se obtiene la secuencia

$$q_k = \dot{\varepsilon} a_k + \dot{\varepsilon} \frac{n_k}{c_k} \sqrt{\frac{T_S}{E_p}} \quad (2.19)$$

donde $\dot{\varepsilon} \doteq c_k/\dot{c}_k$ representa el error relativo del CAG. A lo largo de esta tesis se asumirá compensación perfecta de amplitud y fase en el CAG, por lo que se puede suponer que $\dot{\varepsilon} = 1$. Finalmente, los símbolos recibidos q_k son detectados con la misma constelación QAM y la misma potencia empleadas en el transmisor.

Retomando la fig. 2.4, resta describir dos subsistemas: la estimación de canal y la adaptación de la modulación.

La estimación del canal proporciona la información necesaria para poder realizar la adaptación constelación-potencia. Clásicamente se han usado dos descriptores de la calidad canal: la SNR instantánea γ y la SNR media $\tilde{\gamma}$. Estos dos descriptores son suficientes para el modelo de desvanecimiento Rayleigh, pero si se considera un modelo de desvanecimiento Nakagami- m se requiere un tercero que proporcione información sobre el nivel de LOS, que podría ser una estimación del parámetro m . Cada descriptor está asociado a una escala de tiempo determinada, lo cual es analizado en detalle en la próxima sección. En principio se considerará que las estimaciones de estos descriptores son perfectas, $\hat{\gamma} = \gamma$, $\hat{\tilde{\gamma}} = \tilde{\gamma}$ y $\hat{m} = m$, dejando para el capítulo 5 el estudio del efecto de la estimación imperfecta del canal en las prestaciones del sistema AQAM.

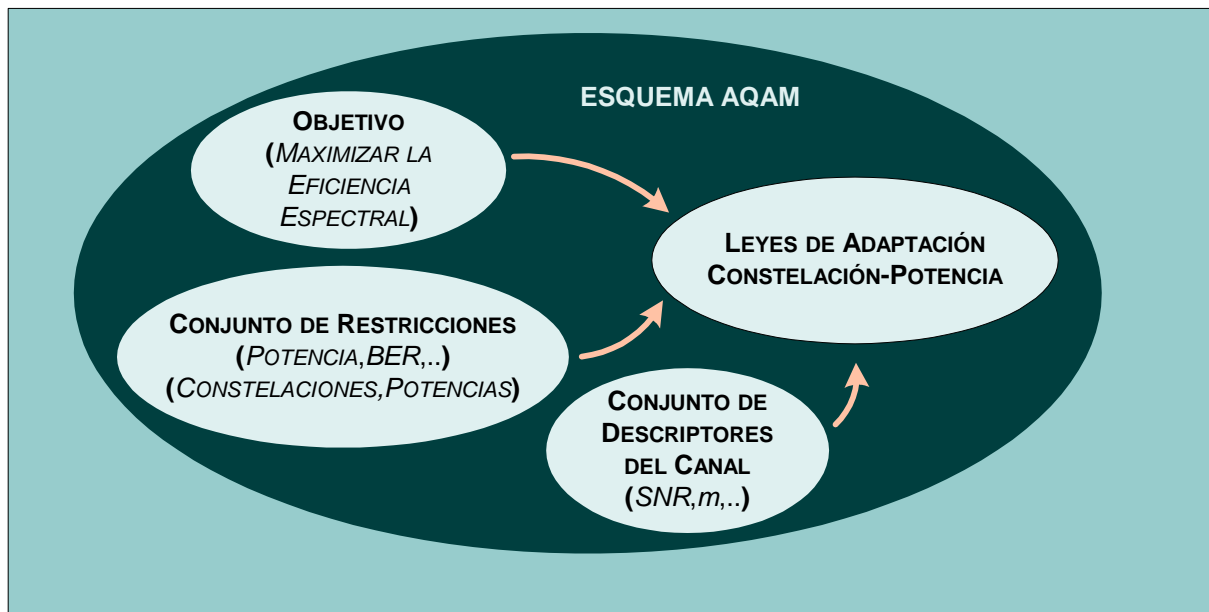


Figura 2.5: Concepto de esquema AQAM.

A partir de la descripción de la calidad del canal, el subsistema de adaptación de la modulación decide cuál es la pareja constelación-potencia más apropiada o incluso puede optar por no transmitir, situación que se suele denominar bloqueo de transmisión (*Outage*). Para notificar al transmisor la pareja constelación-potencia elegida, el receptor le envía cierta información sobre la adaptación a través del canal de señalización. En teoría el canal de señalización podría ser de cualquier naturaleza y no necesariamente un canal radio. Sin embargo, admitiendo que habitualmente los sistemas de comunicaciones móviles son duplex, una posibilidad es que el canal de señalización para la adaptación en sentido descendente se multiplexe en el tiempo con el canal de datos en sentido ascendente, y viceversa.

La elección de la constelación y la potencia realizada por el subsistema de adaptación está basada en la adopción de un determinado esquema AQAM. Dicho concepto se representa en el diagrama de la fig. 2.5.

Un esquema AQAM lleva implícitas unas leyes de adaptación de constelación y potencia que se optimizan en fase de diseño para alcanzar ciertos objetivos y que están sujetas a determinadas restricciones. Las leyes de adaptación utilizan como entrada un conjunto limitado de descriptores del canal (SNR , m , etc.) y proporcionan como salida la constelación y potencia que debe emplear el transmisor en cada momento.

Los objetivos de los esquemas AQAM están relacionados con las prestaciones del sistema, como maximizar la eficiencia o minimizar la probabilidad de bloqueo. En esta tesis se supone que el objetivo siempre es maximizar la eficiencia espectral. En relación con ese objetivo se pueden imponer una serie de restricciones que, normalmente, establecen que la potencia media y la BER no superen unos valores preestablecidos. Además, también se puede restringir el conjunto de posibles valores de constelación o potencia, por ejemplo imponiendo el uso de cierto conjunto de constelaciones QAM o cierto número de posibles valores de potencia.

Durante el funcionamiento del sistema, las leyes de adaptación previamente diseñadas dictan qué constelación y qué potencia deben emplearse en cada instante a partir del conjunto de estimaciones de los descriptores del canal.

2.3.2 Formulación y Modelo de Análisis

A. Escalas de Tiempo

Para analizar el sistema AQAM general, descrito en la sección anterior, pueden establecerse tres escalas de tiempo asociadas a la variación temporal del canal. La dinámica de las magnitudes de interés del sistema AQAM está inducida por la propia evolución del canal en el tiempo, por lo que las mismas escalas temporales serán observables en la potencia, velocidad binaria, SNR, etc.

En la descripción que sigue a continuación cualquier magnitud del sistema o la propia envolvente del canal se representan mediante el proceso aleatorio continuo $X(t)$ ó discreto X_k . En general, dichas magnitudes son funciones de cuatro procesos estocásticos que varían en escalas de tiempo muy diferentes: la fuente binaria (b_k), el ruido AWGN (n_k), α_k y g_k ; por ejemplo para el caso discreto esta relación puede expresarse como $X_k = X_k(b, n, \alpha, g)$.

De acuerdo con la fig. 2.6 las tres escalas de tiempo son:

- a) Escala de Invarianza: es suficientemente pequeña como para poder considerar que la envolvente del canal es prácticamente constante. Sea $\langle t \rangle$ un entorno de tiempo alrededor de un instante dado t dentro del cual se cumple esta condición, típicamente este entorno es $< 10^{-2} f_D^{-1}$, entonces $\alpha(\langle t \rangle) \simeq \text{Constante}$. La escala de invarianza es por tanto muy pequeña en relación con los desvanecimientos rápidos que experimenta el canal por efecto de la propagación multicamino. En el tiempo discreto puede definirse un entorno de invarianza equivalente de la siguiente forma $\langle k \rangle \doteq \langle t = kT_S \rangle$.

Dado el proceso aleatorio discreto X_k , la esperanza matemática condicionada al intervalo de invarianza se define como [Pap91, pág. 172]

$$E \langle X_k \rangle \doteq E [X_k(b, n, \alpha, g) | \alpha = \alpha_k, g = g_k] \quad (2.20)$$

y de forma análoga para un proceso continuo. Obsérvese que el resultado de (2.20) es una función de las realizaciones α_k y g_k consideradas, que a su vez permanecen constantes en cualquier intervalo de invarianza $\langle k \rangle$.

- b) Escala Media: es muy grande en relación con los desvanecimientos rápidos multicamino y todavía demasiado pequeña como para apreciar las variaciones lentas de la atenuación del canal a gran escala $g(t)$. Por ello, en un entorno $\llbracket t \rrbracket$ alrededor de t se cumple que $g(\llbracket t \rrbracket) \simeq \text{Constante}$. La duración de $\llbracket t \rrbracket$ es $\sim 10^{-1} X_c f_D^{-1}$ según se desprende de (2.14). De forma análoga se

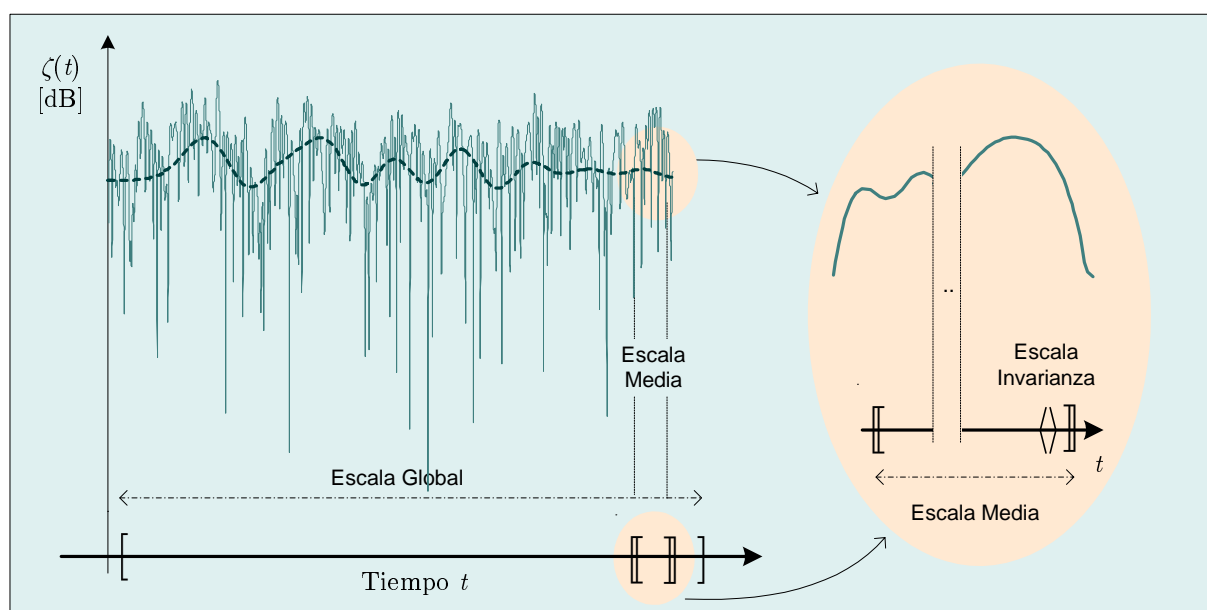


Figura 2.6: Escalas de tiempo asociadas al desvanecimiento del canal.

definen el intervalo a escala media discreto $\llbracket k \rrbracket \doteq \llbracket t = kT_S \rrbracket$ y la esperanza condicionada

$$E \llbracket X_k \rrbracket \doteq E [X_k(b, n, \alpha, g) | g = g_k] \quad (2.21)$$

que es análoga para el caso continuo. A escala media, el resultado de (2.21) es función de la realización considerada g_k cuyo valor permanece constante en el intervalo de tiempo $\llbracket k \rrbracket$.

- c) Escala Global: es la escala temporal absoluta en la que se manifiestan todas las variaciones posibles, por lo tanto la esperanza matemática se calcula de la forma habitual $E[\cdot]$. En un sistema real representaría el tiempo total que dura un determinado servicio, por ejemplo una llamada de voz sobre IP en una red de comunicaciones móviles.

Conviene señalar que las definiciones (2.20) y (2.21) pueden extenderse a otros parámetros del canal que, como g_k , experimenten variaciones lentas: m (nivel de LOS), f_D (desplazamiento Doppler), etc.

En términos estrictos de teoría básica de conjuntos, las escalas de invarianza y media permiten realizar particiones aproximadas a escala global de cualquier realización de X_k [Pap91, pág. 18]. Es decir, la escala global se divide en una serie de intervalos a escala media no solapados y cuya unión dan lugar a la escala global. De la misma forma cada intervalo a escala media, es dividido en una serie de intervalos a escala de invarianza. Se pueden establecer las siguientes

relaciones entre las esperanzas condicionadas definidas. La esperanza a escala global y media cumplen que:

$$\begin{cases} E \llbracket X_k \rrbracket = E \llbracket E \langle X_k \rangle \rrbracket \\ E [X_k] = E [E \langle X_k \rangle] = E [E \llbracket X_k \rrbracket] = E [E \llbracket E \langle X_k \rangle \rrbracket] \end{cases}$$

lo que significa que la operación esperanza en una escala determinada se puede ir realizando de forma parcial a partir de las esperanzas en las escalas inferiores.

Mediante las escalas de tiempo ahora definidas se analizan en las siguientes secciones las potencias transmitidas y recibidas, las diferentes definiciones de SNR, tamaños de constelación y eficiencia espectral, así como las definiciones de BER. Suponiendo que X_k es cualquiera de estas magnitudes que no varía a escala de invarianza, se establecerá la siguiente de notación salvo excepciones puntuales. La magnitud X_k a escala de invarianza se representa como $E \langle X_k \rangle$ o simplemente X_k , la misma magnitud a escala media podrá aparecer como $E \llbracket X_k \rrbracket$ o simplemente \tilde{X}_k , y, la magnitud a escala global como $E[X_k]$ o de forma simplificada \bar{X}_k .

B. Potencia Transmitida y Recibida

De forma consistente con (2.16) se define la 'Potencia Instantánea Transmitida' como

$$S_k \doteq \frac{E_p}{T_S} E \langle |a_k|^2 \rangle \quad (2.22)$$

Cuando no se realiza ningún tipo de control de potencia en el transmisor, la potencia instantánea es constante. En caso contrario, S_k irá continuamente cambiando cada vez que haya variaciones en la ganancia del canal y según dicte el subsistema de adaptación del receptor. La potencia media transmitida \bar{S} se considera un parámetro nominal constante del sistema y normalmente debe coincidir con $E[S_k]$. Los esquemas AQAM tratados en esta tesis imponen como restricción que la potencia transmitida a escala media, denominada $\tilde{S} \doteq E \llbracket S_k \rrbracket$, sea constante e igual a \bar{S} .

De acuerdo con (2.18) se define la 'Potencia Instantánea de Señal Recibida', justo después del muestreo como

$$W_k \doteq \frac{E_p}{T_S} E \langle |c_k a_k|^2 \rangle = g_k \alpha_k^2 \frac{E_p}{T_S} E \langle |a_k|^2 \rangle = g_k \alpha_k^2 S_k \quad (2.23)$$

La interpretación es la siguiente: a escala de invarianza la potencia recibida tras el muestreo es la potencia instantánea transmitida multiplicada por la ganancia

de potencia actual del canal. A partir de la potencia instantánea recibida se definen la 'Potencia Media Recibida' como

$$\widetilde{W}_k \doteq E[W_k] = g_k E[\alpha_k^2 S_k] \quad (2.24)$$

Obsérvese en (2.24) que, con adaptación de potencia, los procesos α_k y S_k pueden estar fuertemente correlacionados.

Finalmente, la 'Potencia Media Recibida a Escala Global' se define como $\overline{W} \doteq E[\widetilde{W}_k]$. La potencia media recibida \widetilde{W}_k sólo coincidirá con el valor global \overline{W} cuando el canal no experimente desvanecimientos por atenuación a gran escala, es decir cuando $\sigma_G(\text{dB})=0$ y por tanto $\forall k \rightarrow g_k = \bar{g} = 1$, como se puede deducir de (2.13).

C. SNR Instantánea y Media

La 'SNR Instantánea Recibida' justo después de muestrear se define a partir de (2.23) como

$$\varrho_k \doteq \frac{W_k}{E\langle |n_k|^2 \rangle} = \frac{g_k \alpha_k^2 S_k}{N_o B_W} \quad (2.25)$$

donde B_W es el ancho de banda radio equivalente de ruido del filtro receptor $f(t)$ [Car86, pág. 177]. Se considera que la potencia de ruido es constante e igual en todas las escalas de tiempo siendo su valor igual a $N_o B_W$. La magnitud dada en (2.25) representa la SNR que a escala de invarianza se observa después del muestreo. Sin embargo, esta magnitud resulta poco útil de cara a la adaptación de la modulación ya que no es una medida exclusiva del estado del canal al incluir la adaptación de potencia que realiza el transmisor.

Para obtener una magnitud que mida exclusivamente la variación instantánea de la calidad del canal se define la 'SNR Instantánea' como la 'SNR Instantánea Recibida' suponiendo que siempre se transmite con la potencia media $S_k = \bar{S}$

$$\gamma_k \doteq \frac{g_k \alpha_k^2 \bar{S}}{N_o B_W} \quad (2.26)$$

Sobre γ_k conviene puntualizar que describe cuantitativamente la calidad instantánea del canal independientemente de la variación de potencia que pueda realizar el transmisor. Es decir que, como se verá en la próxima sección, γ_k no va a coincidir con la SNR en recepción ϱ_k cuando se realiza algún tipo de control de potencia en el sistema. Por esto y a la vista de (2.26) se puede decir que, a escala de invarianza, γ_k describe las fluctuaciones rápidas debidas a la propagación

multicamino que experimenta el canal a través de α_k independientemente de la técnica de transmisión empleada.

Por otro lado, se define la 'SNR Media' como

$$\tilde{\gamma}_k \doteq E[\gamma_k] = \frac{g_k \Omega \bar{S}}{N_o B_W} \quad (2.27)$$

y la 'SNR media global' $\bar{\gamma} \doteq E[\tilde{\gamma}_k] = \bar{g} \Omega \bar{S} / (N_o B_W)$. Como puede deducirse de (2.25), la SNR media $\tilde{\gamma}_k$ no coincide en general con la esperanza de ϱ_k a escala media, es decir con $\tilde{\varrho}_k \doteq E[\varrho_k]$. De $\tilde{\gamma}_k$ puede decirse que describe, a escala media, las fluctuaciones de la atenuación a gran escala a través de g_k .

Las SNR instantánea y media definidas en (2.26) y (2.27) son dos descriptores del canal usados por el subsistema de adaptación de la modulación. La SNR instantánea γ_k es constante a escala de invarianza, mientras que la SNR media $\tilde{\gamma}_k$ lo es a escala media. A estos dos descriptores de la SNR se podría añadir el parámetro m que describe el nivel de LOS del canal. Puede suponerse que las condiciones de LOS varían a escala global, según lo cual el parámetro m se modela como un proceso aleatorio m_k que no varía a escala media. Cuando no haya lugar a confusión los tres descriptores de la calidad del canal, uno para la escala de invarianza y dos para la escala media, se denominarán respectivamente¹ γ , $\tilde{\gamma}$ y m .

El análisis de los esquemas AQAM que se presenta en las próximas secciones y capítulos se basa en la caracterización estadística de γ , $\tilde{\gamma}$ y m . Normalmente, basta con caracterizar la SNR instantánea γ condicionada a unos ciertos valores de $\tilde{\gamma}$ y m . Cuando se fijan los valores de $\tilde{\gamma}$ y m se está estableciendo un determinado escenario a escala media. Por ejemplo, una situación con $\tilde{\gamma}(\text{dB})=5$ y $m=1$ representa un canal en condiciones muy desfavorables con mucho ruido relativo y NLOS, mientras que, con $\tilde{\gamma}(\text{dB})=20$ y $m=4$ el nivel de ruido es relativamente bajo y además existe una fuerte componente LOS. A lo largo de un mismo servicio que abarque la escala global pueden sucederse diferentes escenarios de este tipo a escala media.

La caracterización estadística de γ , condicionada a unos valores determinados de $\tilde{\gamma}$ y m , puede obtenerse mediante transformaciones de variable aleatoria a partir de su relación con α dada en (2.26). Considerando (2.5) la PDF marginal de γ para el modelo Nakagami- m resulta ser

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{m-1}}{\tilde{\gamma}^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\tilde{\gamma}}\right) \quad (2.28)$$

¹Para ser más coherente con la notación establecida, el parámetro m podría denominarse \tilde{m} .

Por otra parte, mediante (2.7) se obtienen la PDF conjunta de γ en dos instantes de tiempos separados τ segundos

$$p_{\gamma, \gamma_\tau}(\gamma, \gamma_\tau) = \frac{m^{m+1}}{(1-\rho)\tilde{\gamma}^{m+1}\Gamma(m)} \left(\frac{\gamma\gamma_\tau}{\rho}\right)^{\frac{m-1}{2}} I_{m-1}\left(\frac{2m\sqrt{\rho\gamma\gamma_\tau}}{(1-\rho)\tilde{\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{m(\gamma+\gamma_\tau)}{(1-\rho)\tilde{\gamma}}\right) \quad (2.29)$$

donde $I_{m-1}(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de primera especie y orden $m-1$, mientras que ρ es el coeficiente de correlación entre γ y γ_τ que coincide con el coeficiente de correlación entre α y α_τ calculado en (2.10).

D. Leyes de Adaptación

Conforme a lo expuesto en la sección 2.3.1-(B), el esquema AQAM establece las leyes de variación del tamaño de la constelación QAM empleada y de la variación de la potencia instantánea transmitida en función de los descriptores de calidad del canal γ , $\tilde{\gamma}$ y m . El tamaño de la constelación (número de bits por símbolo complejo) empleado en la secuencia transmitida a escala de invarianza se denomina $R(t)$ o $R_k \doteq R(t = kT_S)$, según el tiempo se considere de forma continua o discreta. Siguiendo el mismo criterio, la potencia instantánea transmitida se denomina $S(t)$ o $S_k \doteq S(t = kT_S)$. Las leyes de variación instantánea son funciones de la SNR instantánea γ_k y tienen como parámetros $\tilde{\gamma}$ y m , es decir $R_k = R(\gamma_k; \tilde{\gamma}, m) \geq 0$ y $S_k = S(\gamma_k; \tilde{\gamma}, m) \geq 0$, por lo que abreviadamente se podrán denominar $R(\gamma)$ y $S(\gamma)$.

E. Eficiencia Espectral

El objetivo de los esquemas AQAM que se van a estudiar en esta tesis es maximizar la eficiencia espectral cumpliendo simultáneamente ciertas restricciones. La 'Eficiencia Espectral' debe entenderse a escala media y se define como la velocidad binaria media por unidad de ancho de banda radio (bits por segundo y Hz)

$$\tilde{\nu}_k \doteq \frac{E[R_k]}{T_S B} \approx E[R(\gamma)] = \int_0^\infty R(\gamma) p_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (2.30)$$

donde se supone que $B \approx 1/T_S$ es el ancho de banda radio de la señal transmitida. En un sistema real el valor de B será un poco mayor que el mínimo $1/T_S$ establecido por el criterio de Nyquist, en función del exceso relativo de ancho de banda empleado. Puesto que $\tilde{\nu}_k$ varía cuando cambia el estado del canal a escala media, depende tanto de $\tilde{\gamma}$ como de m y, cuando no haya lugar a confusión, se

denotará simplemente como $\tilde{\nu}$. Finalmente, a partir de $\tilde{\nu}$ se define la 'Eficiencia Espectral Global' como $\bar{\nu} \doteq E[\tilde{\nu}_k]$.

F. BER Instantánea y Media

Los esquemas AQAM además de maximizar la eficiencia espectral deben cumplir una serie de restricciones. Por un lado la potencia media transmitida debe mantenerse igual al valor nominal \bar{S} y por otro deben cumplirse ciertos requisitos de calidad en los datos transmitidos preservando de alguna forma la BER.

Para la BER se suelen usar dos formas de restricción alternativas: 'BER Instantánea' constante (*I*-BER) o 'BER Media' constante (*A*-BER) [Chu01]. En términos de escalas de tiempo, la restricción tipo *I*-BER expresa el cumplimiento de una BER objetivo BER_T a escala de invarianza, mientras que la *A*-BER trata de conseguir ese mismo objetivo a escala media. Las restricciones del tipo *I*-BER se suelen imponer cuando la comunicación es de datos o mixta (voz y datos simultáneamente) y se requieren bajas tasas de error, mientras que la *A*-BER puede ser más apropiada para las comunicaciones de voz donde se pueden tolerar tasas de error peores que sólo hace falta cumplir en una escala de tiempo relativamente mayor.

La BER instantánea BER_k y la media \widetilde{BER}_k se definen como

$$BER_k \doteq \text{Probabilidad de error de bit} / \alpha = \alpha_k, g = g_k \quad (2.31)$$

$$\widetilde{BER}_k \doteq \text{Probabilidad de error de bit} / g = g_k \quad (2.32)$$

y de forma simplificada se podrán denominar como $BER(\gamma)$ y \widetilde{BER} . La restricción *I*-BER impone que, cuando hay transmisión, la BER instantánea sea inferior o igual a un objetivo prefijado $BER(\gamma) \leq BER_T$. En cambio, la restricción *A*-BER establece que $\widetilde{BER} \leq BER_T$.

Para constelaciones QAM cuadradas, cuando $R(\gamma) \geq 2$ y $BER(\gamma) \leq 10^{-3}$, la BER instantánea se puede aproximar mediante [Chu01]

$$BER(\gamma) \simeq \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8 \gamma S(\gamma) / \bar{S}}{5 2^{R(\gamma)} - 1}\right) \quad (2.33)$$

Para realizar una aproximación continua del análisis de la modulación adaptativa, la expresión (2.33) puede extenderse a valores de $R(\gamma)$ reales [Chu01]. La

ventaja de esta expresión frente a la fórmula exacta dada en [Pro95, pág. 280] es que se puede invertir tanto para $S(\gamma)$ como para $R(\gamma)$, lo cual facilitará la obtención de resultados analíticos. De acuerdo con [Chu01, fig. 2], esta aproximación sigue siendo aceptable para tasas de error más altas $BER(\gamma) \leq 2 \cdot 10^{-2}$ pero en tal caso la constelación más densa considerada debería ser la 256-QAM, es decir que $2 \leq R(\gamma) \leq 8$.

A partir de la BER instantánea se puede obtener la BER media como [Chu01]

$$\widetilde{BER} = \frac{E[BER(\gamma)R(\gamma)]}{E[R(\gamma)]} = \frac{\int_0^\infty BER(\gamma)R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma}{\int_0^\infty R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma} \quad (2.34)$$

2.3.3 Definición Formal del Esquema AQAM

El primer objetivo de esta tesis, que se desarrollará a lo largo de los capítulos 3 y 4, consiste en el análisis y en la propuesta de nuevos esquemas AQAM. Con ayuda de la formulación de la sección anterior 2.3.2 se puede concretar más el concepto de esquema AQAM que se introdujo de manera cualitativa en la fig. 2.5. La definición formal de los esquemas AQAM que se estudian en esta tesis se representa en la fig. 2.7.

Un esquema AQAM está definido mediante unas leyes de variación de la constelación y la potencia, $R(\gamma) = R(\gamma; \tilde{\gamma}, m)$ y $S(\gamma) = S(\gamma; \tilde{\gamma}, m)$ respectivamente, en función de los siguientes descriptores del canal: γ (para la escala de invarianza), $\tilde{\gamma}$ y m (para la escala media). Las leyes de adaptación se obtienen en fase de diseño como consecuencia de un proceso de optimización basado en un cierto objetivo y sujeto a determinadas restricciones.

El objetivo considerado es maximizar la eficiencia espectral a escala media $\tilde{\nu}$ y las restricciones posibles se describen en detalle a continuación.

Las restricciones se pueden dividir en dos grupos: las que limitan la potencia media y la BER, y las que fijan el conjunto de constelaciones y el número de niveles de potencia por constelación.

El primer grupo de restricciones establece que la potencia media y la BER no superen unos determinados valores máximos. La potencia a escala media debe ser menor o igual que el valor nominal \bar{S} , es decir $\tilde{S} \doteq E[S_k] \leq \bar{S}$. Además, la BER debe cumplir la restricción *I*-BER ($BER(\gamma) \leq BER_T$) o la restricción *A*-BER

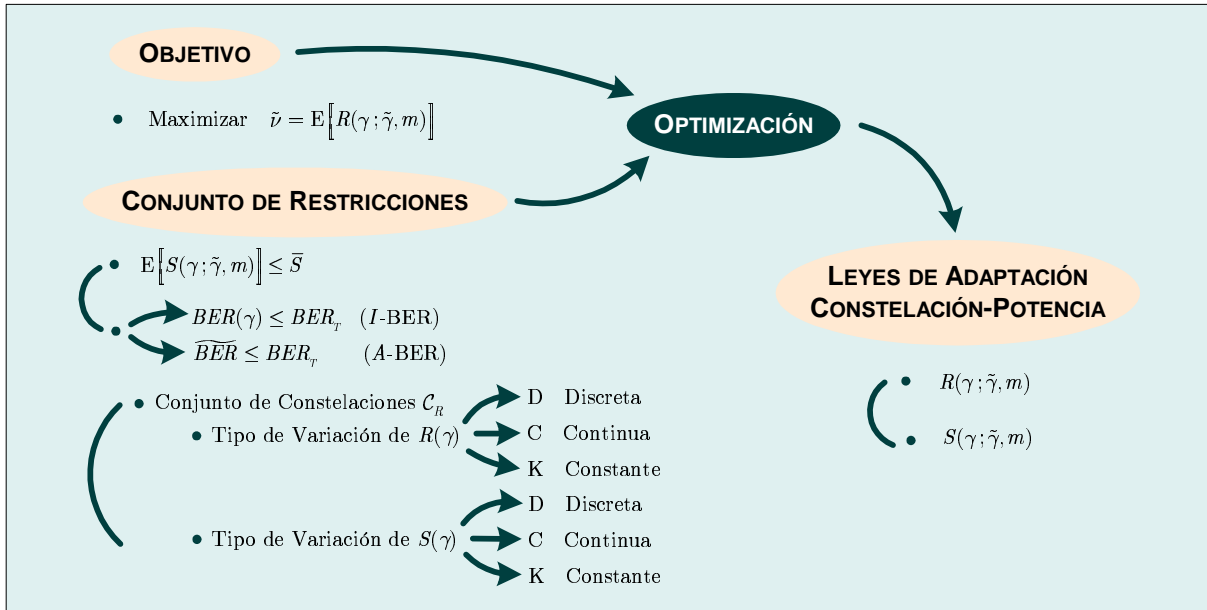


Figura 2.7: Definición formal del esquema AQAM.

($\overline{BER} \leq BER_T$). El valor de la BER objetivo BER_T , al igual que \bar{S} , se especifican en la fase de diseño del esquema AQAM.

El segundo grupo de restricciones están relacionadas con el conjunto de posibles constelaciones \mathcal{C}_R y el conjunto de posibles niveles de potencia por constelación \mathcal{C}_S . Normalmente las restricciones sobre \mathcal{C}_R se refieren al conjunto completo, por ejemplo estableciendo la utilización de las siguientes constelaciones {4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM}. Por otra parte las restricciones sobre \mathcal{C}_S se refieren sólo al orden o número de elementos del conjunto, por ejemplo permitiendo únicamente 1 nivel de potencia por constelación o equivalentemente $Orden(\mathcal{C}_S) = 1$. En cualquier caso, las restricciones sobre $Orden(\mathcal{C}_R)$ y $Orden(\mathcal{C}_S)$ determinan el tipo de variación permitida en $R(\gamma)$ y $S(\gamma)$ respectivamente. En ambos casos se consideran tres tipos de variación: discreta (D), continua (C) o constante (K). La variación discreta (D) significa que la magnitud en cuestión $R(\gamma)$ ó $S(\gamma)$ es seleccionada de un conjunto finito y discreto preestablecido de valores, por tanto orden finito. Por otra parte, la variación continua (C) supone que se puede elegir un valor real cualquiera, lo cual implica orden infinito. Cuando un esquema especifica el valor constante (K) en la constelación o la potencia, la magnitud referida es constante sea cual sea el estado del canal. El valor constante (K) puede considerarse un caso especial de orden 1.

La clasificación de los esquemas AQAM representados en la fig. 2.7 se realiza

Tabla 2.1: Clasificación y denominación de los esquemas AQAM.

DENOMINACIÓN	DESCRIPCIÓN	Nº DE GRADOS DE LIBERTAD	INFORMACIÓN DE ADAPTACIÓN
CC- <i>I</i> , CC- <i>A</i>	Adaptación continua total	2	∞
KC- <i>I</i> , KC- <i>A</i>	Control de potencia continuo	1	∞
CK- <i>I</i> , CK- <i>A</i>	Adapt. de constelación continua	1	∞
DD- <i>I</i> , DD- <i>A</i>	Adaptación discreta total	2	Finita
KD- <i>I</i> , KD- <i>A</i>	Control de potencia discreto	1	Finita
DK- <i>I</i> , DK- <i>A</i>	Adapt. de constelación discreta	1	Finita
KK- <i>I</i> , KK- <i>A</i>	QAM no adaptativa	0	0

especificando el tipo de restricciones que utiliza. Un esquema genérico AQAM se podrá denominar $XY-Z$, donde X e Y representan el tipo de variación en la constelación y potencia respectivamente, y Z , el tipo de restricción en la BER. X e Y pueden ser: variación discreta (D), variación continua (C) o constante (K), mientras que Z puede ser instantánea (*I*) o media (*A*) según el tipo de restricción correspondiente en la BER. En la tabla 2.1 aparecen los esquemas más interesantes agrupados en diferentes familias, donde, además de la descripción, se indican el número de grados de libertad de la adaptación y la información que se requeriría a través del canal de señalización. Cuando un esquema tiene algún tipo de variación continua, la cantidad de información necesaria para la adaptación sería infinita. Por lo tanto, puede afirmarse que la discretización en los esquemas de modulación adaptativa es indispensable para su implementación.

En el capítulo 3 se estudian las características y prestaciones de los esquemas AQAM con variación continua, lo cual servirá de referencia para la propuesta de esquemas AQAM discretos desarrollada en el capítulo 4. Además, un esquema de variación continua también será el punto de partida para el análisis del capítulo 5 donde se evalúa el efecto de la adaptación no ideal en las prestaciones del sistema AQAM.

Análisis de los Esquemas de Adaptación con Variación Continua

3.1 Introducción

EL primer paso para analizar la adaptación óptima de la modulación en los esquemas AQAM es suponer que tanto el tamaño de la constelación como la potencia pueden variarse de forma continua. La aproximación continua en las leyes de variación permite vislumbrar las prestaciones potenciales de los esquemas AQAM y sirve de referencia para valorar los esquemas discretos.

En [Chu01] se presenta un excelente trabajo sobre la optimización de los esquemas AQAM con variación continua. Este trabajo incluye los resultados previos de [Gol97] donde Goldsmith y Chua obtienen las leyes de adaptación óptimas constelación-potencia con el objetivo de maximizar la eficiencia espectral del sistema.

Todos los esquemas AQAM optimizados en [Chu01] y [Gol97] permiten variación continua de al menos uno de los dos grados de libertad posibles: tamaño de la constelación y potencia instantánea. Esto supone que no podrían ser implementados directamente en un sistema real, al requerir algún tipo de discretización que limite la cantidad de información en el canal de señalización.

El objetivo fundamental de este capítulo es analizar en detalle los esquemas AQAM con variación continua *CC-I* y *CC-A*. Ambos esquemas servirán para analizar las prestaciones de la familia de esquemas discretos propuesta en el capítulo 4. Además, el esquema *CC-I* se utilizará en el capítulo 5 para evaluar el efecto de la adaptación no ideal en las prestaciones del sistema AQAM.

El resto del capítulo se organiza como se describe a continuación. En la sección 3.2 se presentan las leyes de adaptación óptimas de los esquemas *CC-I* y *CC-A*. Posteriormente, en la sección 3.3 se estudian las prestaciones que se alcanzan con estos esquemas mediante el análisis de la eficiencia espectral y la probabilidad de bloqueo. Finalmente, las conclusiones más importantes del capítulo se enumeran en la sección 3.4.

3.2 Esquemas AQAM con Variación Continua CC-I y CC-A

Los esquemas con variación continua CC-I y CC-A pueden considerarse los más generales al poseer dos grados de libertad funcionales: constelación y potencia. Por lo tanto, las leyes de variación $R(\gamma)$ y $S(\gamma)$ de los esquemas CC-I y CC-A permiten alcanzar la mayor eficiencia espectral posible con los esquemas AQAM considerados (véase la tabla 2.1).

Las leyes de adaptación para el esquema CC-I se obtienen en forma de expresiones analíticas cerradas en [Chu01]. En este mismo trabajo, se obtienen las leyes de adaptación del esquema CC-A mediante métodos numéricos. En las próximas secciones se deducirán expresiones analíticas cerradas que se aproximan considerablemente a las leyes de los esquemas CC-A obtenidas con métodos numéricos en [Chu01]. El parámetro más importante que aparece en las leyes de adaptación óptimas de los esquemas CC-I y CC-A es la SNR de corte.

La organización de las secciones que siguen se explica a continuación. En las secciones 3.2.1 y 3.2.2 se presentan las leyes de adaptación óptimas de los esquemas CC-I y CC-A, estableciendo un análisis comparativo entre ellas. Posteriormente, la sección 3.2.3 se dedica al estudio detallado de la SNR de corte en cada uno de los dos esquemas.

3.2.1 Optimización del Esquema CC-I

Desde un punto de vista matemático, la optimización de cualquier esquema con variación continua es un problema variacional, ya que no se trata de optimizar variables sino funciones. Dentro de los problemas variacionales, los aquí planteados son del tipo isoperimétricos por la forma integral de algunas de sus restricciones [Els77, Capítulo IX].

Sean $f_R(\gamma)$ y $f_S(\gamma)$ una pareja de posibles leyes de adaptación constelación-potencia, y $\mathcal{F}_\nu(f_R, f_S)$ la eficiencia espectral alcanzada. Las leyes de adaptación óptimas $f_R(\gamma) = R(\gamma)$ y $f_S(\gamma) = S(\gamma)$ son las que permiten alcanzar la máxima eficiencia espectral $\mathcal{F}_\nu(R, S) = \tilde{\nu}$.

El planteamiento formal del problema variacional para el esquema CC-I es

Esquema CC-I

Maximizar el funcional $\Rightarrow \mathcal{F}_\nu(f_R, f_S) = E[f_R(\gamma)] = \int_0^\infty f_R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma$ sujeto a

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Restricciones isoperimétricas:} \\ E[f_S(\gamma)] = \int_0^\infty f_S(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma \leq \bar{S} \quad (\text{Potencia media}) \\ \text{Restricciones funcionales:} \\ \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8\gamma f_S(\gamma)/\bar{S}}{5 \cdot 2^{f_R(\gamma)} - 1}\right) \leq BER_T \quad (\text{BER instantánea, véase (2.33)}) \end{array} \right.$$

(3.1)

En el esquema CC-I la BER objetivo BER_T debe cumplirse de forma instantánea y por tanto se establece una ligadura directa entre $f_R(\gamma)$ y $f_S(\gamma)$. La solución de este problema variacional proporciona las leyes de adaptación óptimas para el esquema CC-I que aparecen en la tabla 3.1, cuya deducción detallada puede encontrarse en [Chu01]. La solución óptima impone, como es de esperar, que ambas restricciones deben estar activas (es decir, se verifican en forma de igualdad). La SNR de corte γ_0 es el parámetro más importante de estas leyes y establece que cuando $\gamma < \gamma_0$ lo más adecuado es interrumpir la transmisión. La obtención de γ_0 se explica en detalle en la sección 3.2.3.

3.2.2 Optimización del Esquema CC-A

De forma análoga, el problema variacional para el esquema CC-A es

Esquema CC-A

Maximizar el funcional $\Rightarrow \mathcal{F}_\nu(f_R, f_S) = E[f_R(\gamma)] = \int_0^\infty f_R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma$ sujeto a

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Restricciones isoperimétricas:} \\ E[f_S(\gamma)] = \int_0^\infty f_S(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma \leq \bar{S} \quad (\text{Potencia media}) \\ \frac{\int_0^\infty \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8\gamma f_S(\gamma)/\bar{S}}{5 \cdot 2^{f_R(\gamma)} - 1}\right) f_R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma}{\int_0^\infty f_R(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma} \leq BER_T \quad (\text{BER media, véase (2.34)}) \end{array} \right.$$

(3.2)

Tabla 3.1: Leyes de adaptación constelación-potencia óptimas para los esquemas AQAM con variación continua y dos grados de libertad funcionales.

ESQUEMA	LEYES DE ADAPTACIÓN ÓPTIMAS [†]	
CC-I	$R(\gamma) = \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) u(\gamma - \gamma_0)$ $S(\gamma) = \bar{S} \frac{5K_T}{8} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) u(\gamma - \gamma_0)$	γ_0 es la SNR de corte y se obtiene de la restricción de potencia media
CC-A	$R(\gamma) = \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right) u(\gamma - \gamma'_0)$ $S(\gamma) = \bar{S} \frac{5}{8} \log \left(\frac{\frac{8}{25} \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right)}{C \left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right)} \right) \left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right) u(\gamma - \gamma'_0)$	γ'_0 y C se obtienen de las restricciones de potencia y BER medias

[†] $K_T = -\log(5BER_T)$ y $u(\cdot)$ es la función escalón unitario

Como puede observarse, la única diferencia con el planteamiento del esquema CC-I es la restricción asociada a la BER.

El problema para el esquema CC-A impone una restricción en la BER media mucho más flexible que debe dar lugar a una solución con la que se alcanza mayor eficiencia espectral. La contrapartida de usar la restricción tipo A-BER es que no se garantiza que en determinadas fases de la transmisión, a escala de invarianza, la BER no supere BER_T . Chung y Goldsmith demuestran en [Chu01] que, sorprendentemente, la eficiencia espectral alcanzada por ambos esquemas es prácticamente la misma. De nuevo, todas las restricciones van a estar activas para las leyes de adaptación óptimas CC-A [Chu01].

Las leyes de adaptación óptimas para el esquema CC-A que se presentan en la tabla 3.1 son aproximaciones cerradas obtenidas en esta tesis de la solución exacta. En el apéndice 3-A se detalla cómo se obtienen estas expresiones y se verifica la bondad de la aproximación comparándola con los resultados obtenidos en [Chu01] mediante métodos numéricos.

Obsérvense en la tabla 3.1 las diferencias existentes entre las leyes de variación de ambos esquemas. Las leyes del esquema CC-I dependen de la SNR de corte γ_0 y de los parámetros del sistema \bar{S} y BER_T (o equivalentemente K_T).

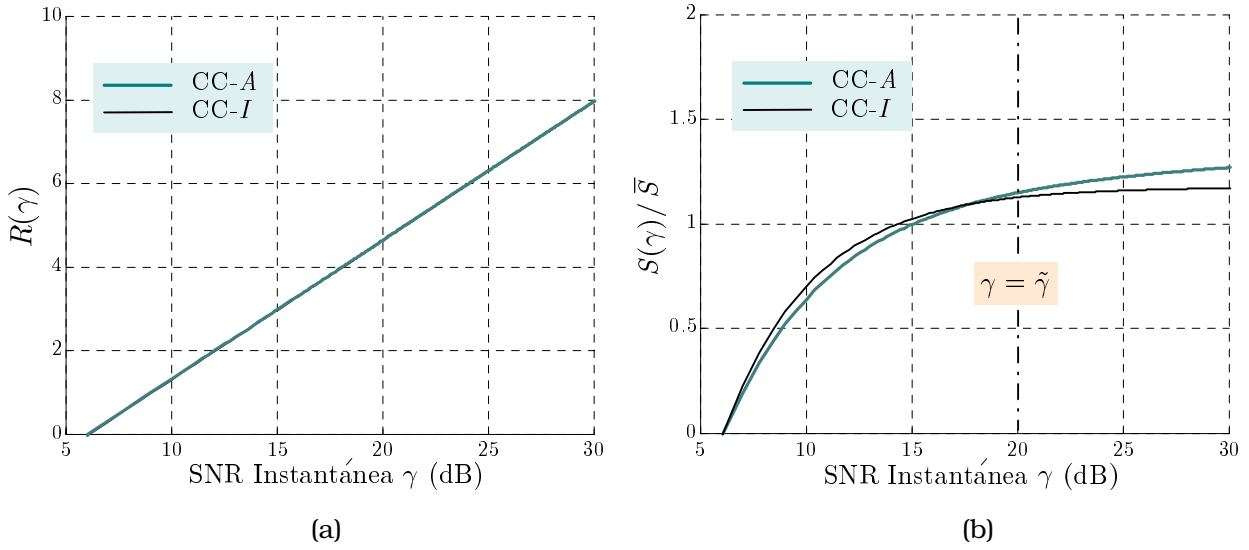


Figura 3.1: Comparación entre las leyes de adaptación óptimas de constelación-potencia para los esquemas CC-I y CC-A para $BER_T = 10^{-4}$, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 20$ dB y $m = 1$. (a) Ley de adaptación de la velocidad binaria por ajuste del tamaño de la constelación QAM $R(\gamma)$. (b) Ley de adaptación de la potencia $S(\gamma)$.

Las leyes del esquema CC-A dependen, además de \bar{S} (explícitamente) y BER_T (implícitamente), de la SNR de corte γ'_0 y de la constante C . La obtención de γ_0 , γ'_0 y C se aborda en detalle en la próxima sección 3.2.3.

En la fig. 3.1 se representan gráficamente las leyes de adaptación óptimas $S(\gamma)$ y $R(\gamma)$ de los esquemas CC-A y CC-I con $BER_T = 10^{-4}$, $\tilde{\gamma} = 20$ dB y $m = 1$ (NLOS). La diferencia entre las leyes de variación de $R(\gamma)$ para ambos esquemas es inapreciable. La causa es que las SNR de corte son prácticamente iguales, es decir $\gamma_0 \approx \gamma'_0$, tal y como se justifica en la próxima sección. Por otra parte, sí existen pequeñas diferencias en la ley de variación de la potencia $S(\gamma)$. En el caso del esquema CC-A, la potencia transmitida es ligeramente menor por debajo de un cierto valor de γ próximo a $\tilde{\gamma}$, y por contra ligeramente mayor por encima de este valor. Por ello, la BER instantánea permanece constante e igual a BER_T en el esquema CC-I y experimenta cierta variación en el caso del esquema CC-A, como se muestra en la fig. 3.2.

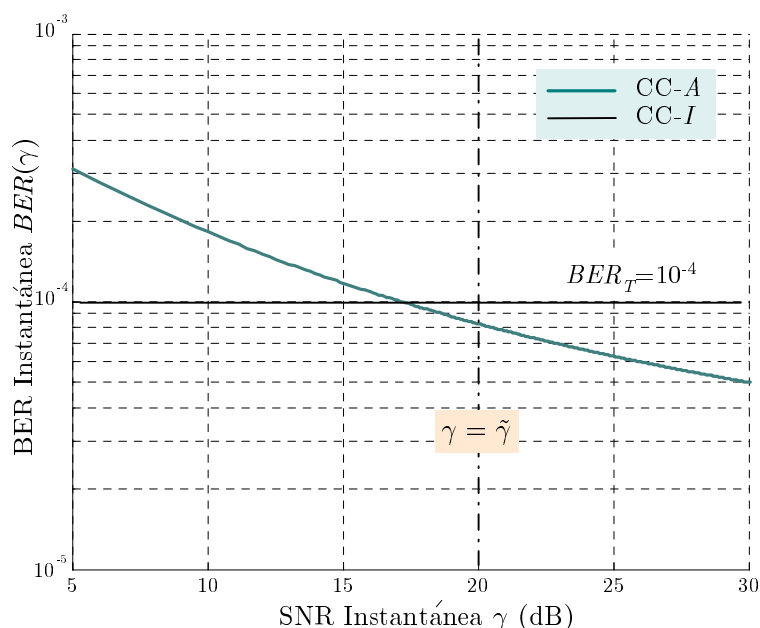


Figura 3.2: Comparación entre la BER instantánea del esquema CC-I y la del CC-A para $\tilde{\gamma}(\text{dB})=20$ dB y $m=1$.

3.2.3 Cálculo de la SNR de Corte

La SNR de corte se presenta como un parámetro clave de los esquemas AQAM a la vista de las leyes de adaptación óptimas dadas en la tabla 3.1. Además, como se verá en las próximas secciones, la SNR de corte normalizada definida como $\Psi_0 \doteq \gamma_0/\tilde{\gamma}$ es prácticamente el único parámetro del que dependen las prestaciones más importantes del sistema: eficiencia espectral y probabilidad de bloqueo. Por ello y por la complejidad que implica su cálculo, merece un análisis detallado que se realiza a continuación.

SNR de Corte del Esquema CC-I

En el caso del esquema CC-I la SNR de corte viene impuesta por el cumplimiento de la restricción de potencia media constante en el problema de optimización presentado en 3.1. Utilizando la ley de potencia óptima $S(\gamma)$ de la tabla 3.1 (CC-I), la PDF para Nakagami- m en (2.28) y definiendo la SNR ins-

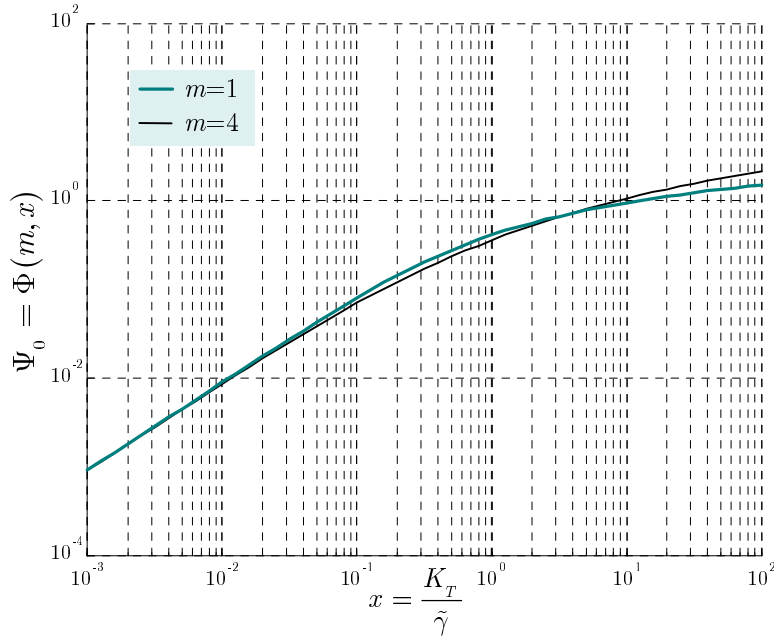


Figura 3.3: SNR de corte normalizada $\Psi_0 = \Phi(m, x)$ en función de m y $x = K_T/\tilde{\gamma}$.

tantánea normalizada como $\Psi = \gamma/\tilde{\gamma}$, dicha restricción se puede expresar como

$$\int_{\Psi_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\Psi_0} - \frac{1}{\Psi} \right) \Psi^{m-1} e^{-m\Psi} d\Psi = \frac{8\tilde{\gamma}\Gamma(m)}{5K_T m^m} \quad (3.3)$$

En [Alo98] se demuestra que existe una única solución Ψ_0 para esta ecuación tal que $\Psi_0 \rightarrow 0$ cuando $\tilde{\gamma} \rightarrow \infty$. Partiendo de este resultado previo, la ecuación (3.3) puede resolverse numéricamente combinando el método de la bisección [Bur85, pág. 40] con la evaluación numérica de la integral mediante la fórmula en cuadratura de Gauss-Laguerre [Dav84, pág. 223]. Obsérvese que la SNR de corte normalizada Ψ_0 es una función de dos variables, m y $x = K_T/\tilde{\gamma}$

$$\Psi_0 = \Phi(m, x)|_{x=K_T/\tilde{\gamma}} \quad (3.4)$$

que puede evaluarse mediante el procedimiento numérico descrito.

En la fig. 3.3 se representa la función $\Phi(m, x)$ en la región de interés en x , desde $\sim 10^{-3}$ hasta $\sim 10^2$, generada por K_T (BER_T desde 10^{-2} hasta 10^{-6}) y $\tilde{\gamma}$ (desde -10 dB hasta 30 dB). Las propiedades más destacables de $\Phi(m, x)$ son su carácter estrictamente creciente y su tendencia asintótica $\Psi_0 \rightarrow 0$ cuando $\tilde{\gamma} \rightarrow \infty$.

Para el caso concreto de NLOS $m = 1$ (Rayleigh) es posible encontrar aproximaciones en forma cerrada de la función $\Phi(x) \doteq \Phi(m = 1, x)$ e incluso una

fórmula iterativa que converge muy rápidamente a la solución, como se demuestra en el apéndice 3-B. Una aproximación inicial con un error máximo de 1 dB para el rango de valores de interés de K_T y $\tilde{\gamma}$ viene dada por

$$\Phi(x) \simeq \log\left(\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{5}{2}x}\right)\right) \quad (3.5)$$

De la aproximación (3.5) se infiere que en el caso Rayleigh $\Psi_0 \sim 5K_T/(8\tilde{\gamma})$ cuando $\tilde{\gamma} \rightarrow \infty$. En consecuencia, si se desnormaliza Ψ_0 se observa como la SNR de corte γ_0 tiende asintóticamente a un valor límite dado por $5K_T/8$ cuando se aumenta la SNR media.

SNR de Corte del Esquema CC-A

Para el esquema CC-A el cálculo es ligeramente más complejo. En este caso Ψ'_0 se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones resultante de cumplir las restricciones del esquema conforme al planteamiento dado en (3.2). Recordando que $\Psi = \gamma/\tilde{\gamma}$, el sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas (Ψ'_0 y C) a resolver es el siguiente (apéndice 3-A)

$$\begin{cases} \int_{\Psi'_0}^{\infty} \log\left(\frac{\frac{8}{25} \log_2\left(\frac{\Psi}{\Psi'_0}\right)}{\frac{C}{\tilde{\gamma}}\left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi}\right)}\right) \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi}\right) \Psi^{m-1} e^{-m\Psi} d\Psi = \frac{8\tilde{\gamma}\Gamma(m)}{5m^m} \\ \int_{\Psi'_0}^{\infty} \left(\frac{5C}{8\tilde{\gamma}}\left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi}\right) - BER_T \log_2\left(\frac{\Psi}{\Psi'_0}\right)\right) \Psi^{m-1} e^{-m\Psi} d\Psi = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

El sistema de ecuaciones no lineales (3.6) puede abordarse con métodos numéricos de una forma análoga a como se hizo con el cálculo de la SNR de corte del esquema CC-I. En este caso, debe resolverse de forma iterativa un sistema de ecuaciones no lineales con dos incógnitas donde, en cada iteración, las integrales pueden evaluarse numéricamente. Los detalles del procedimiento numérico empleado se proporcionan en el apéndice 3-A.

Como se muestra en la fig. 3.4, dados unos valores de m y $x = K_T/\tilde{\gamma}$, la solución Ψ'_0 de (3.6) es ligeramente inferior, pero prácticamente igual, al valor de Ψ_0 solución de (3.3). Para el rango de valores de interés en K_T (BER_T) y $\tilde{\gamma}$ la diferencia entre las dos SNR de corte es inferior a 0.1 dB. Este resultado es clave

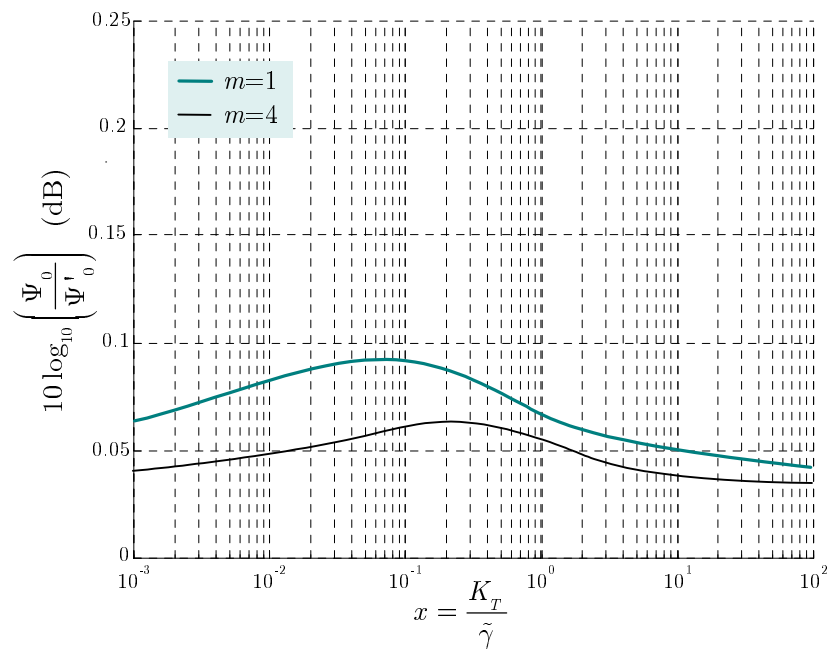


Figura 3.4: Comparación entre las SNR de corte de los esquemas CC-I y CC-A.

para explicar por qué los esquemas CC-I y CC-A tienen prácticamente la misma eficiencia espectral.

3.3 Prestaciones

A continuación se analizan las prestaciones de los esquemas con variación continua CC-I y CC-A presentados en la sección anterior. Las dos magnitudes más importantes que describen tales prestaciones son la eficiencia espectral y la probabilidad de bloqueo.

3.3.1 Eficiencia Espectral

Capacidad del Canal

La capacidad media del canal plano representa la máxima eficiencia espectral (bits/s/Hz) que puede alcanzarse libre de errores [Agu01, pág. 34]. Dicha capacidad viene dada por

$$\tilde{\eta} = E[\log_2(1 + \gamma)] = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad (3.7)$$

Esta magnitud proporciona una referencia sobre la máxima eficiencia espectral que puede obtenerse con un sistema de transmisión concreto en el canal. Con ayuda de la fórmula de integración numérica de Gauss-Laguerre [Dav84, pág. 223], la capacidad dada en (3.7) para el modelo Nakagami- m (véase (2.28)) puede calcularse como

$$\tilde{\eta} \approx \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{n=1}^{N_p} L_{x_n} x_n^{m-1} \log_2\left(1 + \frac{\bar{\gamma}}{m} x_n\right) \quad (3.8)$$

donde N_p es el orden del polinomio de Laguerre $L_{N_p}(\cdot)$, x_n son los ceros de $L_{N_p}(\cdot)$ y $L_{x_n} = x_n/[L_{N_p}(x_n)]^2$ son los pesos asociados al polinomio de Laguerre de orden N_p . Habitualmente, $N_p = 32$ es suficiente para obtener una excelente precisión.

Para el caso particular de desvanecimiento Rayleigh ($m = 1$) la integral de (3.7) tiene la siguiente solución analítica

$$\tilde{\eta} = \log_2(e) \cdot \exp\left(\frac{1}{\bar{\gamma}}\right) \cdot E_1\left(\frac{1}{\bar{\gamma}}\right) \quad (3.9)$$

con $E_1(x)$ la función exponencial-integral de primer orden definida clásicamente como [Gra94, pág. xxxiv]

$$E_1(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (3.10)$$

Resulta particularmente interesante comparar la eficiencia espectral alcanzada por los esquemas CC-*I* y CC-*A* con la capacidad del canal. A lo largo de esta sección se demuestra que ambos esquemas, tal cual y sin codificación de canal, se acercan considerablemente a la capacidad del canal. A continuación se obtienen expresiones que permiten estudiar y comparar la eficiencia espectral asociada a los esquemas CC-*I* y CC-*A*.

Eficiencia Espectral del Esquema CC-*I*

Comenzando por el esquema CC-*I*, es posible calcular la eficiencia espectral expresándola de la siguiente forma

$$\begin{aligned}\tilde{\nu} &= E[R(\gamma)] = \frac{m^m}{\tilde{\gamma}^m \Gamma(m)} \int_{\gamma_0}^{\infty} \log_2\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\tilde{\gamma}}\right) d\gamma \\ &= \left\{ x = \frac{\gamma}{\tilde{\gamma}}, \Psi_0 = \frac{\gamma_0}{\tilde{\gamma}} \right\} = \frac{m^m \gamma_0^m}{\tilde{\gamma}^m \Gamma(m) \log(2)} \int_1^{\infty} \log(x) x^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_0}{\tilde{\gamma}} x\right) dx\end{aligned}\quad (3.11)$$

donde $\Psi_0 = \gamma_0/\tilde{\gamma}$ representa la SNR de corte normalizada. Con ayuda de la función gamma incompleta y las propiedades de su derivada se llega a (véase [Gra94, pág.607])

$$\tilde{\nu} = \frac{\log_2(e)}{\Gamma(m)} \left(-\log(m\Psi_0) \Gamma(m, m\Psi_0) + \left. \frac{\partial \Gamma(x, m\Psi_0)}{\partial x} \right|_{x=m} \right) \quad (3.12)$$

con $\Gamma(a, x)$ la función gamma incompleta definida como [Gra94, pág. 949]

$$\Gamma(a, x) \doteq \int_x^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \quad \text{con } a, x \geq 0 \quad (3.13)$$

La función gamma incompleta engloba como casos particulares la función gamma $\Gamma(a) = \Gamma(a, 0)$ y la función exponencial-integral de primer orden $E_1(x) = \Gamma(0, x)$.

Aunque la expresión (3.12) contiene una derivada parcial no resuelta, tiene la gran ventaja de ser muy fácil de calcular numéricamente, por ejemplo mediante la definición de derivada. En [Alo99] se presenta una expresión alternativa a (3.12) en forma de suma de funciones gamma incompleta pero sólo válida para valores enteros de m . Como se observa en la expresión (3.12), la eficiencia espectral del esquema CC-*I* sólo depende de la SNR de corte normalizada Ψ_0 y del parámetro del canal m .

Para el caso concreto NLOS $m = 1$ (Rayleigh), la eficiencia espectral dada en (3.12) se reduce a la siguiente expresión analítica cerrada

$$\tilde{\nu} = \log_2(e) \cdot E_1(\Psi_0) \quad (3.14)$$

Obsérvese el paralelismo existente entre esta expresión y la capacidad en (3.9).

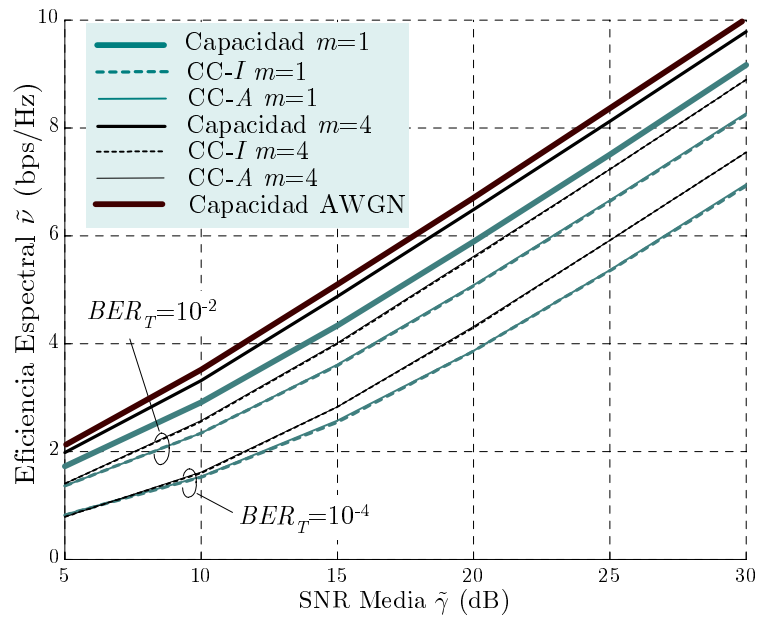


Figura 3.5: Capacidad del canal y eficiencia espectral de los esquemas de adaptación con variación continua.

Eficiencia Espectral del Esquema CC-A

Respecto al esquema CC-A, la tabla 3.1 muestra que su eficiencia espectral tiene la misma forma que en el esquema CC-I pero con otro valor de SNR de corte normalizada. Por lo tanto, la eficiencia espectral del esquema CC-A también puede obtenerse mediante las ecuaciones (3.12) y (3.14) usando $\Psi'_0 = \gamma'_0/\tilde{\gamma}$.

Resultados Numéricos

En la fig. 3.5 se muestra la capacidad del canal y la eficiencia espectral alcanzadas a escala media por los esquemas CC-I y CC-A, en función de la SNR media y para distintos valores de BER_T y m . Se incluye también, como referencia, la capacidad del canal AWGN.

La eficiencia espectral varía moderadamente con la BER objetivo y la existencia o no de línea de visión directa en el canal, mientras que, como es de esperar, el incremento debido a la mejora de la SNR media del canal es bastante acusado. Lo más destacable es que no existe ningún incremento en la eficiencia

espectral por el hecho de emplear el esquema CC-*A* en vez del esquema CC-*I*, los resultados son prácticamente idénticos (debido a que $\Psi_0 \approx \Psi'_0$). Sin embargo, la restricción tipo *I*-BER permite garantizar la BER objetivo a escala de invarianza a diferencia de la restricción tipo *A*-BER que sólo lo puede hacer a escala media.

Por otra parte, ambos esquemas se aproximan considerablemente a la capacidad del canal plano. Los márgenes con respecto a la capacidad son ~ 3 dB para $BER_T = 10^{-2}$ y ~ 7 dB para $BER_T = 10^{-4}$ respectivamente. Obviamente, cuanto más BER residual se permita, más se acerca la eficiencia espectral de los esquemas de modulación adaptativa a la capacidad del canal. La capacidad del canal AWGN está separada 2 dB de la capacidad con desvanecimiento Rayleigh ($m = 1$) y la diferencia entre las capacidades del canal AWGN y el caso $m = 4$ es casi despreciable. Este resultado es razonable ya que cuando el LOS se va haciendo cada vez más predominante ($m \rightarrow \infty$) el canal plano tiende a convertirse en un canal AWGN.

3.3.2 Probabilidad de Bloqueo

En general, los sistemas de modulación adaptativa, a diferencia de los no adaptativos, no están continuamente transmitiendo. Cuando la SNR instantánea γ es inferior a la SNR de corte, las leyes de adaptación óptimas dictan que lo mejor es interrumpir o bloquear transmisión. La probabilidad de que esto ocurra se puede denominar probabilidad de bloqueo (*Outage Probability*).

Normalmente lo deseable es que la probabilidad de bloqueo sea lo menor posible. La mayor o menor relevancia del valor de la probabilidad de bloqueo depende de consideraciones del sistema más allá de la capa física. Si ésta es alta la transmisión se produce predominantemente en forma de ráfagas y, en consecuencia, el retardo medio observado en la transmisión de los datos aumenta. Este efecto resulta más o menos crítico según el tipo de servicio, tamaño de las colas de transmisión/recepción, etc.

Desde un punto de vista cuantitativo, la probabilidad de bloqueo para el esquema CC-*I* y el modelo de desvanecimiento Nakagami- m resulta (2.28)

$$\begin{aligned} \Pr \{ \text{Bloqueo} \} &= \Pr \{ \gamma < \gamma_0 \} = 1 - \int_{\gamma_0}^{\infty} p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \\ &= 1 - \frac{\Gamma(m, m\Psi_0)}{\Gamma(m)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

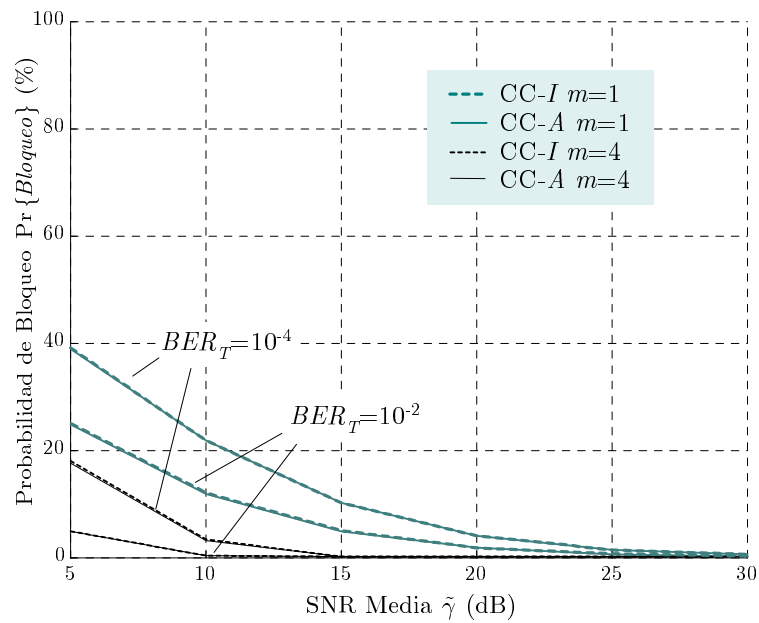


Figura 3.6: Probabilidad de bloqueo de los esquemas de adaptación con variación continua.

La misma expresión es aplicable al esquema CC-A pero con su correspondiente SNR de corte Ψ'_0 . La probabilidad de bloqueo sólo depende de la SNR de corte del esquema y del parámetro del canal m .

La fig. 3.6 representa la probabilidad de bloqueo en función del estado del canal. De nuevo los resultados son independientes del tipo de esquema, CC-I ó CC-A, pero fuertemente dependientes del estado del canal a través de sus dos parámetros m y $\tilde{\gamma}$. La existencia de una fuerte línea de visión directa ($m = 4$) reduce considerablemente la probabilidad de bloqueo frente a la inexistencia de ésta ($m = 1$). Cuando la SNR media del canal es elevada la transmisión es prácticamente continua. Finalmente, una BER objetivo baja aumenta la probabilidad de no transmitir cuando la SNR es baja ya que en estos casos el impacto de los desvanecimientos sobre la BER es particularmente importante.

3.4 Conclusiones

En este capítulo se han analizado dos esquemas AQAM con variación continua de la constelación y de la potencia. El esquema CC-*I* preserva la BER a escala de invarianza, mientras que el esquema CC-*A* lo hace a escala media.

Las conclusiones y resultados más relevantes de este capítulo son los siguientes:

- a) Se ha realizado un estudio detallado de las leyes de adaptación óptimas de los esquemas de variación continua CC-*I* y CC-*A* propuestas por Goldsmith et al. Para el esquema CC-*A* se han deducido nuevas expresiones analíticas cerradas que se aproximan a las leyes exactas. Las leyes de adaptación de ambos esquemas son muy similares y sólo hay una ligera diferencia en la ley de adaptación de potencia.
- b) El parámetro más importante de las leyes de adaptación de los esquemas CC-*I* y CC-*A* es la SNR de corte que determina el umbral por debajo del cual es preferible no transmitir. Para ambos esquemas se han desarrollado expresiones analíticas y procedimientos numéricos que permiten calcular este parámetro. En cualquier caso, la SNR de corte difiere menos de 0.1 dB entre ambos esquemas.
- c) Los esquemas se han evaluado a través del análisis de la eficiencia espectral y la probabilidad de bloqueo. Ambos esquemas, CC-*I* y CC-*A*, consiguen prácticamente las mismas prestaciones, sin diferencias apreciables ni en la eficiencia espectral ni en la probabilidad de bloqueo. La eficiencia espectral alcanzada está muy próxima a la capacidad del canal, unos 3 dB cuando la BER objetivo es 10^{-2} y unos 7 dB cuando la BER objetivo es de 10^{-4} .
- d) La probabilidad de bloqueo puede llegar a ser particularmente elevada en este tipo de esquemas cuando las condiciones del canal son desfavorables y la BER objetivo es baja.

3.5 Apéndices

3-A Expresiones Cerradas para las Leyes de Variación del Esquema CC-A

El sistema de ecuaciones que debe cumplir la solución exacta al esquema CC-A fue obtenido por Chung y Goldsmith, y viene dada por [Chu01]

$$R(\gamma), S(\gamma) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R(\gamma) = \text{la solución mayor de} \\ \frac{\gamma(BER_T - \frac{1}{C_1})}{\frac{5}{8}\bar{S}\frac{C_2}{C_1}2^{R(\gamma)}} - \frac{2^{R(\gamma)} - 1}{R(\gamma)2^{R(\gamma)}} = \log \left(\frac{\frac{8}{25}\frac{C_1}{C_2}\gamma R(\gamma)}{\bar{S}(2^{R(\gamma)} - 1)} \right) \\ S(\gamma) = \frac{\left(BER_T - \frac{1}{C_1}\right)(2^{R(\gamma)} - 1)}{\bar{S}\frac{C_2}{C_1}2^{R(\gamma)}} - \frac{\frac{5}{8}(2^{R(\gamma)} - 1)^2}{\gamma R(\gamma)2^{R(\gamma)}} \\ \text{siempre que } R(\gamma) > 0 \text{ y } S(\gamma) > 0, \text{ y en cualquier} \\ \text{otro caso } R(\gamma) = S(\gamma) = 0 \end{array} \right. \quad (3-A-1)$$

Además, la BER instantánea $BER(\gamma)$ resultante es

$$BER(\gamma) = \frac{\bar{S}C_2}{C_1} \frac{5}{8} \frac{2^{R(\gamma)} - 1}{\gamma R(\gamma)} \quad (3-A-2)$$

donde las constantes indeterminadas C_1 y C_2 están fijadas por el cumplimiento de las dos condiciones isoperimétricas del esquema CC-A que aparecen en (3.1).

En [Chu01] se empleó un procedimiento numérico ciertamente laborioso para determinar $S(\gamma)$ y $R(\gamma)$ que se describe en el apéndice A de este artículo. El procedimiento de búsqueda numérica consiste en encontrar los ceros del sistema de ecuaciones (3-A-1) para todos los valores de γ y aplicar posteriormente las condiciones isoperimétricas, repitiendo el proceso iterativamente hasta lograr la convergencia. Los resultados numéricos obtenidos permitieron llegar a una importante conclusión: la eficiencia espectral alcanzada con el esquema CC-A es prácticamente la misma que la del esquema CC-I.

A partir de este punto se plantea la posibilidad de obtener expresiones cerradas aproximadas para las leyes de variación de constelación-potencia del esquema CC-A. Admitiendo que la eficiencia espectral del esquema CC-A es prácticamente la misma que la del CC-I se puede plantear la siguiente hipótesis:

Hipótesis I La ley de variación de la velocidad binaria $R(\gamma)$ para el esquema CC-A es la misma que la del esquema CC-I excepto en la SNR de corte γ'_0 que es ligeramente diferente.

Admitiendo la validez de la hipótesis I, lo cuál se comprobará más tarde, la ley de variación de la velocidad binaria viene dada por

$$R(\gamma) = \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right) \quad (3-A-3)$$

Substituyendo (3-A-3) en (3-A-1) y (3-A-2), se llega a las siguientes expresiones para la ley de potencia y la BER instantánea

$$S(\gamma) = \bar{S} \frac{5}{8} \log \left(\frac{\frac{8}{25} \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right)}{C \left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right)} \right) \left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right) u(\gamma - \gamma'_0) \quad (3-A-4)$$

$$BER(\gamma) = \frac{5}{8} C \frac{\left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right)}{\log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right)} u(\gamma - \gamma'_0) \quad (3-A-5)$$

donde tanto γ'_0 como $C = \bar{S} \lambda_2 / \lambda_1$ son constantes a determinar mediante las dos condiciones isoperimétricas del esquema CC-A que aparecen en (3.1). En concreto, para el caso de desvanecimiento Nakagami- m y definiendo la SNR instantánea normalizada como $\Psi \doteq \gamma / \tilde{\gamma}$, el sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas ($\Psi'_0 = \gamma'_0 / \tilde{\gamma}$ y C) a resolver es el siguiente

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Psi'_0}^{\infty} \log \left(\frac{\frac{8}{25} \log_2 \left(\frac{\Psi}{\Psi'_0} \right)}{\frac{C}{\tilde{\gamma}} \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi} \right)} \right) \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi} \right) \Psi^{m-1} e^{-m\Psi} d\Psi = \frac{8\tilde{\gamma}\Gamma(m)}{5m^m} \\ \int_{\Psi'_0}^{\infty} \left(\frac{5}{8} \frac{C}{\tilde{\gamma}} \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\Psi} \right) - BER_T \log_2 \left(\frac{\Psi}{\Psi'_0} \right) \right) \Psi^{m-1} e^{-m\Psi} d\Psi = 0 \end{array} \right. \quad (3-A-6)$$

Para resolver numéricamente el sistema de ecuaciones (3-A-6), tras realizar el cambio de variable $x = m \cdot (\Psi - \Psi'_0)$, las integrales pueden calcularse mediante

la fórmula de integración en cuadratura de Gauss-Laguerre [Dav84, pág. 223]

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{N_p} L_{x_n} \log \left(\frac{\frac{8}{25} \log_2 \left(\frac{\frac{x_n}{m} + \Psi'_0}{\Psi'_0} \right)}{\frac{C}{\tilde{\gamma}} \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\frac{x_n}{m} + \Psi'_0} \right)} \right) \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\frac{x_n}{m} + \Psi'_0} \right) \left(\frac{x_n}{m} + \Psi'_0 \right)^{m-1} \\ \\ \sum_{n=1}^{N_p} L_{x_n} \left(\frac{5C}{8\tilde{\gamma}} \left(\frac{1}{\Psi'_0} - \frac{1}{\frac{x_n}{m} + \Psi'_0} \right) - BER_T \log_2 \left(\frac{\frac{x_n}{m} + \Psi'_0}{\Psi'_0} \right) \right) \left(\frac{x_n}{m} + \Psi'_0 \right)^{m-1} = 0 \end{array} \right. = \frac{8\tilde{\gamma}\Gamma(m) \exp(m\Psi'_0)}{5m^{m-1}} \quad (3-A-7)$$

donde N_p es el orden del polinomio de Laguerre $L_{N_p}(\cdot)$, x_n son los ceros de $L_{N_p}(\cdot)$ y $L_{x_n} = x_n/[L_{N_p}(x_n)]^2$ los pesos del polinomio de Laguerre de orden N_p . Habitualmente un valor de $N_p = 32$ permite obtener una excelente precisión. Finalmente, para resolver el sistema de ecuaciones no lineales (3-A-7) puede usarse MATLAB^T o cualquier otro paquete matemático con soporte para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales.

El único detalle que resta es obtener un par de valores iniciales para Ψ'_0 y C . Para Ψ'_0 un excelente valor inicial es la SNR de corte del esquema CC-I es decir $\Psi_0^{(0)} = \Psi_0$, mientras que para C puede encontrarse un valor inicial muy cerca de la solución si se observa el parecido entre las leyes de potencia de ambos esquemas dadas en la tabla 3.1. Efectivamente la constante, $K_T = \log(1/(5BER_T))$ que aparece en el esquema CC-I se corresponde con la función

$$\log \left(\frac{\frac{8}{25} \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma'_0} \right)}{C \left(\frac{1}{\gamma'_0} - \frac{1}{\gamma} \right)} \right) \quad (3-A-8)$$

en el esquema CC-A que, por ejemplo, cerca de la SNR de corte cuando $\gamma \rightarrow \gamma'_0$ vale

$$\log \left(\frac{\frac{8}{25} \gamma'_0}{C \log(2)} \right) \quad (3-A-9)$$

Igualando (3-A-9) a K_T se obtiene el siguiente valor inicial

$$C^{(0)} = \frac{8 \Psi_0^{(0)} \tilde{\gamma}}{5 \log(2)} BER_T \quad (3-A-10)$$

Tabla 3.2: Verificación de la validez de la hipótesis I mediante el error relativo en la eficiencia espectral.

ERROR RELATIVO ε^* (%)	$\tilde{\gamma} = 5$ dB	$\tilde{\gamma} = 10$ dB	$\tilde{\gamma} = 20$ dB
$m = 1$			
$BER_T = 10^{-2}$	1.6	0.7	0.2
$BER_T = 10^{-4}$	0.6	0.5	1.0
$m = 4$			
$BER_T = 10^{-2}$	1.3	0.1	< 0.1
$BER_T = 10^{-4}$	0.8	0.6	0.6

En resumen, las expresiones analíticas aproximadas para $S(\gamma)$, $R(\gamma)$ y $BER(\gamma)$ vienen dadas por (3-A-3), (3-A-4) y (3-A-5) respectivamente. Las constantes indeterminadas γ'_0 y C se obtienen resolviendo numéricamente el sistema de ecuaciones no lineales (3-A-7) con los valores iniciales $\Psi_0^{(0)} = \Psi_0$ y $C^{(0)} = 8\Psi_0^{(0)}\tilde{\gamma}/(5 \log(2))BER_T$.

Finalmente queda comprobar la validez de la hipótesis I. Para ello la mejor función de prueba es el error relativo entre la eficiencia espectral alcanzada con la ley de variación exacta de la velocidad binaria $R(\gamma)^*$ y la alcanzada con la aproximación obtenida $R(\gamma) = \log_2(\gamma/\gamma'_0)$

$$\varepsilon^* = \frac{|\nu^* - \nu|}{\nu^*} = \frac{|\int_0^\infty (R(\gamma)^* - R(\gamma)) p_\gamma(\gamma) d\gamma|}{\int_0^\infty R(\gamma)^* p_\gamma(\gamma) d\gamma} \quad (3-A-11)$$

La ley exacta $R(\gamma)^*$ se obtiene mediante el procedimiento numérico que se describe en el apéndice A de [Chu01]. En la tabla 3.2 aparecen los resultados del error relativo en la eficiencia espectral en diferentes escenarios del canal a escala media ($\tilde{\gamma}$ y m) y de la BER objetivo BER_T .

3-B Aproximaciones Analíticas para la SNR de Corte de los Esquemas CC-I con Desvanecimiento Rayleigh

La obtención de expresiones analíticas aproximadas para la SNR de corte Ψ_0 puede realizarse en dos pasos. Primero se encontrará una aproximación inicial y, posteriormente, se deducirá una ecuación recursiva que permita mejorar iterativamente esta primera aproximación.

Aproximación Inicial

Obsérvese como, para $m = 1$, el miembro izquierdo de la ecuación (3.3) se puede acotar de la siguiente forma

$$\int_{\Psi_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\Psi_0} - \frac{1}{\Psi} \right) e^{-\Psi} d\Psi < \int_{\Psi_0}^{\infty} \frac{1}{\Psi_0} e^{-\Psi} d\Psi = \frac{e^{-\Psi_0}}{\Psi_0} \quad (3-B-1)$$

por lo que asumiendo que $\Psi_0 < 1$

$$\frac{e^{-\Psi_0}}{\Psi_0} \approx \frac{e^{-\Psi_0}}{e^{-\Psi_0} - 1} \quad (3-B-2)$$

se llega a la siguiente aproximación inicial

$$\Psi_0^{(0)} = \Phi(x)|_{x=K_T/\tilde{\gamma}} = \log \left(\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{5K_T}{2\tilde{\gamma}}} \right) \right) \quad (3-B-3)$$

Esta aproximación puede usarse como punto de partida para encontrar expresiones más exactas para Ψ_0 .

Fórmula Recursiva

Con ayuda de la función integral-exponencial de primer orden $E_1(x)$ la ecuación (3.3) que determina la SNR de corte se puede expresar de la siguiente forma alternativa

$$\frac{e^{\Psi_0}}{\Psi_0} - E_1(\Psi_0) = \frac{8\tilde{\gamma}}{5K_T} \quad (3-B-4)$$

Supóngase que se dispone de una aproximación n -ésima $\Psi_0^{(n)}$ que está muy cerca del valor exacto Ψ_0 . En tal caso, la pequeña perturbación $\epsilon \ll 1$ necesaria

para alcanzar el valor exacto puede obtenerse introduciendo $\Psi_0 = \Psi_0^{(n)}(1 - \epsilon)$ en la ecuación (3-B-4)

$$\frac{e^{\Psi_0^{(n)}(1-\epsilon)}}{\Psi_0^{(n)}(1-\epsilon)} - E_1(\Psi_0^{(n)}(1-\epsilon)) = \frac{8\tilde{\gamma}}{5K_T} \quad (3-B-5)$$

De nuevo, el valor exacto de ϵ no puede despejarse de (3-B-5). Sin embargo, como $\epsilon \ll 1$ esta ecuación puede resolverse si previamente se lineariza, dando lugar una perturbación aproximada $\epsilon \approx \epsilon^{(n)}$. Teniendo en cuenta que $e^{\Psi_0^{(n)}\epsilon} \approx 1 + \epsilon e^{\Psi_0^{(n)}}$ y $E_1(\Psi_0^{(n)}(1-\epsilon)) \approx E_1(\Psi_0^{(n)}) - \epsilon e^{-\Psi_0^{(n)}}$, $\epsilon^{(n)}$ puede despejarse de (3-B-5) obteniéndose la siguiente formula recursiva

$$\Psi_0^{(n+1)} = \Psi_0^{(n)}(1 - \epsilon^{(n)}) \quad (3-B-6)$$

con

$$\begin{aligned} \epsilon^{(n)} = & 1 - \Psi_0^{(n)} \left(1 + \frac{e^{\Psi_0^{(n)}}}{2} \left(\frac{8\tilde{\gamma}}{5K_T} + E_1(\Psi_0^{(n)}) \right) \right) \cdot \\ & \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(1 + \frac{e^{\Psi_0^{(n)}}}{2} \left(\frac{8\tilde{\gamma}}{5K_T} + E_1(\Psi_0^{(n)}) \right) \right)^{-2} \left(1 + \frac{1}{\Psi_0^{(n)}} \right)} \right) \end{aligned}$$

Convergencia y Exactitud

El error relativo en la potencia media debido a $\Psi_0^{(n)}$ puede definirse como

$$\Lambda^{(n)} = 1 - \frac{5K_T}{8\tilde{\gamma}} \left(\frac{e^{\Psi_0^{(n)}}}{\Psi_0^{(n)}} - E_1(\Psi_0^{(n)}) \right) \quad (3-B-7)$$

y el error relativo en la SNR de corte

$$\Theta^{(n)} = \frac{\Psi_0^{(n)}}{\Psi_0} \quad (3-B-8)$$

de forma que, si $\Psi_0^{(n)} = \Psi_0$ entonces $\Lambda^{(n)} = 0$ y $\Theta^{(n)} = 1$.

Los resultados numéricos demuestran que (3-B-6) exhibe una convergencia muy rápida al valor exacto de Ψ_0 , $\Lambda^{(n)} \rightarrow 0$, para el rango de valores habitual de $\tilde{\gamma}$ y BER_T , por ejemplo para $\tilde{\gamma}(\text{dB}) \geq -5$ y $BER_T \geq 10^{-10}$. Es más, tal y como se muestra en la fig. 3.7, tan sólo se requiere una iteración para que $\Theta(\text{dB}) < 0.1$, considerando que se alcanza la convergencia cuando $\Lambda < 10^{-20}$. Aunque el error de la aproximación inicial es como mucho de 1 dB, este error aparentemente pequeño puede conducir a errores moderados cuando la SNR de corte se usa

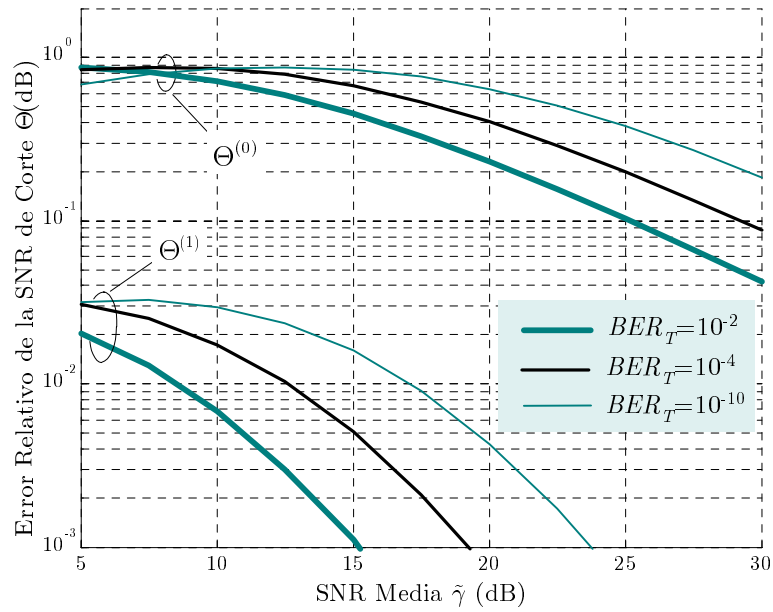


Figura 3.7: Error relativo de la fórmula (3-B-6) para obtener la SNR de corte usando 0 y 1 iteraciones.

para otros cálculos posteriores. Por otra parte $\Psi_0^{(1)}$ está muy próximo a la solución exacta Ψ_0 y por tanto puede aceptarse que $\Psi_0 \approx \Psi_0^{(1)}$, lo que implica que $\Phi(\cdot)$ puede calcularse con la expresión

$$\Phi(x) \approx f(x) g(x) (1 - \sqrt{1 - g(x)^{-2}(1 + f(x)^{-1})}) \tag{3-B-9}$$

$$\begin{cases} f(x) = \log\left(\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{5}{2}x}\right)\right) \\ g(x) = 1 + \frac{1}{2}e^{f(x)}\left(\frac{8}{5x} + E_1(f(x))\right) \end{cases}$$

Aproximación Discreta a los Esquemas con Variación Continua

4.1 Introducción

Los esquemas AQAM con variación continua CC-*I* y CC-*A* no son directamente implementables en un sistema real ya que requerirían una información infinita en el canal de señalización. Esta circunstancia conduce a la búsqueda de esquemas completamente discretos que aproximen sus prestaciones a las de los continuos pero con una cantidad de información de señalización finita.

Las primeras propuestas de modulación adaptativa utilizaban diversos esquemas discretos, normalmente del tipo DK-*I*, DK-*A*¹ o similares, empleando un conjunto discreto de constelaciones todas con idéntica potencia [Ue95], [Web95] y [Tor96]. Posteriormente Kose y Goeckel proponen un esquema más sofisticado que, además de emplear un conjunto discreto de constelaciones, utiliza una potencia diferente para cada constelación y el tipo de restricción *A*-BER [Kos00]. La asignación de niveles de potencia diferentes para cada constelación introduce grados de libertad adicionales que permiten mejorar sustancialmente la eficiencia espectral de las primeras propuestas tipo DK.

¹D=Discreto, K=Constante.

En esta tesis se propone una familia de esquemas AQAM completamente discretos, que emplean un número finito L de niveles de potencia para cada constelación. Dichos esquemas se denominarán a partir de ahora DD- $I-L$ y DD- $A-L$ según el tipo de restricción impuesta en la BER, I -BER o A -BER respectivamente.

Concretamente, en este capítulo se proponen y analizan las familias de esquemas completamente discretos DD- $I-L$ y DD- $A-L$. La familia de esquemas DD- $I-L$ coincide con la propuesta de [Par01b] extendida a canales con desvanecimiento Nakagami- m . La familia DD- $A-L$ es análoga a la DD- $I-L$ pero con restricciones del tipo A -BER e incluye como caso particular la propuesta de Kose y Goeckel [Kos00] que puede denominarse DD- $A-1$. Se mostrará que con un valor reducido de L dichos esquemas alcanzan una eficiencia espectral cercana a la de aquellos basados en la variación continua de la constelación y la potencia.

El resto del capítulo se organiza como se describe a continuación. En la sección 4.2 se detalla la estructura de las familias de esquemas propuestos y se optimizan de forma que alcancen la máxima eficiencia espectral posible. Posteriormente, en la sección 4.3 se analizan sus prestaciones de forma comparada con las de los esquemas continuos CC- I y CC- A . Estos parámetros son la eficiencia espectral, BER media, información de señalización y probabilidad de bloqueo. En todos los casos, los resultados analíticos se contrastan con simulaciones. Finalmente las conclusiones del capítulo se resumen en la sección 4.4.

4.2 Esquemas AQAM Discretos DD- I - L y DD- A - L

4.2.1 Descripción General

Estos esquemas tratan de aproximarse de forma práctica a los esquemas de variación continua CC- I y CC- A . Según el tipo de restricción considerada para la BER, I -BER o A -BER, se definen dos subfamilias de esquemas con variación de constelación-potencia completamente discreta: DD- I - L y DD- A - L respectivamente. En cualquier caso el objetivo de ambos tipos de esquemas es maximizar la eficiencia espectral del sistema.

En la fig. 4.1 se muestran las leyes de adaptación constelación-potencia de los esquemas discretos propuestos. Para reducir la complejidad de los sistemas AQAM, se considerarán esquemas que usen constelaciones BPSK o QAM cuadradas. En principio se emplean M constelaciones cuadradas QAM, empezando por la 4-QAM, con tamaños $R^{(r)} = 4^{r+1}$ $\{r = 0, \dots, M - 1\}$ símbolos complejos por constelación. Típicamente $M = 4$ de forma que las constelaciones empleadas son 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM y 256-QAM. Sin embargo, en algunos casos puede ser interesante añadir una constelación BPSK, como se verá más adelante, de forma que el esquema de partida se modificaría con $M = 5$. Además de las mencionadas constelaciones, se considerará el posible bloqueo de la transmisión (NOTX).

Considérese la SNR normalizada $\Psi \doteq \gamma/\tilde{\gamma}$. Por debajo de un cierto umbral de corte Ψ_0 el canal será tan desfavorable que lo mejor será no transmitir. A medida que mejora Ψ , se optará por emplear constelaciones más densas según la región de desvanecimiento en la que se encuentre el canal. A su vez, con cada una de las M constelaciones posibles podrán emplearse L niveles posibles de potencia instantánea. Esto determina la existencia de $N \doteq M \times L$ intervalos diferentes y no solapados $[\Psi_i, \Psi_{i+1})$ en los que se empleará un determinado nivel de potencia normalizado $\sigma_i \doteq S(\gamma_i)/\bar{S}|_{i=0, \dots, N-1}$. Para simplificar la notación, se define $\Psi_N \doteq \infty$. Como se muestra en la fig. 4.1, dentro de la r -ésima región que abarca el segmento $[\Psi_{rL}, \Psi_{(r+1)L})$ se emplea el mismo tamaño de constelación $R^{(r)}$, es decir que, en cada uno de los L intervalos asociados desde el $[\Psi_{i=rL}, \Psi_{rL+1})$ hasta el $[\Psi_{i=(r+1)L-1}, \Psi_{(r+1)L})$ se utiliza un $R_i = R^{(r)}$ para $i = rL, \dots, (r+1)L - 1$. En resumen, las leyes de adaptación de los esquemas DD- I - L y DD- A - L quedan fijadas mediante el conjunto de umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}_{i=0, \dots, N-1}$ y el de niveles de potencia $\{\sigma_i\}_{i=0, \dots, N-1}$.

De acuerdo con la descripción anterior, las familias de esquemas DD- I - L y

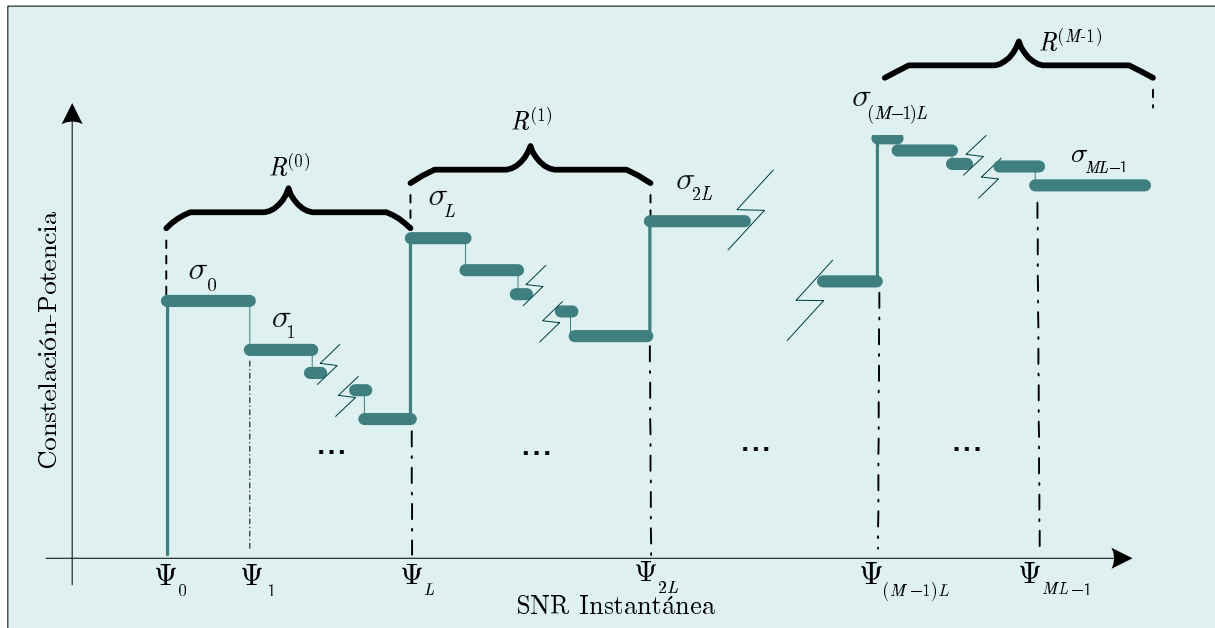


Figura 4.1: Ilustración de las leyes de adaptación constelación-potencia de los esquemas DD-I-L y DD-A-L en función de la SNR instantánea.

DD-A-L utilizan L niveles de potencia por constelación. Sin embargo, cada una emplea un tipo de restricción diferente en la BER que, como se verá más adelante, determina diferencias significativas en sus prestaciones.

Los dos conjuntos de parámetros de cada esquema, umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}_{i=0,\dots,N-1}$ y niveles de potencia $\{\sigma_i\}_{i=0,\dots,N-1}$, se diseñan para maximizar la eficiencia espectral con unos valores concretos de BER_T , $\tilde{\gamma}$ y m . Dicho procedimiento de optimización se describe en las secciones 4.2.2 y 4.2.3, y sus resultados se condensan en las tablas mostradas en los apéndices 4-A y 4-B.

Desde el punto de vista del funcionamiento del sistema (véase la fig. 2.4), para una BER_T dada, el receptor estima los parámetros del canal a escala media $\tilde{\gamma}$ y m , y a partir de estos valores selecciona los conjuntos de parámetros óptimos prediseñados $\{\Psi_i\}_{i=0,\dots,N-1}$ y $\{\sigma_i\}_{i=0,\dots,N-1}$. Finalmente, la estimación de la SNR instantánea γ permite decidir la constelación y potencia concreta que debe emplearse a escala de invarianza.

4.2.2 Optimización del Esquema DD-*I-L*

Planteamiento Formal del Problema

La función a optimizar es la eficiencia espectral a escala media $\tilde{\nu}$ que, tanto para el esquema DD-*I-L* como para el DD-*A-L*, se puede calcular a partir de los umbrales de conmutación normalizados

$$\tilde{\nu} = E \llbracket R(\gamma) \rrbracket = \sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \quad (4.1)$$

donde la PDF de la SNR instantánea normalizada $p_{\Psi}(\Psi)$ se obtiene de forma inmediata para desvanecimiento Nakagami- m a partir de (2.28) resultando

$$p_{\Psi}(\Psi) = \frac{m^m}{\Gamma(m)} \Psi^{m-1} \exp(-m\Psi) \quad (4.2)$$

El conjunto de umbrales debe estar ordenado de forma creciente, es decir que $\forall i \rightarrow \Psi_{i+1} \geq \Psi_i$.

Por otra parte, el esquema DD-*I-L* impondrá unas restricciones similares a las del esquema CC-*I* pero en versión discreta (véase (3.1)). En primer lugar la potencia a escala media debe mantenerse igual al valor nominal \bar{S} con lo que

$$E \llbracket S(\gamma)/\bar{S} \rrbracket = \sum_{i=0}^{N-1} \sigma_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 1 \quad (4.3)$$

En el esquema DD-*I-L*, el conjunto de niveles de potencia $\{\sigma_i\}$ está unívocamente determinado a partir del conjunto de umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}$ debido a la restricción impuesta en la BER, de forma que a partir de (2.33) se obtiene

$$\sigma_i = S(\gamma_i)/\bar{S} = \frac{b_i}{\Psi_i} \quad \text{con } b_i \doteq \frac{5}{8} \frac{K_T}{\tilde{\gamma}} (2^{R_i} - 1) \quad (4.4)$$

Obsérvese que los b_i dependen de BER_T , $\tilde{\gamma}$ y del tamaño de la constelación empleado en cada intervalo $[\Psi_i, \Psi_{i+1})$. Substituyendo esta relación en (4.3), la restricción de potencia queda finalmente como

$$\sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 1 \quad (4.5)$$

En resumen, desde un punto de vista matemático, el problema a resolver es optimizar una función no lineal multidimensional con restricciones

no lineales, donde las variables a optimizar son el conjunto de umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}$.

Esquema DD-I-L

$$\begin{aligned} \text{Maximizar la función } \Rightarrow \tilde{\nu}(\Psi_0, \dots, \Psi_{N-1}) &= \sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \quad \text{sujeta a} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Restricciones:} \\ -1 + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 0 \quad (\text{Potencia media constante}) \\ \Psi_{i+1} - \Psi_i \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, N-1 \quad (\text{Ordenación de los umbrales}) \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4.6)$$

La resolución analítica del problema planteado comienza por buscar extremos de la función objetivo. Se supondrá que las desigualdades asociadas a los umbrales están inactivas, o lo que es lo mismo $\forall i \rightarrow \Psi_{i+1} > \Psi_i$, hipótesis que deberá verificarse posteriormente. Por ello, sólo se considerará inicialmente la restricción asociada a la potencia media. La función de Lagrange asociada sería [Gil89]

$$\mathcal{L}(\Psi_0, \dots, \Psi_{N-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi + \lambda \left(-1 + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \right) \quad (4.7)$$

donde λ es el correspondiente multiplicador de Lagrange.

La solución que maximiza la eficiencia espectral debe cumplir

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_0} = 0 \Rightarrow R_0 + \lambda \left(\frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_0}{\Psi_0} \frac{\int_{\Psi_0}^{\Psi_1} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_0 p_{\Psi}(\Psi_0)} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_1} = 0 \Rightarrow R_1 - R_0 + \lambda \left(\frac{b_1}{\Psi_1} - \frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_1}{\Psi_1} \frac{\int_{\Psi_1}^{\Psi_2} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_1 p_{\Psi}(\Psi_1)} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_i} = 0 \Rightarrow R_i - R_{i-1} + \lambda \left(\frac{b_i}{\Psi_i} - \frac{b_{i-1}}{\Psi_{i-1}} \right) + \lambda \frac{b_i}{\Psi_i} \frac{\int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_i p_{\Psi}(\Psi_i)} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_{N-1}} = 0 \Rightarrow R_{N-1} - R_{N-2} + \lambda \left(\frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} - \frac{b_{N-2}}{\Psi_{N-2}} \right) + \lambda \frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} \frac{\int_{\Psi_{N-1}}^{\infty} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_{N-1} p_{\Psi}(\Psi_{N-1})} = 0 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Particularizando para desvanecimiento Nakagami- m , según lo cual $p_\Psi(\Psi)$ viene dada por (4.2), y considerando de nuevo la función gamma incompleta definida en (3.13) el sistema de $N + 1$ ecuaciones no lineales a resolver es

$$\left\{ \begin{array}{l} R_0 + \lambda \left(\frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_0}{\Psi_0} \frac{\Gamma(m, m\Psi_0) - \Gamma(m, m\Psi_1)}{m^m \Psi_0^m \exp(-m\Psi_0)} = 0 \\ R_1 - R_0 + \lambda \left(\frac{b_1}{\Psi_1} - \frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_1}{\Psi_1} \frac{\Gamma(m, m\Psi_1) - \Gamma(m, m\Psi_2)}{m^m \Psi_1^m \exp(-m\Psi_1)} = 0 \\ \vdots \\ R_i - R_{i-1} + \lambda \left(\frac{b_i}{\Psi_i} - \frac{b_{i-1}}{\Psi_{i-1}} \right) + \lambda \frac{b_i}{\Psi_i} \frac{\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1})}{m^m \Psi_i^m \exp(-m\Psi_i)} = 0 \\ \vdots \\ R_{N-1} - R_{N-2} + \lambda \left(\frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} - \frac{b_{N-2}}{\Psi_{N-2}} \right) + \lambda \frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} \frac{\Gamma(m, m\Psi_{N-1})}{m^m \Psi_{N-1}^m \exp(-m\Psi_{N-1})} = 0 \\ -1 + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} (\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1})) = 0 \end{array} \right. \quad (4.9)$$

donde se incluye la restricción de potencia media. La razón es que además de los N umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}$ hay que determinar el valor del multiplicador de Lagrange λ , resultando un total de $N + 1$ incógnitas.

Puesto que no ha sido posible encontrar una solución analítica exacta al sistema de ecuaciones (4.9), ni siquiera para $m = 1$, se ha optado por resolver el problema de optimización con el apoyo técnicas numéricas [Gil89]. La estrategia de resolución numérica se divide en dos pasos: primero se obtendrá una solución inicial al sistema de ecuaciones (4.9) y, posteriormente, esta primera aproximación se refinará mediante optimización numérica. El éxito de dichas técnicas depende en gran medida de la bondad de la solución inicial empleada, sobre todo cuando, como ocurre en este caso, el número de variables de optimización puede ser relativamente elevado. Por ejemplo, cuando se emplean $L = 4$ niveles por constelación y $M = 4$ constelaciones el número de umbrales $\{\Psi_i\}$ es de $N = M \times L = 16$.

Solución Inicial

Para el caso $L = 1$, es decir un sólo nivel de potencia por constelación, la solución obtenida en [Gol97] para un esquema tipo DC-I puede ser una buena

solución inicial para el esquema DD-I-1. Realmente la única diferencia es que en el DC-I existe una variación de potencia continua y en el DD-I-1 el nivel de potencia se mantiene constante en cada constelación empleada.

Cuando $L > 1$, el sistema no lineal de $N + 1$ ecuaciones y $N + 1$ incógnitas dado en (4.9) puede reducirse a una sola ecuación no lineal y una sola incógnita siempre que se asuman las siguientes aproximaciones:

- I) Los umbrales $\{\Psi_i\}$ están relativamente próximos entre sí de forma que es posible realizar la siguiente simplificación (aproximación de la integral mediante el área de un rectángulo)

$$\int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \simeq (\Psi_{i+1} - \Psi_i) p_{\Psi}(\Psi_i) \quad (4.10)$$

- II) El último umbral γ_{N-1} está muy por encima de la SNR media $\tilde{\gamma}$, es decir $\Psi_{N-1} \gg 1$.

Comencemos por definir el conjunto de distancias relativas entre umbrales de conmutación $\{\Delta_i\}$ de la siguiente forma

$$\Delta_i \doteq \frac{\Psi_{i+1}}{\Psi_i} \quad i = 0, \dots, N-2 \quad (4.11)$$

donde por simplicidad en la notación se supone que $\Delta_{N-1} \doteq \Delta_{N-2}$.

En el apéndice 4-C se demuestra que, con las dos aproximaciones anteriores y para $L > 1$, es posible transformar el sistema de $N + 1$ ecuaciones (4.8) con incógnitas $\{\Psi_i\}$ y λ en otro con incógnitas $\{\Delta_i\}$ y Ψ_0 . Además, este nuevo sistema de ecuaciones se puede reducir a una única ecuación no lineal $\mathcal{F}_{inicial}(x) = 0$ con sólo una incógnita $x = \Delta_0$ que representa la distancia relativa entre los dos primeros umbrales

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{inicial}(x) = & -\frac{\tilde{\gamma}\Gamma(m)}{m^m\Psi_0^{m-1}(x)} + b_0(\Delta_0(x) - 1)\exp(-m\Psi_0(x)) \\ & + \sum_{i=1}^{N-1} b_i(\Delta_i(x) - 1) \left(\prod_{j=0}^{i-1} \Delta_j(x) \right) \exp(-m\Psi_0(x) \prod_{j=0}^{i-1} \Delta_j(x)) = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde $\{\Delta_i(x)\}$ y $\Psi_0(x)$ son funciones de x dadas por

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_0(x) = x \\ \Delta_1(x) = \Delta_0(x) \left(x \frac{b_0 R_1 - R_0}{b_1 R_0} \Delta_0(x) + \frac{b_0}{b_1} \right) \\ \vdots \\ \Delta_i(x) = \Delta_{i-1}(x) \left(x \frac{b_0 R_i - R_{i-1}}{b_i R_0} \prod_{j=0}^{i-2} \Delta_j(x) + \frac{b_{i-1}}{b_i} \right) \\ \vdots \\ \Delta_{N-2}(x) = \Delta_{N-3}(x) \left(x \frac{b_0 R_{N-2} - R_{N-3}}{b_{N-2} R_0} \prod_{j=0}^{N-4} \Delta_j(x) + \frac{b_{N-3}}{b_{N-2}} \right) \\ \Delta_{N-1}(x) = \Delta_{N-2}(x) \\ \Psi_0(x) = \frac{(1 + (m-1)(\Delta_{N-2}(x) - 1))^{1/m}}{m^{1/m} (\Delta_{N-2}(x) - 1)^{1/m} \prod_{j=0}^{N-2} \Delta_j(x)} \end{array} \right. \quad (4.13)$$

La solución de (4.12) es relativamente directa mediante técnicas numéricas básicas como el algoritmo de bisección [Bur85, pág. 40], pudiendo incluso buscarse la solución de forma gráfica. Lo único que resta es encontrar un valor inicial $x^{(0)}$ apropiado para x . Una posibilidad es suponer que todos los umbrales están equiespaciados logarítmicamente, $\forall i \rightarrow \{\Delta_i(x)\} = K_\Delta$, y que la distancia relativa entre los umbrales que conmutan de constelación QAM cuadrada es aproximadamente +6 dB, tal y como se asume en [Gol97] para un esquema DC-I comparable a los aquí analizados. Según lo anterior

$$\frac{\Psi_{N-1}}{\Psi_0} \simeq K_\Delta^{N-1} = 4^{M-1} \Rightarrow x^{(0)} = \Delta_0^{(0)} = K_\Delta = 4^{(M-1)/(ML-1)} \quad (4.14)$$

En resumen, la solución inicial al esquema DD-I-L para $L > 1$ se obtendría buscando un cero de la función $\mathcal{F}_{inicial}(x)$ alrededor del valor inicial dado en (4.14). Una vez determinado dicho valor de x , el conjunto de umbrales $\{\Psi_i\}_{inicial}$ de la solución inicial se obtienen usando primero (4.13) y finalmente (4.11).

Optimización Numérica

Partiendo de un conjunto de umbrales $\{\Psi_i\}_{inicial}$ próximos a los óptimos es posible llevar a cabo con éxito la optimización numérica del planteamiento expresado formalmente en (4.6). Tal proceso se ha realizado mediante el método SQP (*Sequential Quadratic Programming*) [Gil89] que se implementa en el paquete de optimización de MATLAB^T [Mat00].

Los resultados numéricos demuestran que para $m = 1$ la solución inicial está muy próxima a la solución final optimizada, lo que significa que las aproximaciones de partida para obtener esta primera se cumplen razonablemente, tanto más cuanto más densidad de umbrales exista ($N \gg 1$). Para valores de m elevados la solución inicial está más lejos de la final ya que la PDF de la SNR instantánea Ψ adquiere forma de campana muy estrecha. En este caso, la forma de conseguir una convergencia rápida y que el algoritmo no se estanque en un mínimo local es usar la solución final con $m = 1$ como valor de partida para el problema con un m ligeramente incrementado en Δm , repitiendo iterativamente el proceso hasta llegar a los valores de m elevados. Con este mismo procedimiento puede obtenerse la solución para $BER_T = 10^{-2}$ a partir de la solución para $BER_T = 10^{-4}$.

El conjunto de umbrales optimizados numéricamente para los esquemas DD-I-L con $M = 4$ y $L = 1, 2, 4$, en función de la SNR media $\tilde{\gamma}$ (dB) para $m = 1, 4$ y $BER_T = 10^{-2}, 10^{-4}$ se muestran en las correspondientes tablas del apéndice 4-A. De estas tablas se puede comprobar la veracidad de la hipótesis realizada acerca de que las desigualdades en el planteamiento (4.6) están inactivas. En algunos casos los umbrales de conmutación aparecen muy próximos entre sí, especialmente en regiones de la SNR con baja probabilidad donde la falta de precisión numérica impide conocer con exactitud la posición de los umbrales de conmutación. Esta incertidumbre en el valor de algunos umbrales de conmutación no es preocupante puesto que su contribución a la eficiencia espectral alcanzada es irrelevante. Finalmente, queda para la sección 4.3 comprobar que con las soluciones numéricas encontradas se alcanza una eficiencia espectral próxima a la del esquema continuo CC-I.

Como ejemplo, en la fig. 4.2 se muestra de forma gráfica la solución finalmente encontrada para el esquema DD-I-4 con $BER_T = 10^{-4}$ y $m = 4$. Por un lado, en el eje de ordenadas de la derecha y con una línea, se muestra la asignación de potencia instantánea $\{\sigma_i\}$ en los intervalos de conmutación asociados a los umbrales $\{\Psi_i\}$. En cambio en el eje de ordenadas de la izquierda y me-

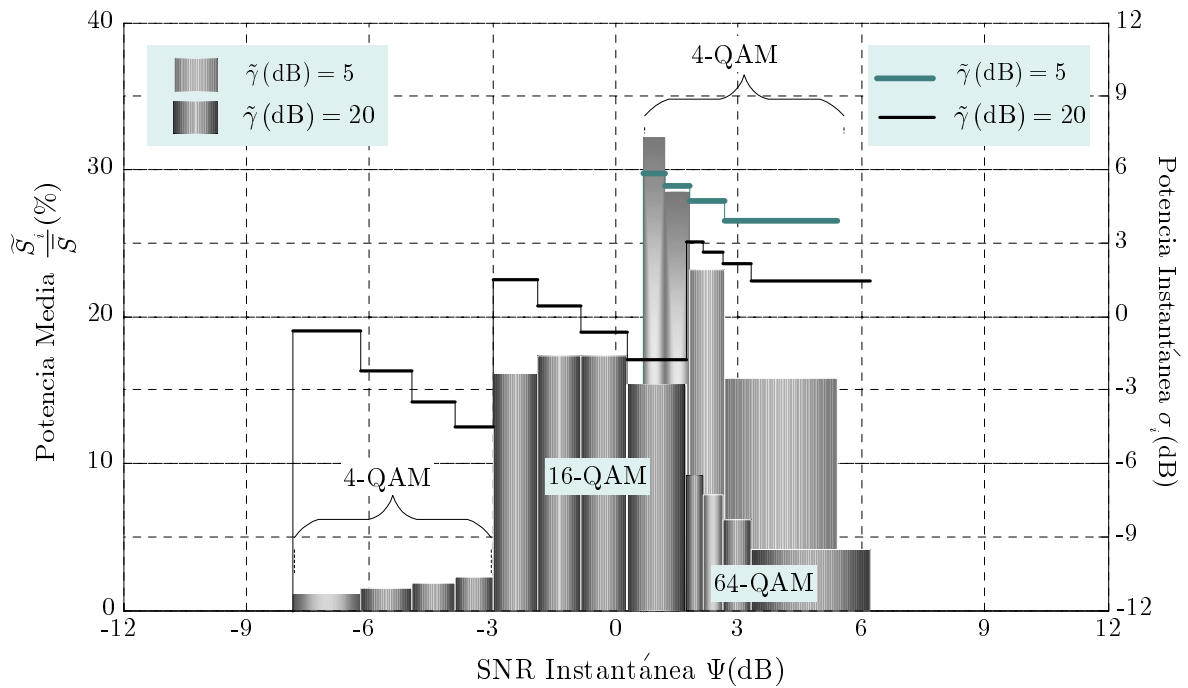


Figura 4.2: Ejemplo de los valores finales encontrados para los umbrales de conmutación y niveles de potencia del esquema DD-I-4 con $M = 4$, $BER_T = 10^{-4}$ y $m = 4$. En el eje de abscisas se sitúan los umbrales de conmutación, en el eje de ordenadas de la izquierda los niveles de potencia a escala media en cada intervalo de SNR instantánea y en el eje de la derecha los niveles de potencia instantánea.

diante una barra se presenta el porcentaje de potencia sobre el total \bar{S} que se transmite en un determinado intervalo a escala media. Sólo se han representado los intervalos en los que se asigna al menos un 1% de la potencia total. Cuando el canal es desfavorable, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 5$, sólo se emplean de forma efectiva los cuatro intervalos asociados a 4-QAM y la SNR de corte Ψ_0 es relativamente alta estando aproximadamente 1 dB por encima de la SNR media. Sin embargo, cuando el canal es favorable, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 20$, se emplea de forma efectiva hasta la 64-QAM, aunque la mayor parte del tiempo lo que se transmite en este caso es 16-QAM. Además casi siempre hay transmisión y la SNR de corte es muy baja, casi 8 dB por debajo de la media. Obsérvese que la solución óptima tiende a asignar más potencia instantánea para las constelaciones más densas, aunque dentro de la misma constelación si Ψ mejora se economiza potencia. Esta ley de potencia instantánea es similar a la observada en otros esquemas discretos o semi-discretos [Chu01]-[Kos00].

4.2.3 Optimización del Esquema DD-A-L

Planteamiento Formal del Problema

La diferencia con el esquema DD-I-L es que en este caso hay que añadir una restricción asociada a la BER promedio, además de que el conjunto de variables a optimizar es doble: umbrales de conmutación $\{\Psi_i\}$ y niveles de potencia $\{\sigma_i\}$.

La restricción tipo A-BER dada en (3.2) queda de la siguiente forma para el esquema completamente discreto

$$\sum_{i=1}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} (1 - C_T \exp(-\sigma_i f_i \Psi)) p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 0 \quad (4.15)$$

con $C_T \doteq (5BER_T)^{-1}$ y $f_i \doteq \left(\frac{5}{8\tilde{\gamma}} (2^{R_i} - 1) \right)^{-1}$.

Por lo tanto el problema de optimización queda expresado como

Esquema DD-A-L

Maximizar la función $\Rightarrow \tilde{\nu}(\Psi_0, \dots, \Psi_{N-1}, \sigma_0, \dots, \sigma_{N-1}) = \sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi$ con

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Restricciones:} \\ -1 + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 0 \quad (\text{Potencia media constante}) \\ \sum_{i=1}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} (1 - C_T \exp(-\sigma_i f_i \Psi)) p_{\Psi}(\Psi) d\Psi = 0 \quad (\text{BER media constante}) \\ \Psi_{i+1} - \Psi_i \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, N-1 \quad (\text{Ordenación de los umbrales}) \end{array} \right.$$

(4.16)

Suponiendo de nuevo que las desigualdades asociadas a los umbrales están inactivas, y dada la función de Lagrange del problema,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\Psi_0, \dots, \Psi_{N-1}, \sigma_0, \dots, \sigma_{N-1}) = & \sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi + \lambda_1 \left(-1 + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{b_i}{\Psi_i} \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \right) \\ & + \lambda_2 \left(\sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} (1 - C_T \exp(-\Psi \sigma_i f_i)) p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \right) \end{aligned}$$

(4.17)

la solución óptima debe verificar que $\forall i \rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_i} = 0, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma_i} = 0$. En este caso, al tener dos restricciones, hay que determinar dos multiplicadores de Lagrange λ_1 y λ_2 . De nuevo, no se ha encontrado una solución analítica exacta al sistema de ecuaciones no lineales resultante por lo que se resolverá el problema con ayuda de técnicas numéricas. La estrategia es parecida al caso anterior: primero se obtiene una solución inicial y posteriormente se refina dicha solución mediante optimización numérica.

Solución Inicial

Para este esquema puede obtenerse una buena solución inicial si se parte de la solución final encontrada para su esquema DD-I-L equivalente. Los umbrales de conmutación óptimos $\{\Psi_i\}$ del esquema DD-A-L se pueden aproximar por los finalmente obtenidos tras el proceso de optimización numérica para el esquema DD-I-L. A partir de ellos se pueden obtener un conjunto de niveles de potencia $\{\sigma_i\}$ próximo al óptimo.

En efecto, considerando la función de Lagrange en (4.17), el conjunto de niveles de potencia óptimo debe cumplir

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma_i} &= \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} (\lambda_1 + \lambda_2 R_i C_T f_i \Psi \exp(-\sigma_i f_i \Psi)) p_{\Psi}(\Psi) d\Psi \\ &\simeq (\Psi_{i+1} - \Psi_i) (\lambda_1 + \lambda_2 R_i C_T f_i \Psi_i \exp(-\sigma_i f_i \Psi_i)) = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Recordando que se supone que los umbrales consecutivos no pueden coincidir y despejando σ_i se obtiene que

$$\sigma_i = \frac{\beta + \log(R_i C_T f_i \Psi_i)}{\Psi_i f_i} \quad (4.19)$$

con $\beta = -\lambda_2/\lambda_1$. El valor de β puede obtenerse substituyendo (4.19) en la restricción de potencia de (4.16). Particularizando además para desvanecimiento Nakagami- m resulta

$$\beta = \frac{1 - \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\log(R_i C_T f_i \Psi_i) (\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1}))}{\Gamma(m) f_i \Psi_i}}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1})}{\Gamma(m) f_i \Psi_i}} \quad (4.20)$$

Como conclusión se puede decir que el conjunto de umbrales finalmente obtenidos para el esquema DD-I-L permite obtener un conjunto de umbrales próxi-

mos al óptimo $\{\Psi_i\}_{inicial}$ para el esquema DD- $A-L$. A continuación, con estos umbrales y las ecuaciones (4.19) y (4.20) se puede obtener un conjunto de niveles de potencia cerca del óptimo $\{\sigma_i\}_{inicial}$.

Optimización Numérica

Partiendo de la solución inicial formada por el conjunto de umbrales y niveles de potencia $\{\Psi_i\}_{inicial}$ y $\{\sigma_i\}_{inicial}$ anteriormente obtenidos, es posible llevar a cabo con éxito la optimización numérica del planteamiento expresado formalmente en (4.16). Tal proceso se puede realizar con el método SQP de optimización numérica de forma similar a como se hizo para el esquema DD- $I-L$.

De nuevo, los resultados numéricos demuestran que para $m = 1$ la solución aproximada está muy cerca del óptimo y la convergencia es rápida. Para otros valores de m , también la forma más rápida de llegar a la solución óptima es usar como solución inicial la solución final del mismo problema con un m ligeramente menor. Este mismo procedimiento también puede ser usado para encontrar soluciones al mismo problema con diferentes BER objetivo BER_T .

El conjunto de umbrales optimizados numéricamente para los esquemas DD- $A-L$ con $M = 4$ y $L = 1, 2, 4$, en función de la SNR media $\tilde{\gamma}$ (dB) para $m = 1, 4$ y $BER_T = 10^{-2}, 10^{-4}$ se muestran en las tablas del apéndice 4-B. También se puede verificar la hipótesis realizada acerca de que las desigualdades en el planteamiento (4.16) están inactivas, quedando para la próxima sección comprobar la bondad de las soluciones numéricas finalmente encontradas.

4.3 Prestaciones

Una vez completado el proceso de optimización, se procede a analizar las magnitudes más relevantes que describen las prestaciones de los esquemas propuestos. En los resultados que siguen, además de las fórmulas analíticas, se muestran los obtenidos mediante simulación semianalítica. Este procedimiento consiste en la generación por ordenador de una realización de la envolvente Nakagami- m , y en el posterior cálculo de las diferentes magnitudes del sistema mediante promedios temporales.

El proceso de generación de la envolvente compleja Nakagami- m se describe brevemente a continuación, pudiéndose encontrar un desarrollo completo en [Bea01]. Se parte de la envolvente compleja Rayleigh que posee una PDF de amplitud de tipo Rayleigh y una PDF de fase de tipo uniforme. Para la generación de la envolvente Rayleigh se ha empleado el simulador descrito en [Rui94] y [Agu01, Anexo]. El coeficiente de correlación del canal resultante es $\rho = J_0^2(2\pi f_D \tau)$, tal y como se describió en la sección 2.2.1. Una vez generada la envolvente Rayleigh, la técnica presentada en [Bea01] transforma la PDF Rayleigh en una PDF Nakagami- m , con el valor de m que se desee, mediante una transformación no lineal de variable aleatoria. Además, dicha transformación preserva el mismo coeficiente de correlación de la envolvente Rayleigh original. La fase de la envolvente Nakagami- m también se asume uniformemente distribuida.

En las secciones que siguen se analizarán a escala media, además de la eficiencia espectral y probabilidad de bloqueo, la BER alcanzada y la información de señalización requerida por los esquemas discretos propuestos DD- $I-L$ y DD- $A-L$. Las prestaciones de los esquemas propuestos se comparan con las de los esquemas de variación continua CC- I y CC- A analizados en el capítulo 2. Conviene recordar en este punto que ambos esquemas alcanzaban prácticamente la misma eficiencia espectral.

4.3.1 Eficiencia Espectral

Para el desvanecimiento Nakagami- m la eficiencia espectral a escala media de los esquemas DD- $I-L$ y DD- $A-L$ se obtiene introduciendo (4.2) en (4.1)

$$\tilde{\nu} = \sum_{i=0}^{N-1} R_i \frac{\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1})}{\Gamma(m)} \quad (4.21)$$

La eficiencia espectral depende de las características a escala media del canal, m y $\tilde{\gamma}$, a través de los umbrales de conmutación. También $\tilde{\nu}$ depende de los parámetros del esquema, explícitamente de $\{R_i\}$ y N , e implícitamente de L y BER_T de nuevo a través de los umbrales de conmutación.

En el conjunto de figuras 4.3 se muestra la eficiencia espectral con el objeto de analizar la influencia tanto de los parámetros del canal como los parámetros propios del esquema. En estas figuras se muestra la eficiencia espectral para el caso de desvanecimiento Rayleigh ($m = 1$) y Nakagami- m con $m = 4$, a la vez que para dos BER objetivo diferentes 10^{-2} y 10^{-4} . En todos los casos se supone que $M = 4$ (4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM y NOTX) y un número L de niveles de potencia por constelación. A los resultados analíticos se le superponen los resultados de simulación semianalítica.

En las figs. 4.3-(a) y 4.3-(b) se presentan los resultados para el esquema DD- I - L . Como era de esperar, para cualquier caso de BER_T y m , la eficiencia espectral aumenta con la SNR media $\tilde{\gamma}$ y el número de niveles de potencia L . Cuanto más se aumenta L la eficiencia espectral del esquema DD- I - L se acerca progresivamente a la del esquema de variación continua CC- I .

En la fig. 4.3-(a) puede apreciarse cómo la eficiencia espectral conseguida es sustancialmente mayor cuando se fija una $BER_T = 10^{-2}$ respecto al caso de $BER_T = 10^{-4}$. La diferencia varía aproximadamente entre un 20 – 40 % para todos los esquemas mostrados, observándose cierta saturación cuando $BER_T = 10^{-2}$ con $\tilde{\gamma}(\text{dB}) > 25$, efecto que desaparecería empleando constelaciones más densas que la 256-QAM. Exceptuando esta situación concreta, la distancia en términos de SNR media entre el esquema DD- I -4 y el CC- I es como mucho de 1 dB, mientras que el esquema DD- I -1, se encuentra a unos 3 dB. Por otra parte, en la fig. 4.3-(b) se contrastan los mismos resultados pero en este caso en función de m y con una $BER_T = 10^{-4}$ fija. Claramente, cuando existe una fuerte componente LOS ($m = 4$) la eficiencia alcanzada es superior al caso Rayleigh ($m = 1$) sobre todo para las SNR más favorables. También aquí el esquema DD- I -4 se aproxima a 1 dB o menos del CC- I en términos de SNR media.

La eficiencia espectral alcanzada por el esquema DD- A - L se presenta en las figs. 4.3-(c) y 4.3-(d). Desde un punto cualitativo, el comportamiento de tal esquema es similar al del DD- I - L previamente comentado. Sin embargo, desde un punto cuantitativo existen ciertas diferencias. Como puede observarse en ambas figuras el esquema más simple DD- A -1 dista menos de 1.5 dB en términos de SNR media del esquema continuo CC- A para el caso $BER_T = 10^{-4}$, llegando a estar a menos de 1 dB cuando se emplea una $BER_T = 10^{-2}$. El esquema más

complejo DD-A-4 siempre está a menos de 1 dB del esquema continuo CC-A.

Finalmente, la comparación entre los esquemas DD-I-L y DD-A-L se visualiza de forma directa en las figs. 4.3-(e) y 4.3-(f). Efectivamente, para el caso de $BER_T = 10^{-2}$ el esquema DD-A-1 basta para aproximarse con 1 dB a la eficiencia los esquemas continuos, mientras que cuando la restricción es del tipo I-BER se requiere un esquema más complejo DD-I-4. La causa es bien clara. Los esquemas CC-I y CC-A alcanzan la misma eficiencia espectral porque se puede decir que a ambos les 'sobran' grados de libertad. Sin embargo, los esquemas discretos están mucho más limitados, de forma que el esquema DD-I-L requiere más grados de libertad en término de niveles de potencia L para conseguir los mismos resultados que un esquema DD-A-L ya que éste se basa en una restricción tipo A-BER más flexible. Cuando nos referimos a esquemas que emplean una $BER_T = 10^{-4}$, para acercarnos a 1 dB de los esquemas continuos hacen falta compensar la mayor exigencia en la BER objetivo con un mayor número de niveles de potencia por constelación. En este caso los esquemas DD-A-2, DD-A-4 y DD-I-4 permitirían conseguirlo.

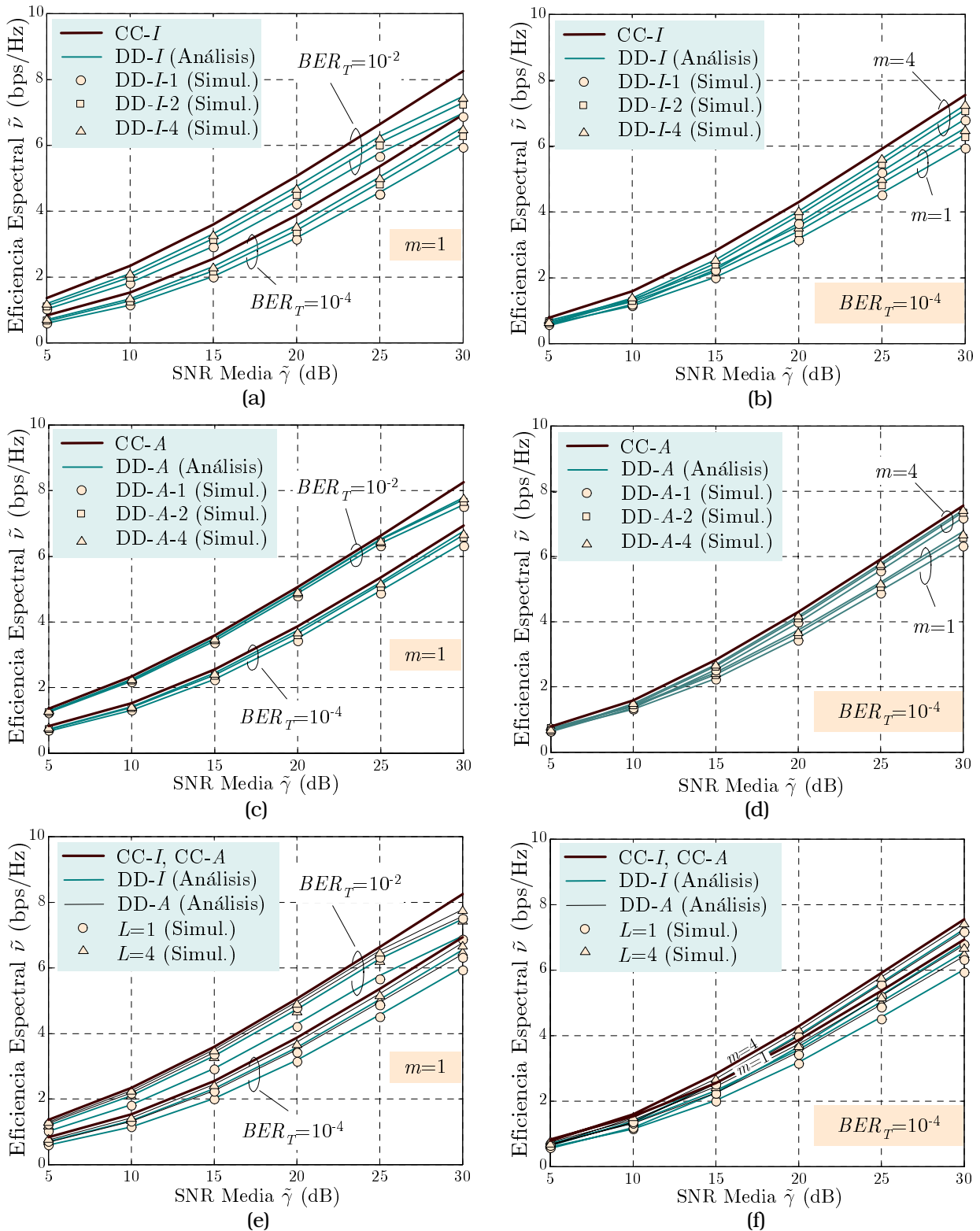


Figura 4.3: Eficiencia espectral de los esquemas DD-I- L y DD-A- L para $M = 4$. (a)-(b) Esquema DD-I- L en función de BER_T y m . (c)-(d) Esquema DD-A- L en función de BER_T y m . (e)-(f) Comparación entre ambos esquemas.

4.3.2 BER Media

La BER a escala media obtenida con los umbrales óptimos permite, por un lado comprobar el grado de ajuste de la restricción asociada en el esquema DD-*A-L* y, por otro, observar el margen que en este parámetro posee el esquema DD-*I-L*. Para ambos esquemas, la expresión analítica en versión discreta a partir de los umbrales se deriva de (2.33) y (2.34)

$$\widetilde{BER} = \frac{E \llbracket R(\gamma) BER(\gamma) \rrbracket}{E \llbracket R(\gamma) \rrbracket} = \frac{1}{5} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} \exp(-\sigma_i f_i \Psi) p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\sum_{i=0}^{N-1} R_i \int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi} \quad (4.22)$$

Esta expresión particularizada para desvanecimiento Nakagami-*m* queda como

$$\widetilde{BER} = \frac{1}{5} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} R_i \left(\frac{m}{m + \sigma_i f_i} \right)^m (\Gamma(m, (m + \sigma_i f_i) \Psi_i) - \Gamma(m, (m + \sigma_i f_i) \Psi_{i+1}))}{\sum_{i=0}^{N-1} R_i (\Gamma(m, m \Psi_i) - \Gamma(m, m \Psi_{i+1}))} \quad (4.23)$$

con los f_i tal y como se definieron en la sección 4.2.3.

La BER media se representa gráficamente en el conjunto de figs. 4.4 de forma análoga a como se hizo con la eficiencia espectral. La BER media es especialmente sensible a la aproximación para la BER instantánea, dada en (2.33), asumida en todo el análisis de este capítulo y en las simulaciones semianalíticas. Por ello, en las figuras que siguen también se muestran los resultados de la simulación completa del sistema para el caso $L = 1$. Como es de esperar, los resultados de la simulación completa son sensiblemente mejores que los obtenidos mediante la expresión (4.23) y las simulaciones semianalíticas, ya que la aproximación para la BER instantánea (2.33) es una cota superior a otras fórmulas más exactas [Pro95, pág. 280], [Chu01].

En las figs. 4.4-(a) y 4.4-(b) se muestra como los esquemas DD-*I-L* consiguen que la BER a escala media sea ligeramente menor que la BER objetivo, ya que la restricción impuesta en este tipo de esquemas se establece a escala de invarianza. En cualquier caso, la diferencia en la BER media para diferentes valores de L es relativamente pequeña. Por otra parte, en las figs. 4.4-(c) y 4.4-(d) se comprueba el ajuste a la BER objetivo en los esquemas DD-*A-L*. A la vista de estos resultados puede decirse que el margen de mejora de los esquemas DD-*I-L* respecto a los DD-*A-L* en términos de BER se consigue a costa de cierto sacrificio de eficiencia espectral, tal como se observó en la sección anterior (véase el conjunto de figs. 4.3).

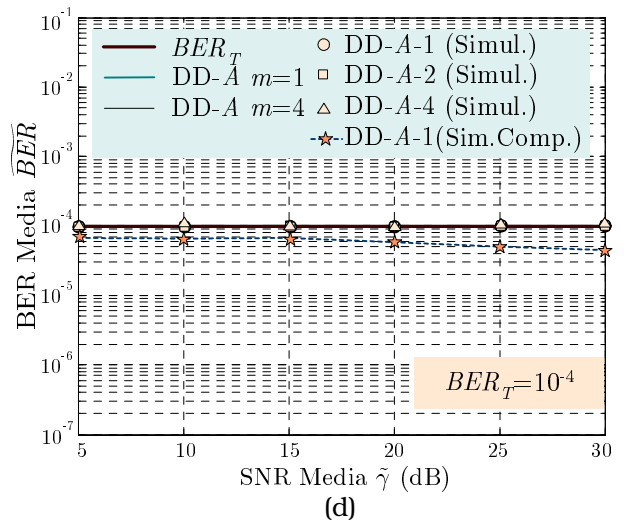
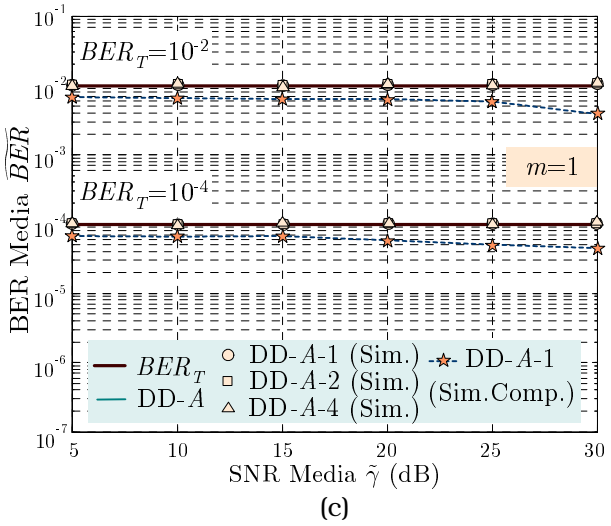
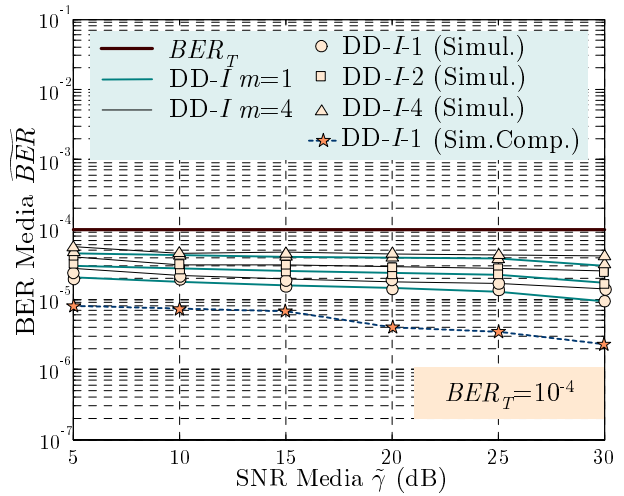
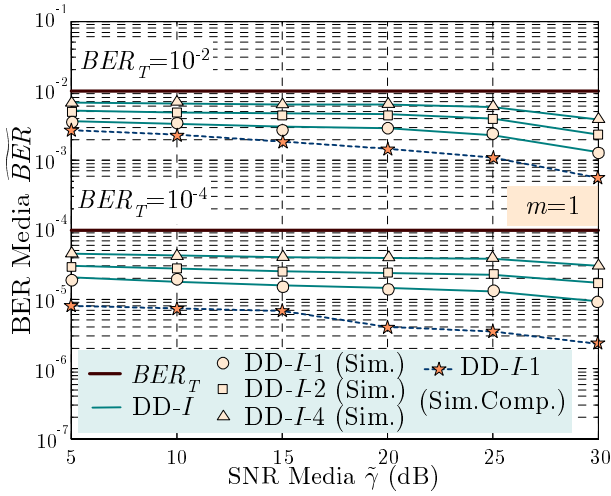


Figura 4.4: BER media de los esquemas DD-I-L y DD-A-L para $M = 4$. (a)-(b) Esquema DD-I-L en función de BER_T y m . (c)-(d) Esquema DD-A-L en función de BER_T y m .

4.3.3 Información de Señalización

En todos los esquemas AQAM analizados es necesario transmitir información sobre la constelación y potencia decididas hacia el transmisor, para poder realizar allí el cambio de la modulación. Un aspecto relevante de los esquemas DD- $I-L$ y DD- $A-L$ es que, debido a su estructura completamente discreta, son directamente implementables en un sistema real con capacidad limitada para transmitir información de señalización.

El objetivo de esta sección es doble. Por un lado, obtener una magnitud que permita dimensionar el canal de señalización asociado a un sistema con un esquema DD- $I-L$ o DD- $A-L$. Por otro lado, cuantificar el efecto del aumento del número de niveles de potencia por constelación L en el aumento de la información de señalización. Conviene observar que, en relación con la eficiencia espectral, probabilidad de bloqueo y BER media, aumentar L siempre supone una mejora de prestaciones, en cambio, el coste será obviamente una mayor cantidad de información asociada al incrementarse el número de umbrales de conmutación constelación-potencia.

En [Par01b] se obtiene una fórmula muy simple que permite obtener un orden de magnitud de la información de señalización requerida, así como el incremento asociado al aumento de L . La fórmula se fundamenta en contabilizar el número de cruces por los umbrales de conmutación constelación-potencia. Ésta proporciona un valor demasiado optimista ya que no considera la información asociada a la distribución temporal de dichos cruces. A continuación se obtiene una fórmula más realista para la información de señalización.

Considérese un modelo de canal de señalización en el que se envía periódicamente un mensaje desde el receptor al transmisor indicando la combinación constelación-potencia actual. El intervalo de señalización abarcaría un periodo de QT_S segundos, donde Q es el número de símbolos que abarca una trama de señalización. En los sistemas duplex tales tramas podrían agrupar la información de señalización en un sentido junto con los datos transmitidos en sentido contrario.

Sobre el canal de señalización se hará la siguiente hipótesis:

- I) En un intervalo de señalización QT_S podrá haber como máximo un cruce por algún umbral constelación-potencia. Esta hipótesis sólo se cumplirá si el canal varía relativamente poco dentro de dicho intervalo.

El valor apropiado de Q es consecuencia de un claro compromiso, debe ser lo menor posible para que el algoritmo de adaptación experimente el mínimo retardo y lo mayor posible para minimizar el flujo binario de señalización. Se supondrá que el sistema envía un mensaje '+1' si se ha cruzado un umbral en sentido creciente en el intervalo de señalización precedente, un mensaje '0' si no hay cruce y un mensaje '-1' si hubo cruce en sentido decreciente. En consecuencia, el retardo de señalización es como mínimo QT_S .

La probabilidad de cruzar un umbral es la misma tanto en sentido creciente como decreciente, ya que el proceso envolvente del canal $\alpha(t)$ se considera estacionario. A partir de esta consideración y de la hipótesis I, la probabilidad de cruzar el umbral Ψ_i en sentido creciente se calcularía a escala media como [Pap91, pág. 605]

$$\Pr_i^+(QT_S) = QT_S \cdot LCR_i^+ = QT_S \cdot p_\Psi(\Psi) \cdot E \left[\left| \frac{d\alpha(t)}{dt} \right| \mid \alpha(t) = \alpha_i \right] \quad (4.24)$$

donde LCR_i^+ es la Tasa Media de Cruces (LCR, *Level Crossing Rate*) por el umbral i -ésimo en sentido ascendente y $\alpha_i = \sqrt{\Omega\Psi_i}$ el umbral i -ésimo en términos de la envolvente del canal. La probabilidad de enviar, en un intervalo de duración QT_S , cada uno de los tres tipos de mensajes es la siguiente

$$\begin{cases} \Pr(+1) = \sum_{i=0}^{N-1} \Pr_i^+(QT_S) = QT_S \sum_{i=0}^{N-1} LCR_i^+ \\ \Pr(-1) = \Pr(+1) \\ \Pr(0) = 1 - 2\Pr(+1) = 1 - 2QT_S \sum_{i=0}^{N-1} LCR_i^+ \end{cases} \quad (4.25)$$

A partir de estas probabilidades, la información de señalización (bits/segundo o bps) se obtiene mediante la función entropía como [Pap91, pág. 534]

$$\frac{H(QT_S)}{QT_S} = \frac{1}{QT_S} (-2\Pr(+1)\log_2(\Pr(+1)) - (1 - 2\Pr(+1))\log_2(1 - 2\Pr(+1))) \quad (4.26)$$

Introduciendo (4.25) en (4.26) y considerando la expresión para el LCR en el desvanecimiento Nakagami- m dada en [Yac99] se llega a la información de señalización normalizada a la frecuencia Doppler (bps/Hz)

$$\tilde{I}_Z \doteq \frac{H(QT_S)}{f_D \cdot QT_S} = -N_Z \log_2 \left(\frac{N_Z T_Z}{2} \right) - \left(\frac{1}{T_Z} - N_Z \right) \log_2 (1 - N_Z T_Z) \quad (4.27)$$

que depende de $N_Z \doteq 2\sqrt{2\pi}/\Gamma(m)m^{m-1/2} \sum_{i=0}^{N-1} \Psi_i^{m-1/2} \exp(-m\Psi_i)$ y también del intervalo de señalización normalizado $T_Z \doteq f_D \cdot QT_S$. El parámetro N_Z representa el

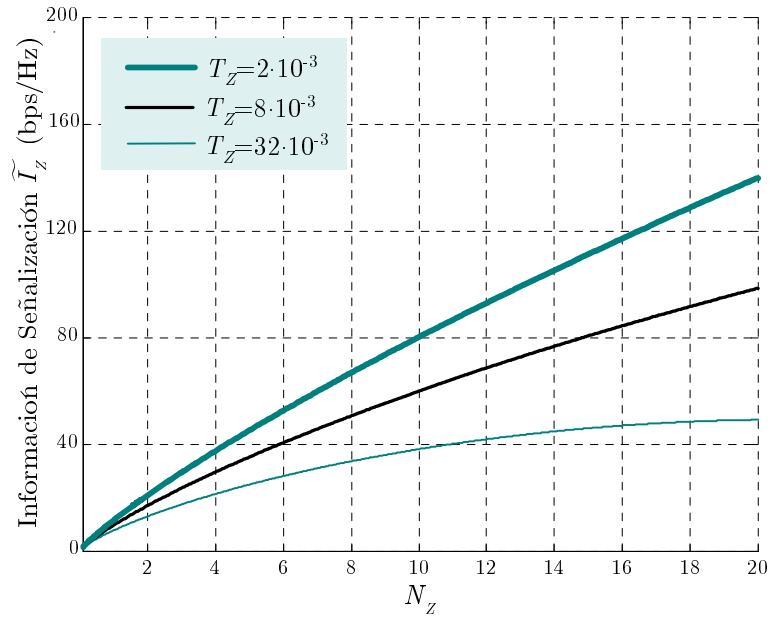


Figura 4.5: Variación de la información de señalización normalizada en función del número medio de cruces total por unidad de tiempo normalizado N_Z y del intervalo de señalización normalizado T_Z .

número medio de cruces total (tanto en sentido ascendente como descendente) por unidad de tiempo normalizado a la frecuencia Doppler y depende básicamente del número N de umbrales constelación-potencia.

La validez de la fórmula (4.27) está sujeta al cumplimiento de la hipótesis I. Una forma de evaluar dicho cumplimiento es comprobar que el número medio de cruces en el intervalo de señalización cumpla que $N_Z T_Z \ll 1$, con lo cual se garantiza que la probabilidad de más de un cruce en un mismo intervalo sea reducida. En la fig. 4.5 se muestra como varía la información de señalización normalizada en función de sus dos parámetros N_Z y T_Z . Tanto si aumenta N_Z como si disminuye T_Z la información siempre aumenta.

Para evaluar la sobrecarga que produce en el sistema AQAM el flujo de señalización, resulta interesante comparar la información requerida con la cantidad de datos transmitidos. Por ello, se define la 'Sobrecarga de Señalización' del sistema como

$$\tilde{\kappa} = \frac{\text{Información de Señalización (bps)}}{\text{Datos Transmitidos (bps)}} = \frac{\tilde{I}_Z \cdot f_D}{\tilde{\nu} \cdot B} \simeq f_D T_S \frac{\tilde{I}_Z}{\tilde{\nu}} \quad (4.28)$$

suponiendo que el ancho de banda del sistema $B \simeq 1/T_S$.

Los resultados analíticos que se obtienen mediante las fórmulas (4.27) y (4.28) se basan en la hipótesis I para simplificar el cálculo de las probabilidades $\Pr(+1)$, $\Pr(0)$ y $\Pr(-1)$. En el conjunto de figs. 4.6 se comparan estos resultados con los que se obtienen directamente mediante simulación. Se han empleado unos valores $Q = 16$ y $f_D T_S = 1/2000$, por tanto $T_Z = Q \cdot f_D T_S = 8 \cdot 10^{-3}$, que se corresponden con un sistema que actualiza la información de señalización cada 16 símbolos de datos y experimenta un desplazamiento Doppler considerable de 500 Hz por cada MHz de ancho de banda (equivalente a una velocidad transmisor-receptor de 175 Km/h en la banda de 3 GHz).

La información y sobrecarga de señalización para el esquema DD-*I-L* se visualiza en las figs. 4.6-(a) y 4.6-(b). En general, la información de retorno aumenta cuando el canal mejora, aumenta el número de niveles de potencia o la BER objetivo. Por otra parte, el aumento de la LOS por el incremento del parámetro m reduce la información de retorno. Conviene comentar de estas gráficas que el decrecimiento de \tilde{I}_Z para $BER_T = 10^{-2}$ y $\Gamma(\text{dB}) = 30$ es debido al mismo fenómeno de saturación comentado para la eficiencia espectral y relacionado con el máximo tamaño de constelación empleado. Además aparece cierta discrepancia entre los resultados analíticos y las simulaciones para $m = 4$ causado por la agrupación de los umbrales de conmutación óptimos que se produce en este caso, lo que compromete el cumplimiento de la hipótesis I. Sobre la información de señalización para el esquema DD-*I-L* con $T_Z = 8 \cdot 10^{-3}$ puede decirse que requiere aproximadamente un máximo de 45, 75 y 115 bps/Hz para $L = 1, 2$ y 4 respectivamente. Por otra parte, la sobrecarga de señalización siempre decrece a medida que mejora el canal y aumenta $\tilde{\gamma}$. Cuando las condiciones del canal son desfavorables la sobrecarga puede acercarse al 3% para $L = 4$ mientras que en condiciones más favorables difícilmente supera el 1.5%. Finalmente, para $L = 1$ la sobrecarga se reduce aproximadamente a la mitad del caso $L = 4$.

Los resultados para el esquema DD-*A-L* y su comparación con el esquema DD-*I-L* se muestran en las figs. 4.6-(c-f). El comportamiento cualitativo del esquema DD-*A-L* es substancialmente el mismo que el del esquema DD-*I-L*. Aunque la cantidad de información de señalización requerida por el esquema DD-*A-L* es ligeramente inferior, desde un punto de vista práctico puede decirse que el dimensionado del canal de señalización es independiente del tipo de restricción en la BER.

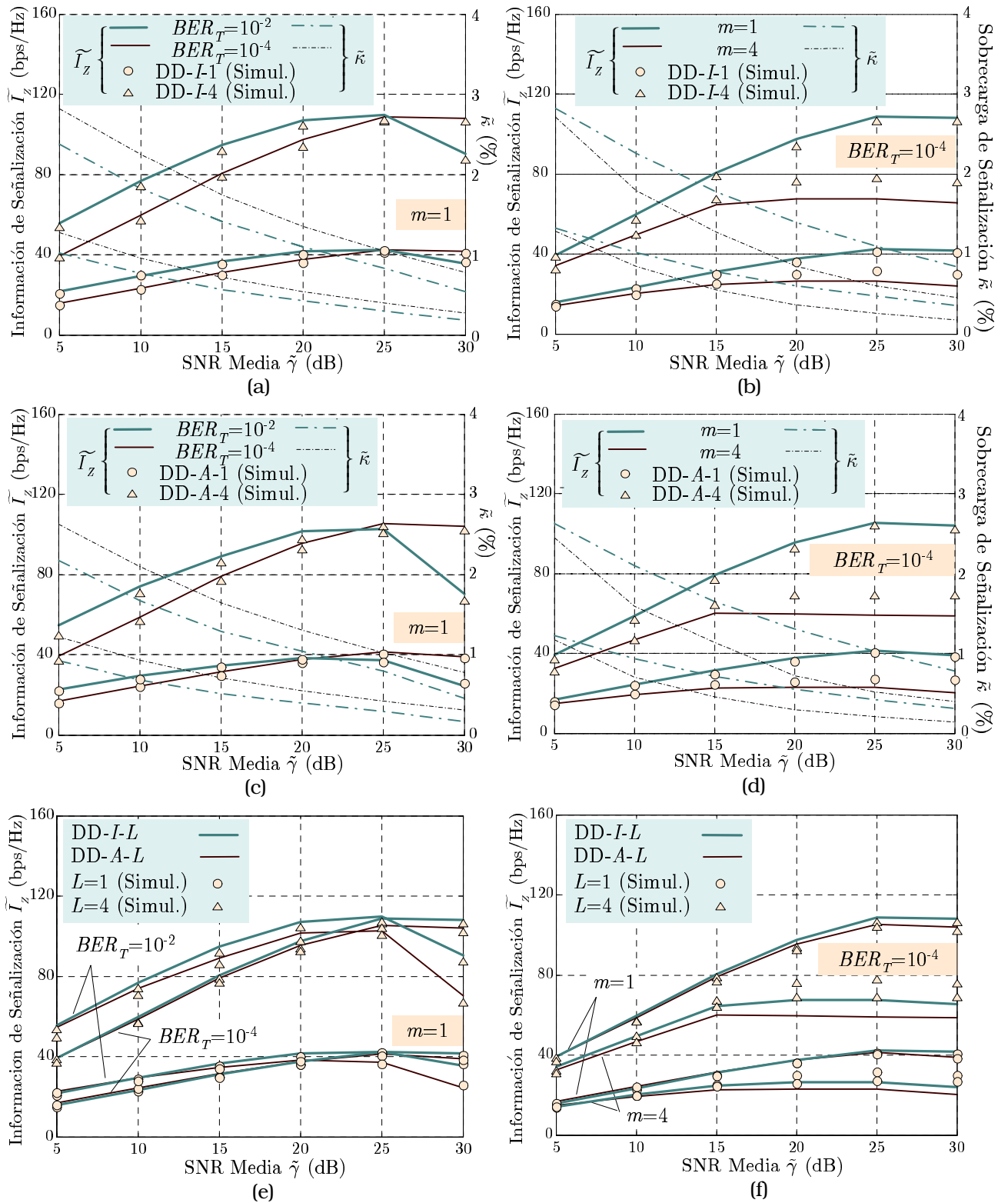


Figura 4.6: Información y sobrecarga de señalización para $M = 4$ y $T_Z = 8 \cdot 10^{-3}$. (a)-(b) Esquema DD-I-L en función de BER_T y m . (c)-(d) Esquema DD-A-L en función de BER_T y m . (e)-(f) Comparación entre ambos esquemas.

4.3.4 Probabilidad de Bloqueo

Para los esquemas discretos, la probabilidad de bloqueo con desvanecimiento Nakagami- m se calcula de la misma forma que para los continuos mediante la ecuación (3.15). Es decir, basta con determinar la SNR de corte Ψ_0 que se corresponde con el primer umbral de conmutación y calcular $\Pr\{Bloqueo\} = 1 - \Gamma(m, m\Psi_0) / \Gamma(m)$.

La probabilidad de bloqueo para los esquemas DD- $I-L$ y DD- $A-L$ se representa gráficamente para $M = 4$ en el conjunto de figs. 4.7 de forma análoga a como se hizo con los parámetros anteriores. En igualdad de condiciones, el comportamiento del esquema DD- $A-L$ es ligeramente mejor al ser siempre más baja su SNR de corte. Como puede observarse en todos los casos, el efecto de la discretización es particularmente relevante en este parámetro. Las probabilidades de bloqueo son aproximadamente el doble que las que tienen los esquemas completamente continuos. De hecho, aunque se incremente el número de niveles de potencia por constelación L , la diferencia es aún elevada por efecto de la discretización en el conjunto de constelaciones que en la región de corte pasa directamente de NOTX a 4-QAM.

En el caso de que se requiera reducir estas probabilidades de bloqueo hasta valores próximos a los de los esquemas continuos, el conjunto de constelaciones QAM cuadradas de partida puede ampliarse con la BPSK de forma que en este caso $M = 5$. La mejora conseguida para el esquema DD- $I-L$ con $L = 1$ y su efecto en el resto de las prestaciones puede visualizarse en el conjunto de figs. 4.8. La eficiencia espectral y BER media son prácticamente las mismas sin BPSK ($M = 4$) y con BPSK ($M = 5$), sin embargo, la probabilidad de bloqueo se reduce sustancialmente con $M = 5$. Reducciones aún mayores son posibles para esquemas con un L mayor como ya se observó en las figs. 4.7. El precio a pagar por la inclusión de la BPSK en el conjunto de constelaciones es el aumento de complejidad y de la información de señalización para SNR bajas.

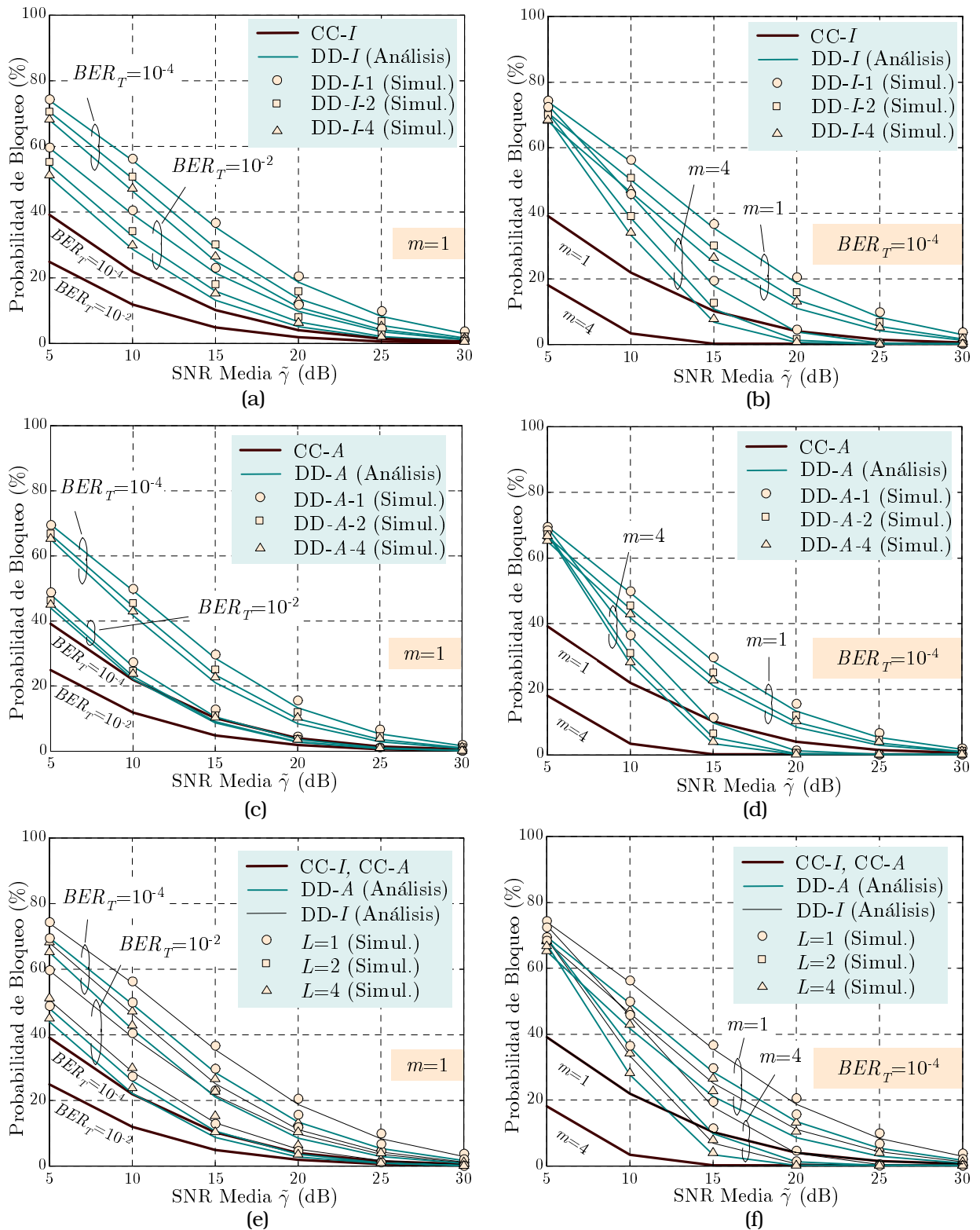


Figura 4.7: Probabilidad de bloqueo para $M = 4$. (a)-(b) Esquema DD-I-L en función de BER_T y m . (c)-(d) Esquema DD-A-L en función de BER_T y m . (e)-(f) Comparación entre ambos esquemas.

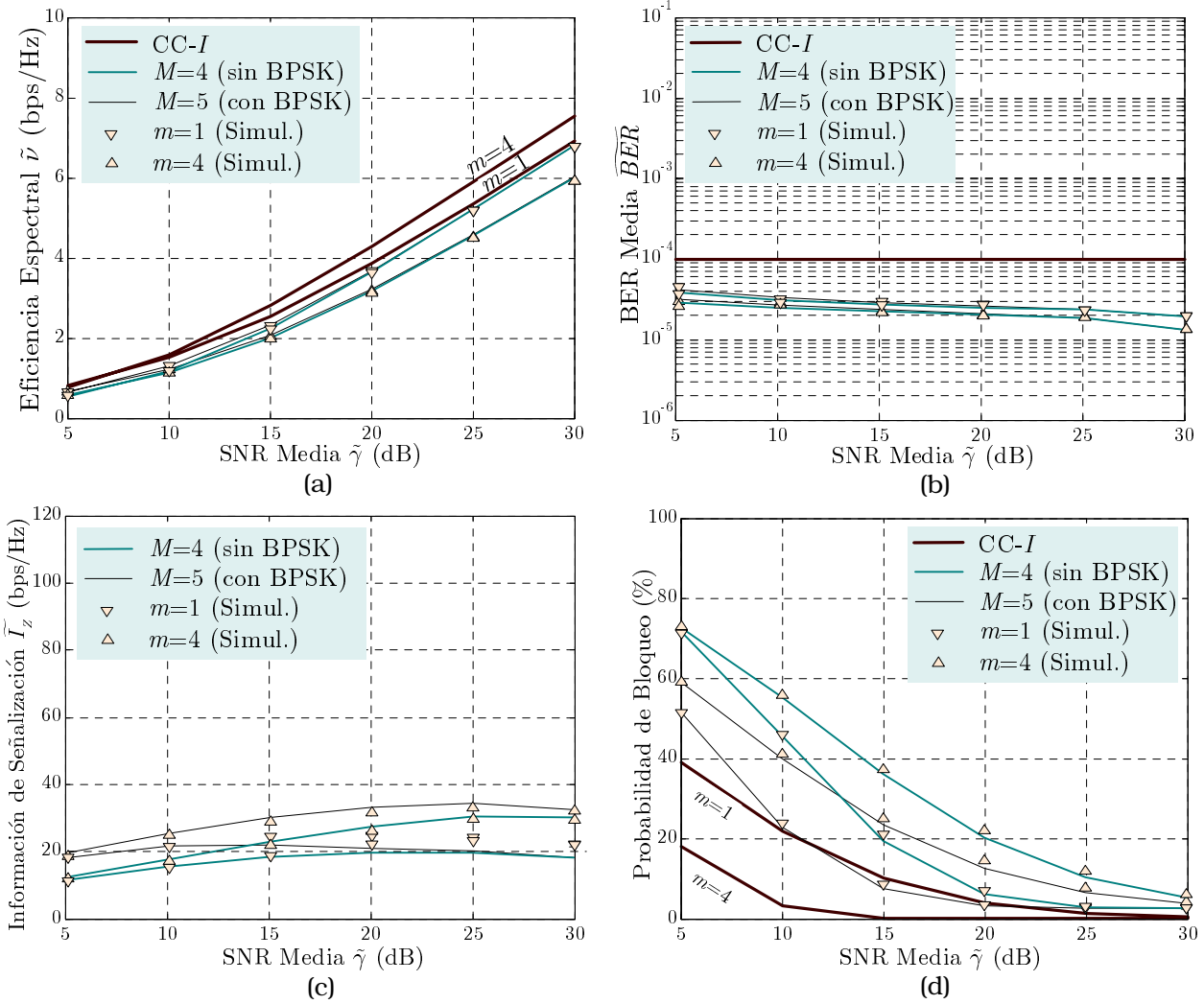


Figura 4.8: Efecto de la inclusión de BPSK en el conjunto de constelaciones para el esquema DD-I-1 con $BER_T = 10^{-4}$. (a) Eficiencia espectral. (b) BER media. (c) Información de señalización normalizada. (d) Probabilidad de bloqueo.

4.4 Conclusiones

La implementación de los esquemas de modulación adaptativa en un sistema real requiere su completa discretización para limitar la información de señalización asociada. Además, para reducir su complejidad es conveniente emplear un conjunto discreto de constelaciones QAM cuadradas, además de la BPSK. En este capítulo se han propuesto dos familias de esquemas de modulación adaptativa completamente discretas que se han denominado DD- $I-L$ y DD- $A-L$. Sus leyes de adaptación constelación-potencia han sido optimizadas para maximizar la eficiencia espectral y, finalmente, se han comparado sus prestaciones con las de los esquemas de variación continua CC- I y CC- A .

Las conclusiones más importantes que se desprenden son las siguientes:

- a) En relación con otras propuestas anteriores de discretización (DK- I , DK- A y DD- $A-1$), los esquemas aquí propuestos DD- $I-L$ y DD- $A-L$ se basan en considerar un número L de posibles niveles de potencia por constelación. Tras optimizar sus leyes de adaptación constelación-potencia, los esquemas DD- $I-L$ y DD- $A-L$ permiten aproximar la eficiencia espectral a la de los esquemas de variación continua CC- I y CC- A con un número reducido de constelaciones y niveles de potencia por constelación.
- b) El esquema DD- $I-L$ es el más conservador puesto que mantiene la BER objetivo a escala de invarianza. El esquema DD- $I-4$ con constelaciones QAM cuadradas es capaz de aproximarse considerablemente a la eficiencia espectral del esquema CC- I . Tanto para el caso de desvanecimiento Rayleigh ($m = 1$) como el de Nakagami- m con $m = 4$ la eficiencia espectral alcanzada está a menos de 1 dB en términos de SNR media cuando la BER objetivo es 10^{-2} ó 10^{-4} . Para las especificaciones de un probable entorno de comunicaciones móviles de banda ancha, la información de señalización asociada al esquema DD- $I-4$ alcanza cifras razonables del orden del 2% ó 3% de la velocidad binaria alcanzada.
- c) El esquema DD- $A-L$ es el idóneo cuando sólo se necesita preservar la BER objetivo a escala media ya que, a diferencia de lo que ocurre en el caso continuo, mejora sensiblemente la eficiencia espectral del DD- $I-L$ equivalente. Visto de otra forma, el esquema DD- $A-1$ alcanza una eficiencia espectral similar a la del DD- $I-4$ cuando $BER_T = 10^{-2}$, mientras que el DD- $A-2$ consigue lo mismo que el DD- $I-4$ para $BER_T = 10^{-4}$. Además, al emplear un valor de L más bajo, los esquemas DD- $A-L$ requieren menos información de señalización. El precio que se ha de pagar en este caso es la imposibili-

dad de mantener la BER por debajo del objetivo en todos los instantes de la transmisión. La probabilidad de bloqueo de ambos esquemas es similar, aunque para el mismo valor de L la del DD- A - L es ligeramente menor.

- d) La probabilidad de bloqueo de los esquemas propuestos DD- I - L y DD- A - L con constelaciones QAM cuadradas es aproximadamente el doble que la de sus equivalentes continuos, lo cual en algunos casos puede convertirse en una limitación. Para reducir esta cifra es posible incluir la BPSK en el conjunto de constelaciones de estos esquemas. Además del aumento de complejidad, el precio que hay que pagar por esta mejora es cierto incremento en la información de señalización para SNR bajas.

4.5 Apéndices

4-A Umbrales de Conmutación y Niveles de Potencia Óptimos del Esquema DD-I-L

En las tablas que siguen se presentan los valores numéricos de los parámetros de los esquemas DD-I-1, DD-I-2 y DD-I-4 que optimizan la eficiencia espectral para diferentes valores de BER_T , $\tilde{\gamma}$ y m .

Esquema DD-I-1												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-2}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-0.4	2.9	-3.0	0.5	-6.2	-1.3	-9.9	-2.6	-14.5	-3.0	-20.6	-1.9
Ψ_1, σ_1 (dB)	3.6	5.9	1.2	3.3	-1.7	1.1	-5.0	-0.5	-9.2	-1.3	-14.8	-0.7
Ψ_2, σ_2 (dB)	7.7	8.1	5.3	5.4	2.6	3.1	-0.5	1.2	-4.3	0.0	-9.2	-0.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	10.5	11.2	9.0	7.8	6.7	5.1	3.7	3.1	0.4	1.4	-3.4	0.2
$BER_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-0.3	2.8	-2.2	-0.3	-4.6	-2.9	-7.4	-5.1	-10.5	-7.0	-16.5	-6.0
Ψ_1, σ_1 (dB)	3.2	6.2	1.2	3.3	-1.2	0.7	-3.8	-1.7	-6.6	-3.9	-11.6	-3.9
Ψ_2, σ_2 (dB)	7.7	8.1	5.1	5.7	2.3	3.4	-0.4	1.2	-3.2	-1.1	-7.5	-1.8
Ψ_3, σ_3 (dB)	10.5	11.2	9.0	7.8	6.7	5.1	3.1	3.7	0.2	1.6	-3.4	0.2
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	1.3	5.3	-0.9	2.4	-3.6	0.1	-6.9	-1.6	-10.7	-2.7	-15.5	-2.9
Ψ_1, σ_1 (dB)	5.2	8.3	3.2	5.4	0.7	2.8	-2.3	0.8	-5.8	-0.7	-10.2	-1.3
Ψ_2, σ_2 (dB)	9.3	10.4	7.2	7.5	4.8	5.0	2.0	2.8	-1.2	0.9	-5.1	-0.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	11.6	14.2	11.6	9.2	9.0	6.8	6.1	4.7	3.1	2.8	-0.3	1.1
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.9	5.6	-0.6	2.2	-2.6	-0.8	-5.1	-3.3	-8.0	-5.5	-11.3	-7.2
Ψ_1, σ_1 (dB)	4.6	8.9	2.9	5.7	0.8	2.8	-1.6	0.2	-4.3	-2.2	-7.3	-4.2
Ψ_2, σ_2 (dB)	7.3	12.5	6.5	8.3	4.5	5.2	1.7	3.0	-1.0	0.7	-3.8	-1.5
Ψ_3, σ_3 (dB)	8.6	17.2	8.6	12.2	7.1	8.8	5.7	5.1	2.5	3.3	-0.4	1.3

Esquema DD-I-2 (1/2)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-2}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.1	3.6	-4.0	1.5	-7.6	0.1	-11.8	-0.7	-16.7	-0.8	-23.6	1.1
Ψ_1, σ_1 (dB)	0.8	1.7	-1.8	-0.7	-5.1	-2.4	-9.1	-3.4	-13.8	-3.7	-20.6	-1.9
Ψ_2, σ_2 (dB)	3.6	5.9	0.9	3.6	-2.4	1.9	-6.3	0.8	-10.9	0.4	-17.6	2.0
Ψ_3, σ_3 (dB)	4.8	4.7	2.6	1.9	-0.3	-0.2	-3.9	-1.6	-8.3	-2.2	-14.6	-1.0
Ψ_4, σ_4 (dB)	8.2	7.5	5.5	5.2	2.4	3.3	-1.1	1.9	-5.5	1.2	-11.5	2.2
Ψ_5, σ_5 (dB)	8.8	6.9	6.4	4.3	3.9	1.9	0.8	-0.1	-3.0	-1.2	-8.4	-0.8
Ψ_6, σ_6 (dB)	10.0	11.8	9.7	7.1	7.1	4.7	3.7	3.1	-0.2	2.0	-5.2	2.0
Ψ_7, σ_7 (dB)	10.1	11.5	9.8	7.0	7.8	4.0	4.9	1.9	1.9	-0.2	-1.4	-1.8
$BER_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-0.6	3.1	-3.0	0.5	-6.0	-1.5	-9.3	-3.2	-13.0	-4.5	-22.8	0.3
Ψ_1, σ_1 (dB)	0.8	1.7	-1.1	-1.4	-3.7	-3.8	-6.7	-5.8	-10.2	-7.3	-19.2	-3.3
Ψ_2, σ_2 (dB)	3.6	5.9	1.2	3.3	-1.8	1.3	-4.9	-0.6	-8.4	-2.1	-16.6	1.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	4.1	5.4	2.1	2.4	-0.1	-0.4	-2.8	-2.7	-5.9	-4.6	-13.2	-2.3
Ψ_4, σ_4 (dB)	8.2	7.5	5.6	5.2	2.4	3.4	-0.9	1.6	-4.2	-0.1	-11.2	1.9
Ψ_5, σ_5 (dB)	8.8	6.9	6.4	4.3	3.1	2.6	0.6	0.1	-2.1	-2.1	-7.9	-1.4
Ψ_6, σ_6 (dB)	10.0	11.8	9.7	7.1	7.1	4.7	3.3	3.5	-0.2	1.9	-5.8	2.6
Ψ_7, σ_7 (dB)	10.1	11.7	9.8	7.0	7.8	4.0	3.9	2.9	1.2	0.6	-2.0	-1.2

Esquema DD- <i>I</i> -2 (2/2)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.9	5.7	-1.6	3.1	-4.6	1.2	-8.4	-0.1	-12.6	-0.8	-17.8	-0.7
Ψ_1, σ_1 (dB)	2.5	4.0	0.4	1.2	-2.4	-1.1	-5.8	-2.6	-9.9	-3.6	-14.9	-3.5
Ψ_2, σ_2 (dB)	5.4	8.1	3.1	5.4	0.3	3.2	-3.1	1.6	-7.1	0.6	-12.0	0.5
Ψ_3, σ_3 (dB)	6.3	7.2	4.4	4.1	2.1	1.5	-1.0	-0.5	-4.6	-1.8	-9.3	-2.2
Ψ_4, σ_4 (dB)	10.1	9.7	7.7	7.1	5.0	4.8	1.8	3.0	-1.9	1.6	-6.4	1.2
Ψ_5, σ_5 (dB)	10.4	9.3	8.3	6.5	6.0	3.8	3.3	1.4	0.1	-0.4	-3.9	-1.3
Ψ_6, σ_6 (dB)	11.1	14.7	10.5	10.3	9.4	6.5	6.5	4.4	3.0	2.9	-1.0	1.9
Ψ_7, σ_7 (dB)	11.2	14.6	10.6	10.2	9.5	6.4	7.2	3.6	4.3	1.5	1.4	-0.5
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.8	5.8	-1.1	2.6	-3.5	0.0	-6.6	-1.9	-10.0	-3.4	-13.9	-4.5
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.8	4.7	0.5	1.1	-1.5	-2.0	-4.2	-4.2	-7.4	-6.1	-11.0	-7.5
Ψ_2, σ_2 (dB)	5.0	8.5	3.2	5.4	0.6	2.9	-2.4	0.9	-5.6	-0.9	-9.2	-2.3
Ψ_3, σ_3 (dB)	5.4	8.1	3.8	4.8	1.7	1.8	-0.6	-0.9	-3.4	-3.1	-6.7	-4.8
Ψ_4, σ_4 (dB)	7.4	12.3	7.4	7.3	4.9	4.9	1.7	3.0	-1.5	1.3	-4.9	-0.3
Ψ_5, σ_5 (dB)	7.5	12.2	7.5	7.2	5.3	4.5	2.6	2.2	0.1	-0.3	-2.8	-2.5
Ψ_6, σ_6 (dB)	8.1	17.7	8.1	12.7	8.1	7.7	6.0	4.8	2.6	3.2	-0.9	1.7
Ψ_7, σ_7 (dB)	8.2	17.6	8.2	12.6	8.2	7.6	6.3	4.5	3.3	2.6	0.7	0.2

Esquema DD-I-4 (1/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$\text{BER}_T=10^{-2}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.5	4.0	-4.7	2.2	-8.6	1.0	-12.9	0.4	-18.0	0.5	-25.3	2.8
Ψ_1, σ_1 (dB)	-0.5	3.0	-3.5	1.0	-7.2	-0.3	-11.5	-1.0	-16.5	-1.0	-23.8	1.3
Ψ_2, σ_2 (dB)	0.6	1.9	-2.3	-0.2	-5.9	-1.6	-10.1	-2.4	-15.0	-2.5	-22.3	-0.2
Ψ_3, σ_3 (dB)	1.9	0.6	-0.9	-1.6	-4.5	-3.1	-8.6	-3.9	-13.5	-4.0	-20.8	-1.7
Ψ_4, σ_4 (dB)	3.7	5.8	0.7	3.8	-2.9	2.4	-7.1	1.6	-12.0	1.5	-19.3	3.7
Ψ_5, σ_5 (dB)	4.2	5.2	1.5	3.0	-1.9	1.3	-5.9	0.3	-10.6	0.1	-17.8	2.2
Ψ_6, σ_6 (dB)	4.9	4.5	2.5	2.0	-0.7	0.2	-4.5	-1.0	-9.2	-1.3	-16.2	0.7
Ψ_7, σ_7 (dB)	5.9	3.6	3.7	0.8	0.7	-1.2	-3.1	-2.4	-7.8	-2.8	-14.7	-0.8
Ψ_8, σ_8 (dB)	8.2	7.5	5.8	4.9	2.4	3.3	-1.6	2.3	-6.3	2.0	-13.2	3.9
Ψ_9, σ_9 (dB)	8.9	6.8	6.3	4.4	3.1	2.7	-0.6	1.3	-5.0	0.7	-11.6	2.3
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	9.0	6.8	6.9	3.8	3.9	1.8	0.5	0.2	-3.7	-0.6	-10.0	0.7
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	9.0	6.7	7.7	3.0	5.0	0.7	1.9	-1.1	-2.2	-2.1	-8.3	-0.9
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.4	4.4	3.7	3.1	-0.6	2.4	-6.7	3.5
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.7	4.1	4.2	2.5	0.4	1.3	-4.6	1.4
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.9	3.8	5.0	1.8	1.7	0.1	-2.3	-0.9
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	10.0	11.8	9.8	7.0	8.1	3.7	5.9	0.9	3.3	-1.6	0.5	-3.7

Esquema DD-I-4 (2/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$\text{BER}_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-0.9	3.4	-3.7	1.2	-7.1	-0.4	-10.9	-1.6	-15.8	-1.7	-30.0	7.5
Ψ_1, σ_1 (dB)	-0.1	2.6	-2.5	0.0	-5.6	-1.9	-9.0	-3.5	-13.8	-3.7	-29.9	7.4
Ψ_2, σ_2 (dB)	0.7	1.8	-1.4	-1.1	-4.3	-3.2	-7.7	-4.8	-12.3	-5.2	-29.2	6.7
Ψ_3, σ_3 (dB)	1.7	0.8	-0.2	-2.3	-3.3	-4.2	-6.7	-5.8	-10.9	-6.6	-27.7	5.2
Ψ_4, σ_4 (dB)	4.0	5.5	1.1	3.4	-2.3	1.8	-5.9	0.4	-9.9	-0.7	-27.7	12.2
Ψ_5, σ_5 (dB)	4.2	5.3	1.6	2.9	-1.3	0.8	-4.5	-1.0	-8.1	-2.4	-27.1	11.5
Ψ_6, σ_6 (dB)	4.6	4.9	2.1	2.3	-0.3	-0.2	-3.3	-2.2	-6.9	-3.7	-27.1	11.5
Ψ_7, σ_7 (dB)	5.3	4.2	2.9	1.6	0.8	-1.3	-2.3	-3.2	-5.9	-4.7	-27.1	11.5
Ψ_8, σ_8 (dB)	8.2	7.5	5.9	4.8	2.4	3.3	-1.3	2.0	-5.0	0.7	-25.7	16.4
Ψ_9, σ_9 (dB)	8.9	6.8	6.3	4.4	2.8	2.9	-0.5	1.2	-3.7	-0.6	-18.3	9.0
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	9.0	6.8	6.9	3.8	3.2	2.5	0.4	0.3	-2.6	-1.7	-16.2	6.9
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	9.0	6.7	7.7	3.0	3.8	1.9	1.5	-0.8	-1.5	-2.8	-15.5	6.2
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.4	4.4	3.5	3.3	-0.4	2.2	-13.6	10.4
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.7	4.1	3.8	3.0	0.3	1.5	-7.3	4.1
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	10.0	11.8	9.6	7.1	7.9	3.8	4.2	2.6	1.1	0.7	-3.9	0.6
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	10.0	11.8	9.8	7.0	8.1	3.7	4.8	2.0	2.0	-0.3	-1.1	-2.1

Esquema DD-I-4 (3/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$\text{BER}_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.6	6.0	-2.1	3.6	-5.4	1.9	-9.4	0.9	-13.8	0.4	-19.1	0.6
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.4	5.1	-1.0	2.6	-4.2	0.7	-8.0	-0.4	-12.4	-1.1	-17.6	-0.8
Ψ_2, σ_2 (dB)	2.4	4.2	0.1	1.5	-2.9	-0.5	-6.6	-1.8	-10.9	-2.5	-16.1	-2.3
Ψ_3, σ_3 (dB)	3.6	2.9	1.4	0.1	-1.5	-1.9	-5.2	-3.3	-9.5	-4.0	-14.7	-3.8
Ψ_4, σ_4 (dB)	5.6	7.9	3.1	5.4	0.0	3.5	-3.7	2.2	-8.0	1.5	-13.2	1.7
Ψ_5, σ_5 (dB)	6.0	7.5	3.8	4.8	0.9	2.6	-2.6	1.1	-6.7	0.2	-11.7	0.3
Ψ_6, σ_6 (dB)	6.5	7.0	4.5	4.0	1.9	1.6	-1.4	-0.1	-5.3	-1.1	-10.3	-1.2
Ψ_7, σ_7 (dB)	7.3	6.3	5.5	3.0	3.2	0.3	0.0	-1.5	-3.9	-2.6	-8.8	-2.6
Ψ_8, σ_8 (dB)	9.6	10.2	8.1	6.7	5.2	4.6	1.7	3.1	-2.4	2.2	-7.3	2.1
Ψ_9, σ_9 (dB)	9.6	10.2	8.3	6.5	5.6	4.1	2.4	2.4	-1.3	1.1	-6.0	0.8
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	9.6	10.2	8.5	6.3	6.2	3.6	3.3	1.5	-0.2	-0.1	-4.6	-0.6
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	9.7	10.1	9.0	5.8	6.9	2.8	4.4	0.3	1.2	-1.4	-3.2	-2.1
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	10.8	15.1	10.5	10.3	9.4	6.4	6.7	4.1	2.9	2.9	-1.6	2.4
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	10.8	15.1	10.5	10.3	9.4	6.4	7.1	3.8	3.6	2.3	-0.4	1.2
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	10.8	15.1	10.5	10.3	9.7	6.2	7.5	3.3	4.3	1.5	1.0	-0.2
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	10.8	15.1	10.5	10.3	10.0	5.8	8.1	2.7	5.4	0.4	2.8	-2.0

Esquema DD-I-4 (4/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.7	5.8	-1.4	2.9	-4.2	0.8	-7.9	-0.6	-11.8	-1.7	-16.1	-2.3
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.2	5.3	-0.5	2.1	-3.0	-0.5	-6.2	-2.2	-9.9	-3.6	-14.0	-4.4
Ψ_2, σ_2 (dB)	1.8	4.7	0.3	1.2	-1.8	-1.6	-5.0	-3.5	-8.6	-4.9	-12.7	-5.8
Ψ_3, σ_3 (dB)	2.6	3.9	1.4	0.1	-0.7	-2.8	-3.9	-4.5	-7.5	-5.9	-11.6	-6.9
Ψ_4, σ_4 (dB)	5.4	8.1	3.4	5.1	0.5	3.0	-3.0	1.5	-6.7	0.2	-10.7	-0.7
Ψ_5, σ_5 (dB)	5.5	8.0	3.7	4.8	1.1	2.5	-1.9	0.4	-5.2	-1.3	-9.0	-2.5
Ψ_6, σ_6 (dB)	5.7	7.8	4.0	4.5	1.7	1.8	-0.9	-0.6	-4.0	-2.5	-7.7	-3.8
Ψ_7, σ_7 (dB)	5.8	7.7	4.5	4.0	2.5	1.0	0.3	-1.7	-3.0	-3.5	-6.7	-4.8
Ψ_8, σ_8 (dB)	7.1	12.7	7.0	7.7	5.2	4.6	1.7	3.0	-2.0	1.8	-5.9	0.6
Ψ_9, σ_9 (dB)	7.1	12.7	7.0	7.7	5.4	4.4	2.1	2.6	-1.1	0.9	-4.5	-0.8
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	7.1	12.7	7.0	7.7	5.6	4.2	2.6	2.1	-0.1	-0.1	-3.3	-2.0
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	7.1	12.6	7.1	7.6	5.9	3.9	3.3	1.5	1.0	-1.2	-2.2	-3.0
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	7.5	18.3	7.5	13.3	7.4	8.4	6.2	4.6	2.7	3.1	-1.2	2.1
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	7.5	18.3	7.5	13.3	7.4	8.4	6.3	4.6	3.0	2.8	-0.4	1.2
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	7.5	18.3	7.5	13.3	7.4	8.4	6.3	4.6	3.4	2.4	0.5	0.3
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	7.5	18.3	7.5	13.3	7.4	8.4	6.3	4.5	4.0	1.9	1.6	-0.8

4-B Umbrales de Conmutación y Niveles de Potencia Óptimos del Esquema DD-A-L

En las tablas que siguen se presentan los valores numéricos de los parámetros de los esquemas DD-A-1, DD-A-2 y DD-A-4 que optimizan la eficiencia espectral para diferentes valores de BER_T , $\tilde{\gamma}$ y m .

Esquema DD-A-1												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-2}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.8	2.2	-5.2	-0.1	-9.5	-1.6	-14.5	-2.5	-20.7	-2.7	-30.0	-0.9
Ψ_1, σ_1 (dB)	3.6	4.9	0.5	2.4	-3.3	0.6	-7.8	-0.7	-13.3	-1.1	-23.6	0.9
Ψ_2, σ_2 (dB)	11.1	9.9	5.8	4.3	2.3	2.3	-1.8	0.7	-6.8	-0.2	-15.2	0.8
Ψ_3, σ_3 (dB)	11.6	13.8	11.6	9.1	9.0	6.7	3.6	2.2	-0.8	0.7	-7.1	-0.2
$BER_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.1	2.0	-4.3	-1.0	-8.7	-2.9	-14.4	-4.2	-20.9	-2.7	-30.0	-0.9
Ψ_1, σ_1 (dB)	4.1	5.0	1.0	2.5	-2.7	0.1	-6.9	-1.8	-12.5	-3.0	-29.6	0.9
Ψ_2, σ_2 (dB)	11.1	9.9	5.8	4.3	2.4	2.5	-1.6	0.5	-5.7	-1.3	-23.6	15.3
Ψ_3, σ_3 (dB)	11.6	13.8	11.6	9.1	9.0	6.7	3.5	2.5	-0.7	0.9	-6.9	-1.7
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.8	4.7	-1.7	1.9	-4.7	-0.2	-8.4	-1.8	-12.7	-2.8	-18.1	-2.7
Ψ_1, σ_1 (dB)	5.2	7.7	2.9	4.8	0.1	2.3	-3.3	0.4	-7.2	-0.9	-12.2	-1.2
Ψ_2, σ_2 (dB)	9.3	10.4	7.5	6.8	4.7	4.3	1.5	2.3	-2.1	0.6	-6.6	-0.2
Ψ_3, σ_3 (dB)	11.6	13.8	11.6	9.1	9.0	6.7	6.2	4.1	2.7	2.3	-1.3	0.7
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.7	5.1	-1.2	1.6	-3.6	-1.3	-6.8	-3.6	-10.3	-5.5	-14.1	-7.0
Ψ_1, σ_1 (dB)	5.1	8.1	3.1	5.0	0.5	2.2	-2.5	-0.2	-5.8	-2.4	-9.4	-4.0
Ψ_2, σ_2 (dB)	7.3	12.2	6.5	8.1	4.9	4.5	1.5	2.5	-1.7	0.3	-5.1	-1.7
Ψ_3, σ_3 (dB)	8.6	16.4	8.6	11.7	7.1	8.3	5.7	4.9	2.3	2.8	-1.2	0.8

Esquema DD-A -2 (1/2)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-2}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-2.2	2.9	-5.8	0.9	-10.3	-0.4	-15.3	-1.2	-21.3	-1.4	-30.0	-0.1
Ψ_1, σ_1 (dB)	0.7	1.0	-2.5	-1.0	-6.6	-2.3	-11.3	-3.0	-17.0	-3.0	-30.0	-1.3
Ψ_2, σ_2 (dB)	3.9	5.0	0.4	2.9	-3.7	1.4	-8.6	0.5	-14.2	0.2	-26.5	2.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	5.5	3.8	2.9	1.1	-0.7	-0.6	-5.0	-1.5	-10.3	-1.7	-26.5	1.3
Ψ_4, σ_4 (dB)	10.1	9.7	6.4	6.8	2.4	2.5	-2.1	1.4	-7.4	0.9	-17.2	2.8
Ψ_5, σ_5 (dB)	10.4	9.4	6.4	3.9	4.6	0.9	0.7	-0.6	-4.0	-1.2	-12.1	0.8
Ψ_6, σ_6 (dB)	11.1	14.2	10.6	10.0	9.4	6.4	3.9	2.3	-1.1	1.3	-9.0	1.7
Ψ_7, σ_7 (dB)	11.1	14.2	10.6	10.0	9.4	6.1	5.5	1.0	2.1	-0.9	-2.0	-2.3
$BER_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.2	2.4	-5.0	0.0	-9.6	-1.7	-15.3	-1.2	-21.4	-1.5	-28.7	-0.1
Ψ_1, σ_1 (dB)	0.9	1.0	-1.5	-1.7	-5.2	-3.2	-11.0	-3.8	-17.0	-3.1	-25.2	-1.3
Ψ_2, σ_2 (dB)	4.6	5.0	1.0	2.7	-3.3	0.9	-7.9	-0.7	-14.0	0.2	-25.0	2.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	5.5	3.8	2.4	1.7	-0.4	-0.8	-3.9	-2.2	-9.9	-2.7	-25.0	1.3
Ψ_4, σ_4 (dB)	10.1	9.7	6.4	6.8	2.6	2.5	-1.8	1.1	-6.6	-0.2	-24.0	2.8
Ψ_5, σ_5 (dB)	10.4	9.4	6.4	3.9	3.6	1.8	0.5	-0.4	-2.9	-1.9	-24.0	0.9
Ψ_6, σ_6 (dB)	11.1	14.2	10.6	10.0	9.5	6.4	3.9	2.2	-0.7	1.3	-24.0	2.8
Ψ_7, σ_7 (dB)	11.1	14.2	10.6	10.0	9.5	6.1	5.5	1.0	1.2	-0.1	-0.9	-4.7

Esquema DD-A-2 (2/2)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.4	5.3	-2.3	2.8	-5.8	1.0	-9.8	-0.2	-14.5	-0.8	-20.1	-0.5
Ψ_1, σ_1 (dB)	2.4	3.4	0.1	0.7	-3.1	-1.3	-6.9	-2.6	-11.4	-3.4	-16.8	-3.1
Ψ_2, σ_2 (dB)	5.6	7.5	3.0	4.9	-0.2	2.8	-4.0	1.4	-8.4	0.6	-13.9	0.7
Ψ_3, σ_3 (dB)	6.7	6.4	4.6	3.4	2.0	0.9	-1.5	-0.8	-5.6	-1.8	-10.8	-1.9
Ψ_4, σ_4 (dB)	10.1	9.7	8.2	6.8	5.1	4.2	1.5	2.6	-2.7	1.4	-7.8	1.2
Ψ_5, σ_5 (dB)	10.4	9.4	8.2	6.2	6.3	3.1	3.3	0.8	-0.3	-0.7	-4.9	-1.3
Ψ_6, σ_6 (dB)	11.1	14.2	10.5	10.0	9.4	6.4	6.7	3.8	2.7	2.4	-1.9	1.6
Ψ_7, σ_7 (dB)	11.1	14.2	10.5	10.0	9.5	6.3	7.6	2.8	4.4	0.9	1.0	-1.0
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.6	5.3	-1.6	2.2	-4.6	-0.2	-8.4	-1.8	-12.4	-3.2	-16.5	-4.7
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.9	4.1	0.4	0.5	-2.0	-2.3	-5.4	-3.9	-9.1	-5.2	-12.5	-6.8
Ψ_2, σ_2 (dB)	5.4	8.5	3.5	4.7	0.4	2.5	-3.3	0.7	-7.2	-0.8	-11.4	-1.9
Ψ_3, σ_3 (dB)	5.4	8.1	4.3	4.0	1.8	1.2	-1.0	-1.2	-4.4	-2.8	-8.2	-4.0
Ψ_4, σ_4 (dB)	7.4	12.0	7.4	7.2	5.2	4.7	1.6	2.6	-2.4	1.1	-6.3	-0.3
Ψ_5, σ_5 (dB)	7.4	12.0	7.4	7.2	5.2	4.3	2.7	1.6	-0.2	-0.7	-3.6	-2.3
Ψ_6, σ_6 (dB)	8.1	16.8	8.1	12.0	8.1	7.4	6.0	4.6	2.6	2.7	-1.5	1.4
Ψ_7, σ_7 (dB)	8.1	16.8	8.1	12.0	8.1	7.4	6.3	4.3	3.5	1.9	0.5	-0.4

Esquema DD-A-4 (1/4)													
		$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
BER _T =10 ⁻²		<i>m</i> =1											
Ψ_0, σ_0 (dB)		-2.4	3.3	-6.0	1.5	-10.5	0.2	-15.6	-0.7	-21.4	-1.1	-30.0	0.6
Ψ_1, σ_1 (dB)		-0.8	2.4	-4.2	0.4	-8.4	-0.8	-13.2	-1.6	-19.0	-1.7	-30.0	-0.4
Ψ_2, σ_2 (dB)		0.7	1.4	-2.6	-0.6	-6.7	-1.8	-11.5	-2.5	-17.3	-2.6	-30.0	-1.4
Ψ_3, σ_3 (dB)		2.3	0.3	-1.1	-1.6	-5.3	-2.7	-10.1	-3.3	-15.7	-3.4	-30.0	-2.2
Ψ_4, σ_4 (dB)		4.0	7.8	0.4	3.2	-3.9	1.9	-8.9	1.1	-14.4	0.8	-30.0	2.3
Ψ_5, σ_5 (dB)		4.0	5.0	1.6	2.4	-2.3	0.9	-6.9	0.1	-12.2	-0.2	-30.0	1.2
Ψ_6, σ_6 (dB)		5.2	4.1	3.0	1.4	-0.7	-0.1	-5.2	-0.9	-10.4	-1.2	-30.0	-0.6
Ψ_7, σ_7 (dB)		6.7	3.0	4.4	0.2	0.9	-1.3	-3.7	-1.9	-9.0	-2.1	-25.0	1.3
Ψ_8, σ_8 (dB)		9.7	10.1	6.7	6.7	2.5	2.6	-2.3	1.8	-7.7	1.4	-17.8	3.3
Ψ_9, σ_9 (dB)		9.7	10.1	6.7	6.4	3.7	1.7	-0.8	0.8	-5.8	0.4	-14.4	2.5
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)		9.7	10.1	6.7	3.7	5.2	0.7	0.7	-0.2	-4.1	-0.7	-12.9	1.8
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)		9.7	9.9	8.6	2.4	7.1	-0.7	2.3	-1.4	-2.6	-1.7	-11.6	0.9
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)		10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	6.3	4.1	3.8	-1.2	1.8	-10.1	3.0
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)		10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	6.2	4.1	2.2	0.5	0.7	-5.4	0.7
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)		10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	5.8	5.5	1.1	2.3	-0.6	-2.1	-1.6
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)		10.8	14.5	10.6	9.9	10.0	5.5	7.8	-0.5	4.2	-2.2	1.3	-4.1

Esquema DD-A-4 (2/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-2}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	-1.3	2.7	-5.3	0.6	-10.1	-0.8	-15.5	-0.7	-29.6	-1.1	-30.0	0.6
Ψ_1, σ_1 (dB)	-0.1	2.0	-3.1	-0.4	-7.0	-1.9	-14.0	-1.6	-27.8	-1.7	-29.9	-0.4
Ψ_2, σ_2 (dB)	1.1	1.2	-1.6	-1.3	-5.5	-2.7	-12.0	-2.5	-20.1	-2.6	-29.9	-1.4
Ψ_3, σ_3 (dB)	2.4	0.2	-0.2	-2.2	-4.4	-3.3	-10.0	-3.7	-16.5	-3.4	-29.9	-2.2
Ψ_4, σ_4 (dB)	4.8	7.8	1.0	2.8	-3.6	1.4	-8.4	0.2	-14.1	0.8	-29.7	2.3
Ψ_5, σ_5 (dB)	4.8	4.9	1.8	2.3	-1.8	0.4	-5.7	-0.9	-12.7	-0.3	-29.7	1.2
Ψ_6, σ_6 (dB)	5.2	4.2	2.6	1.7	-0.4	-0.5	-4.2	-1.8	-10.2	-1.8	-19.1	-0.6
Ψ_7, σ_7 (dB)	6.7	3.0	3.6	0.9	1.0	-1.5	-3.0	-2.5	-8.3	-2.8	-19.1	0.8
Ψ_8, σ_8 (dB)	9.7	10.1	6.8	6.7	2.7	2.4	-2.0	1.5	-7.1	0.6	-19.1	2.7
Ψ_9, σ_9 (dB)	9.7	10.1	6.8	6.4	3.6	1.8	-0.6	0.7	-4.6	-0.5	-18.9	1.9
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	9.7	10.1	6.8	3.7	5.0	0.8	0.6	-0.2	-3.1	-1.4	-18.9	1.2
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	9.7	9.9	8.6	2.4	7.1	-0.7	2.0	-1.2	-1.9	-2.2	-18.9	0.3
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	6.3	4.2	3.8	-0.8	1.5	-18.9	9.7
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	6.2	4.2	2.0	0.3	0.9	-4.6	0.1
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	10.8	14.5	10.6	10.0	9.6	5.8	5.4	1.1	1.4	0.1	-2.7	-2.2
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	10.8	14.5	10.6	9.9	10.0	5.5	7.8	-0.5	2.6	-0.8	0.7	-5.0

Esquema DD-A -4 (3/4)												
$\tilde{\gamma}=5$ dB $\tilde{\gamma}=10$ dB $\tilde{\gamma}=15$ dB $\tilde{\gamma}=20$ dB $\tilde{\gamma}=25$ dB $\tilde{\gamma}=30$ dB												
$\text{BER}_T=10^{-4}$	$m=1$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.2	5.7	-2.7	3.4	-6.3	1.8	-10.5	0.8	-15.2	0.3	-20.8	0.6
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.3	4.7	-1.4	2.3	-4.8	0.5	-9.0	-0.5	-13.6	-1.0	-19.1	-0.8
Ψ_2, σ_2 (dB)	2.5	3.6	0.0	1.1	-3.4	-0.7	-7.4	-1.8	-12.1	-2.4	-17.5	-2.1
Ψ_3, σ_3 (dB)	3.9	2.3	1.4	-0.3	-1.9	-2.0	-5.9	-3.1	-10.5	-3.6	-16.0	-3.4
Ψ_4, σ_4 (dB)	6.0	7.8	3.2	4.9	-0.3	3.2	-4.4	2.1	-9.1	1.5	-14.6	1.7
Ψ_5, σ_5 (dB)	6.0	7.4	4.0	4.2	0.8	2.2	-3.1	0.9	-7.5	0.2	-13.0	0.4
Ψ_6, σ_6 (dB)	6.4	6.9	5.0	3.3	2.1	1.1	-1.6	-0.3	-6.0	-1.1	-11.4	-0.9
Ψ_7, σ_7 (dB)	7.2	6.1	6.2	2.2	3.5	-0.3	-0.2	-1.7	-4.5	-2.4	-9.9	-2.2
Ψ_8, σ_8 (dB)	9.6	10.1	8.4	6.7	5.5	4.0	1.5	2.8	-3.0	2.0	-8.4	2.1
Ψ_9, σ_9 (dB)	9.6	10.1	8.4	6.5	6.1	3.5	2.5	1.9	-1.7	0.9	-6.8	0.8
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	9.6	10.1	8.5	6.2	6.8	2.9	3.5	0.9	-0.3	-0.4	-5.3	-0.6
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	9.7	10.0	9.0	5.7	7.4	2.1	4.9	-0.4	1.1	-1.7	-3.8	-1.9
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	10.8	14.5	10.5	10.0	9.5	6.3	7.1	3.8	2.9	2.5	-2.2	2.2
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	10.8	14.5	10.5	10.0	9.5	6.3	7.1	3.6	3.7	1.8	-0.7	0.8
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	10.8	14.5	10.5	10.0	9.7	6.1	7.5	3.2	4.7	0.9	1.1	-0.7
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	10.8	14.5	10.5	10.0	10.0	5.7	8.1	2.4	5.9	-0.4	3.1	-2.6

Esquema DD-A-4 (4/4)												
	$\tilde{\gamma}=5$ dB		$\tilde{\gamma}=10$ dB		$\tilde{\gamma}=15$ dB		$\tilde{\gamma}=20$ dB		$\tilde{\gamma}=25$ dB		$\tilde{\gamma}=30$ dB	
$BER_T=10^{-4}$	$m=4$											
Ψ_0, σ_0 (dB)	0.6	5.5	-1.8	2.6	-5.3	0.7	-9.8	-0.2	-13.7	-1.8	-18.3	-2.8
Ψ_1, σ_1 (dB)	1.3	4.9	-0.7	1.7	-3.6	-0.6	-7.7	-1.8	-11.3	-3.1	-15.1	-4.6
Ψ_2, σ_2 (dB)	2.0	4.2	0.4	0.7	-2.2	-1.8	-6.2	-2.9	-10.1	-3.9	-13.5	-5.7
Ψ_3, σ_3 (dB)	3.0	3.3	1.7	-0.5	-0.9	-2.8	-5.0	-3.9	-9.2	-4.7	-12.5	-6.6
Ψ_4, σ_4 (dB)	5.5	8.1	3.9	5.0	0.4	2.7	-4.0	1.5	-8.3	0.5	-12.5	-0.7
Ψ_5, σ_5 (dB)	5.5	8.0	3.9	4.4	1.1	2.1	-2.5	0.3	-6.4	-0.9	-10.2	-2.0
Ψ_6, σ_6 (dB)	5.7	7.9	4.3	4.1	1.9	1.4	-1.1	-0.8	-5.0	-2.0	-9.0	-2.8
Ψ_7, σ_7 (dB)	5.8	7.8	4.9	3.5	2.9	0.4	0.2	-2.0	-3.8	-2.9	-8.0	-3.7
Ψ_8, σ_8 (dB)	7.1	12.3	7.0	7.6	5.5	4.4	1.7	2.7	-2.8	1.7	-7.2	0.8
Ψ_9, σ_9 (dB)	7.1	12.3	7.0	7.6	5.5	4.3	2.2	2.2	-1.5	0.7	-5.4	-0.6
Ψ_{10}, σ_{10} (dB)	7.1	12.3	7.0	7.6	5.6	4.1	2.8	1.6	-0.3	-0.4	-4.0	-1.7
Ψ_{11}, σ_{11} (dB)	7.1	12.2	7.1	7.5	5.9	3.8	3.6	0.8	1.0	-1.6	-2.8	-2.7
Ψ_{12}, σ_{12} (dB)	7.5	17.2	7.5	12.5	7.4	7.9	6.2	4.4	2.8	2.7	-1.7	1.8
Ψ_{13}, σ_{13} (dB)	7.5	17.2	7.5	12.5	7.4	7.9	6.3	4.4	3.2	2.3	-0.6	0.9
Ψ_{14}, σ_{14} (dB)	7.5	17.2	7.5	12.5	7.5	7.9	6.3	4.4	3.7	1.8	0.6	-0.2
Ψ_{15}, σ_{15} (dB)	7.5	17.2	7.5	12.5	7.5	7.9	6.3	4.3	4.3	1.2	1.9	-1.4

4-C Ecuación No Lineal que Permite Obtener una Solución Inicial para el Esquema DD-I con $L > 1$

Las primeras N ecuaciones de (4.9) pueden reescribirse de la siguiente forma

$$\left\{ \begin{array}{l} R_0 + \lambda \left(\frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_0}{\Psi_0} \cdot \frac{\Psi_1 - \Psi_0}{\Psi_0} (1 - \varepsilon_0(\Psi_0, \Psi_1)) = 0 \\ R_1 - R_0 + \lambda \left(\frac{b_1}{\Psi_1} - \frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_1}{\Psi_1} \cdot \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\Psi_1} (1 - \varepsilon_1(\Psi_1, \Psi_2)) = 0 \\ \vdots \\ R_i - R_{i-1} + \lambda \left(\frac{b_i}{\Psi_i} - \frac{b_{i-1}}{\Psi_{i-1}} \right) + \lambda \frac{b_i}{\Psi_i} \cdot \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i} (1 - \varepsilon_i(\Psi_i, \Psi_{i+1})) = 0 \\ \vdots \\ R_{N-1} - R_{N-2} + \lambda \left(\frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} - \frac{b_{N-2}}{\Psi_{N-2}} \right) + \lambda \frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} \cdot \frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m} (1 - \varepsilon_{N-1}(\Psi_{N-1})) = 0 \end{array} \right. \quad (4-C-1)$$

donde

$$\varepsilon_i = \frac{\frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i} - \frac{\int_{\Psi_i}^{\Psi_{i+1}} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_i p_{\Psi}(\Psi)}}{\frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i}} = \frac{\frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i} - \frac{\Gamma(m, m\Psi_i) - \Gamma(m, m\Psi_{i+1})}{m^m \Psi_i^m \exp(-m\Psi_i)}}{\frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i}}$$

para $i = 0, 1, \dots, N - 2$ y para $i = N - 1$

$$\varepsilon_{N-1} = \frac{\frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m} - \frac{\int_{\Psi_{N-1}}^{\infty} p_{\Psi}(\Psi) d\Psi}{\Psi_{N-1} p_{\Psi}(\Psi)}}{\frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m}} = \frac{\frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m} - \frac{\Gamma(m, m\Psi_{N-1})}{m^m \Psi_{N-1}^m \exp(-m\Psi_{N-1})}}{\frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m}}$$

A partir de las dos aproximaciones presentadas en la sección 4.2.2 es posible demostrar que $\varepsilon_i = 0$ para $i = 0, 1, \dots, N - 1$. Efectivamente, a partir de la aproximación I es inmediato inferir que $\varepsilon_i = 0$ para $i = 0, 1, \dots, N - 2$. Para el caso particular de ε_{N-1} puede llegarse a esta misma conclusión teniendo en cuenta que cuando $x \gg 1$ se cumple que [Gra94, pág. 951]

$$\Gamma(m, x) \simeq \frac{x^m \exp(-x)}{x + 1 - m} \quad (4-C-2)$$

con lo que de acuerdo a la aproximación II resulta que $\varepsilon_{N-1} = 0$ en (4-C-1).

Por lo tanto, cuando se cumplen las aproximaciones I y II el sistema de ecuaciones no lineales queda reducido a

$$\left\{ \begin{array}{l} R_0 + \lambda \left(\frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_0}{\Psi_0} \cdot \frac{\Psi_1 - \Psi_0}{\Psi_0} = 0 \\ R_1 - R_0 + \lambda \left(\frac{b_1}{\Psi_1} - \frac{b_0}{\Psi_0} \right) + \lambda \frac{b_1}{\Psi_1} \cdot \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\Psi_1} = 0 \\ \vdots \\ R_i - R_{i-1} + \lambda \left(\frac{b_i}{\Psi_i} - \frac{b_{i-1}}{\Psi_{i-1}} \right) + \lambda \frac{b_i}{\Psi_i} \cdot \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Psi_i} = 0 \\ \vdots \\ R_{N-1} - R_{N-2} + \lambda \left(\frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} - \frac{b_{N-2}}{\Psi_{N-2}} \right) + \lambda \frac{b_{N-1}}{\Psi_{N-1}} \cdot \frac{1}{m\Psi_{N-1} + 1 - m} = 0 \end{array} \right. \quad (4-C-3)$$

El conjunto de distancia relativas entre umbrales de conmutación $\{\Delta_i\}$ se definen de la siguiente forma

$$\Delta_i \doteq \frac{\Psi_{i+1}}{\Psi_i} \quad i = 0, \dots, N-2 \quad (4-C-4)$$

donde por simplicidad en la notación se supone que $\Delta_{N-1} \doteq \Delta_{N-2}$. A partir de la primera ecuación en (4-C-3) se obtiene que

$$-\frac{1}{\lambda} = \frac{b_0}{R_0} \frac{\Delta_0}{\Psi_0} \quad (4-C-5)$$

Con el subconjunto formado por las $N-2$ siguientes ecuaciones de (4-C-3), mediante (4-C-5) y sustituciones sucesivas de cada ecuación en la siguiente, se obtiene que

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1(\Delta_0) = \Delta_0(\Delta_0) \left(\Delta_0 \frac{b_0}{b_1} \frac{R_1 - R_0}{R_0} \Delta_0(\Delta_0) + \frac{b_0}{h_1} \right) \\ \vdots \\ \Delta_i(\Delta_0) = \Delta_{i-1}(\Delta_0) \left(\Delta_0 \frac{b_0}{b_i} \frac{R_i - R_{i-1}}{R_0} \prod_{j=0}^{i-2} \Delta_j(\Delta_0) + \frac{b_{i-1}}{b_i} \right) \\ \vdots \\ \Delta_{N-2}(\Delta_0) = \Delta_{N-3}(\Delta_0) \left(\Delta_0 \frac{b_0}{b_{N-2}} \frac{R_{N-2} - R_{N-3}}{R_0} \prod_{j=0}^{N-4} \Delta_j(\Delta_0) + \frac{b_{N-3}}{b_{N-2}} \right) \end{array} \right. \quad (4-C-6)$$

Recordando que se supone que $L > 1$, y por tanto $R_{N-1} = R_{N-2}$ y $b_{N-1} = b_{N-2}$, la última ecuación se reduce a

$$\Delta_{N-2} = 1 + \frac{1}{m\Psi_{N-1}^m + 1 - m} \quad (4-C-7)$$

Despejando de esta ecuación Ψ_{N-1} y teniendo en cuenta que

$$\Psi_{N-1} = \Psi_0 \prod_{j=1}^{N-2} \Delta_j \quad (4-C-8)$$

se llega a que

$$\Psi_0(\Delta_0) = \frac{(1 + (m-1)(\Delta_{N-2}(\Delta_0) - 1))^{1/m}}{m^{1/m}(\Delta_{N-2}(\Delta_0) - 1)^{1/m} \prod_{j=0}^{N-2} \Delta_j(\Delta_0)} \quad (4-C-9)$$

Obsérvese que tanto en (4-C-6) como en (4-C-9) todos los incrementos $\{\Delta_i\}$ y Ψ_0 quedan expresados en función de Δ_0 . A su vez, la última ecuación de (4.9) que está asociada a la restricción de potencia puede expresarse en función de $\{\Delta_i\}$ y Ψ_0

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{inicial}(\Delta_0) &= -\frac{\tilde{\gamma}\Gamma(m)}{m^m \Psi_0^{m-1}(\Delta_0)} + b_0 (\Delta_0(\Delta_0) - 1) \exp(-m\Psi_0(\Delta_0)) \\ &+ \sum_{i=1}^{N-1} b_i (\Delta_i(\Delta_0) - 1) \left(\prod_{j=0}^{i-1} \Delta_j(\Delta_0) \right) \exp(-m\Psi_0(\Delta_0) \prod_{j=0}^{i-1} \Delta_j(\Delta_0)) = 0 \end{aligned} \quad (4-C-10)$$

Por lo tanto, una vez que se asumen las aproximaciones I y II, la solución al sistema de ecuaciones (4.9) se reduce a resolver Δ_0 en la ecuación no lineal (4-C-10).

Efecto de la Adaptación Imperfecta en las Prestaciones del Sistema

5.1 Introducción

EN los capítulos previos se han mostrado las excelentes prestaciones que pueden alcanzar los sistemas AQAM. Se asumía como premisa que el proceso de adaptación se realizaba de forma perfecta. Idealmente: el receptor estima el canal y decide la combinación constelación-potencia; la información sobre la adaptación correspondiente se envía libre de errores hacia el transmisor; finalmente, si procede, el transmisor modifica su modulación. Además, el retardo global del proceso de adaptación se considera despreciable.

Existen tres causas principales que pueden ocasionar la no idealidad del proceso de adaptación:

- a) La transmisión no fiable de información a través del canal de señalización.
- b) El retardo global asociado a la adaptación de la modulación.
- c) La estimación imperfecta de canal.

La falta de fiabilidad del canal de señalización puede ser drásticamente reducida sin más que emplear un sistema de codificación robusto de la información

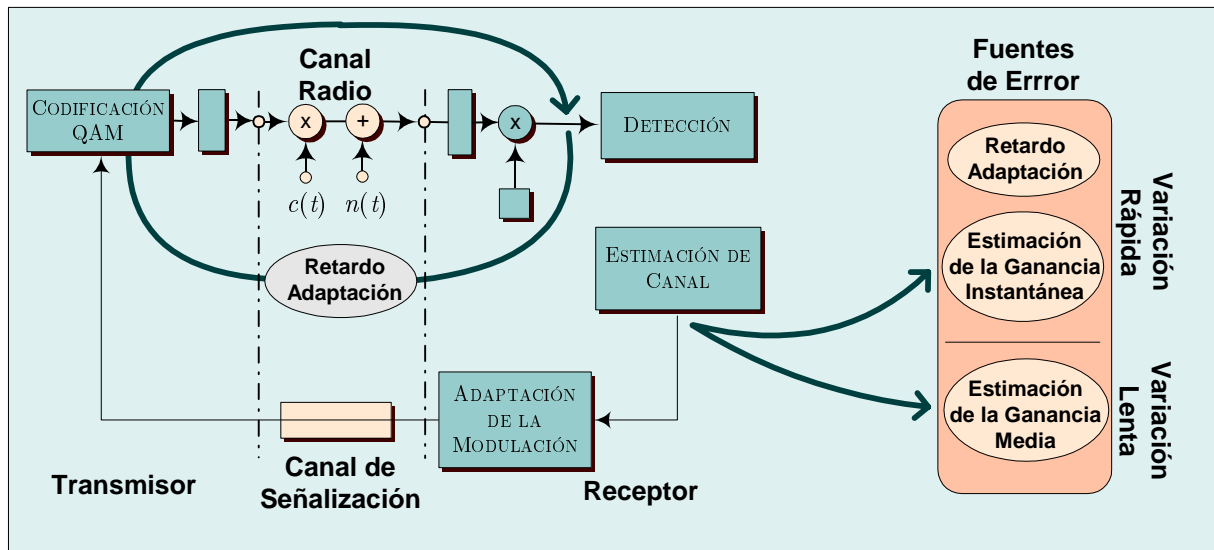


Figura 5.1: Fuentes de error más importantes asociadas al proceso de adaptación.

asociada. En cualquier caso, dicha fiabilidad se consigue a costa de incrementar la velocidad binaria o el retardo del proceso de señalización. Por otra parte, el efecto de la estimación imperfecta del canal y el retardo de adaptación son más difíciles de neutralizar requiriendo un análisis detallado que se realiza a lo largo del presente capítulo.

En el escenario habitual de comunicaciones móviles, el desvanecimiento del canal plano lentamente variable se descompone, tal y como se vio en el capítulo 3, en: unas variaciones rápidas (escala media) debidas a la propagación multicamino superpuestas a variaciones lentas (escala global) por atenuación a gran escala. Como consecuencia, podrán diferenciarse varias fuentes de error rápidas y lentas asociadas al proceso de adaptación que se ilustran en la fig. 5.1.

Por un lado, el retardo de adaptación es la suma de varias contribuciones básicas:

- a) El retardo de estimación en el receptor.
- b) El retardo asociado al canal de señalización.
- c) El tiempo necesario para reconfigurar el transmisor una vez recibida la información sobre la adaptación.

- d) El retardo de propagación por el canal radio (habitualmente despreciable).

La acumulación de todos estos retardos ocasiona que la demodulación se realice con el estado actual del canal, mientras que el transmisor está modulando de acuerdo con un estado pasado o anterior del canal. Puesto que la adaptación del canal sigue las variaciones rápidas del mismo, el error asociado a su retardo tendrá esta misma naturaleza.

Por otro lado, desde el punto de vista de la estimación de la ganancia del canal el error asociado se subdivide en un error o ruido de estimación de variación rápida y un error de estimación de variación lenta. Esto se debe a que, tanto la SNR instantánea, que varía a escala media, como la SNR media, que varía a escala global, son empleadas por el subsistema de adaptación.

Algunos trabajos anteriores han abordado diferentes aspectos relacionados con el efecto de la adaptación no ideal en modulación adaptativa. Son los siguientes [Gol97], [Alo98], [Goe99], [She01], [Lon03]. En [Gol97], se presenta una aproximación determinista muy simple para evaluar el efecto del ruido de estimación y retardo de adaptación en la BER de los sistemas AQAM. Posteriormente en [Alo98] se analiza el impacto del retardo de adaptación en la BER para el esquema CC- I con desvanecimiento Nakagami- m , demostrando que retardos moderados asociados a la estimación de canal pueden degradar gravemente la BER del sistema. Las estimaciones con retardo del canal son usadas en [Goe99] y [She01] para diseñar esquemas AQAM apropiados que consideran esta circunstancia. Finalmente, en [Lon03] se estudia mediante simulaciones el efecto de la estimación imperfecta de canal en las prestaciones de la modulación adaptativa.

El objetivo de este capítulo es realizar un análisis lo más general posible del efecto de la adaptación no ideal en las prestaciones de los sistemas AQAM. Además del retardo en la adaptación de la modulación considerado en [Alo98] (variación rápida), se tienen en cuenta de forma simultánea las dos fuentes de error asociadas a la estimación de canal: el ruido de estimación (variación rápida) y el error de estimación de potencia a escala media (variación lenta). Con ayuda de las aproximaciones analíticas obtenidas en el capítulo 3 para la SNR de corte, se llegará a un conjunto de nuevas fórmulas que permiten evaluar el efecto combinado de las diferentes fuentes de error de estimación de canal sobre las prestaciones un sistema AQAM que emplea el esquema CC- I . En concreto se obtienen expresiones analíticas cerradas o fácilmente evaluables numéricamente para la eficiencia espectral, BER, potencia transmitida y probabilidad de bloqueo. La validez de todas estas expresiones analíticas se verifica mediante simulaciones. El trabajo descrito en este capítulo ha sido parcialmente publicado

en [Par02] y [Par04].

La organización del resto del capítulo es la siguiente. En la sección 5.2 se presenta el subsistema de estimación de canal considerado y se realiza la caracterización estadística de los errores de estimación. A continuación, en la sección 5.3 se lleva a cabo el análisis del impacto del error de estimación cuando sólo se consideran las variaciones rápidas del canal. La inclusión en el análisis de los errores de estimación con variación lenta aparece en la sección 5.4. Finalmente las conclusiones del capítulo se resumen en 5.5.

5.2 Modelo de Subsistema de Estimación de Canal

5.2.1 Descripción General

En la fig. 5.2 se representa el diagrama de bloques del sistema AQAM que incluye el subsistema de estimación de canal necesario para la adaptación de la modulación.

Para ayudar a la estimación de canal el transmisor envía periódicamente símbolos pilotos predeterminados. La señal transmitida se estructura en tramas con 1 símbolo piloto seguido por $D - 1$ símbolos de datos. La modulación adaptativa sólo se aplica a los símbolos de datos, mientras que los símbolos pilotos se transmiten con una potencia y constelación fijas. En el análisis que sigue se considera un esquema AQAM del tipo CC-I para los datos transmitidos como se hizo en [Alo98].

Tanto los símbolos pilotos como los símbolos de datos experimentan las fluctuaciones de amplitud y fase debidas al desvanecimiento del canal. Puesto que los pilotos son fijos y conocidos, pueden emplearse para determinar las variaciones de la envolvente paso-bajo compleja del canal $c(t)$. El modelo de canal considerado es el de la sección 2.2 con algunas simplificaciones. Se considera que las variaciones rápidas del canal por desvanecimiento multicamino $\alpha(t)$ son del tipo Rayleigh ($m = 1$), que representa el caso de mayor variación de canal. De hecho, en [Alo98] donde se analiza el efecto del retardo en la BER de un esquema CC-I, el caso $m = 1$ exhibe mayor degradación que cuando $m > 1$. Por otra parte, conforme a lo comentado en la sección 2.2.2, la fluctuación de potencia $g(t)$ debida a la atenuación a gran escala se considera mucho más lenta que la propagación multicamino. Esto implica que cuando se considere el efecto de $g(t)$ a escala media, su variación podrá modelarse como una simple variable aleatoria log-normal.

La estimación de canal se realiza en el receptor con la ayuda de los símbolos pilotos insertados en el transmisor, por lo que deben ser separados de los símbolos de datos. Esta técnica de estimación de canal se conoce como PSAM (*Pilot Symbol Assisted Modulation*). La estimación de canal se requiere para dos operaciones básicas mostradas en la fig. 5.2: el reescalado de la rejilla de decisión realizado por el CAG y la selección de constelación-potencia que lleva a cabo el subsistema de adaptación de la modulación. Conviene señalar que la estimación de canal es bien diferente en ambos casos.

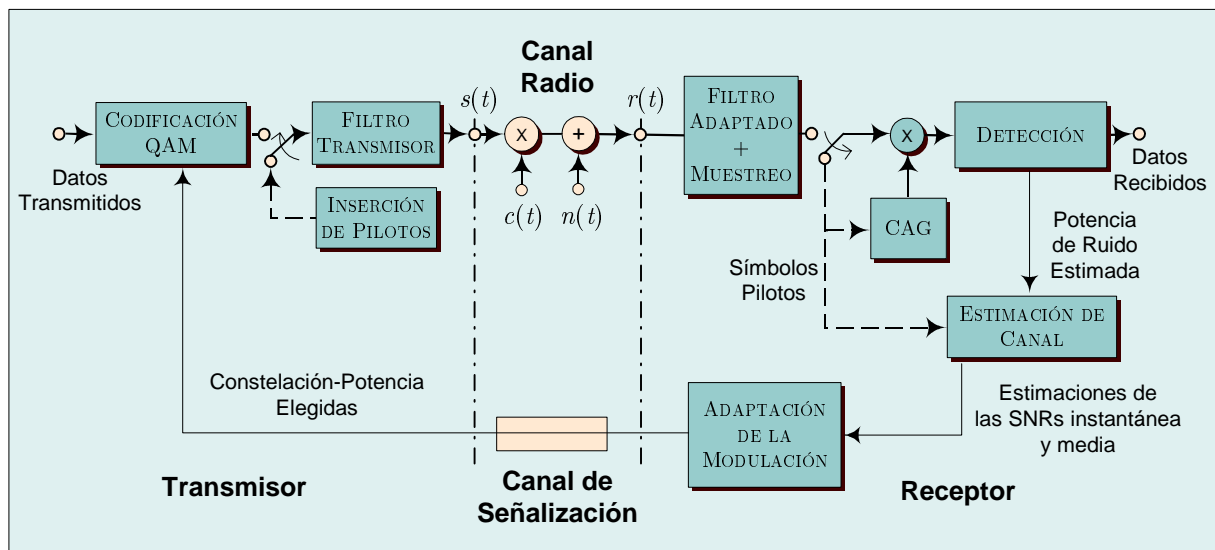


Figura 5.2: Modelo de sistema para el análisis del proceso imperfecto de adaptación.

El reescalado del CAG tiene como objetivo compensar de forma precisa el desvanecimiento del canal (amplitud y fase) para realizar con éxito la demodulación AQAM. Normalmente la estimación de canal para el CAG puede realizarse de forma no causal, lo que facilita alcanzar la precisión requerida con una complejidad moderada. Esto es posible porque un retardo de unos pocos símbolos en la demodulación suele ser admisible en la mayoría de las aplicaciones, sobre todo en los sistemas de banda ancha (periodo de símbolo muy pequeño). En relación con la estimación de las variaciones del canal rápidas, se han realizado numerosas propuestas basadas en filtros interpoladores aplicados a los símbolos pilotos: filtros óptimos de Wiener [Cav91], filtros gaussianos de órdenes pequeños [Sam93] y filtros sinc paso-bajo [Kim97]. Aunque estas propuestas asumen constelaciones QAM fijas, son directamente trasladables a los sistemas AQAM. Por otra parte, para compensar las variaciones lentas del canal se pueden usar algunas técnicas de medida de la ganancia de potencia media [Gol94] y [Goe01b]. Puesto que el objetivo de este capítulo es analizar el error de estimación de canal desde el punto de vista de la adaptación de la modulación, se supondrá que el ajuste del CAG es perfecto como se hizo en la sección 2.3.

La estimación de canal es fundamental para el algoritmo de adaptación ya que éste debe seleccionar apropiadamente la constelación y potencia transmitidas de acuerdo con el estado del canal. En la fig. 5.2 se muestra que tanto la

SNR instantánea γ como la SNR media $\tilde{\gamma}$ deben ser estimadas ($\hat{\gamma}$ y $\hat{\tilde{\gamma}}$ respectivamente) para adaptar el esquema de modulación al desvanecimiento Rayleigh. Nótese que el esquema CC-I no sólo requiere el conocimiento de γ sino también el de $\tilde{\gamma}$ para poder fijar la SNR de corte γ_0 (tabla 3.1). Al contrario de lo que ocurría con la estimación de canal para el CAG, para obtener $\hat{\gamma}$ no es necesaria una interpolación símbolo a símbolo sino que es suficiente una estimación con los pilotos trama a trama. Además, el proceso de estimación para el algoritmo AQAM debe ser estrictamente causal puesto que el transmisor debe reconfigurarse dinámicamente para seguir las variaciones del canal y no deben introducirse retardos adicionales en el proceso de estimación. En relación con la estimación de la SNR media $\hat{\tilde{\gamma}}$, pueden utilizarse las mismas técnicas de estimación de la ganancia en potencia media para el CAG. En cualquier caso se supone que las estimaciones de $\hat{\gamma}$ y de $\hat{\tilde{\gamma}}$ se realizan de forma independiente.

A continuación se presentan los modelos y la caracterización estadística de las estimaciones $\hat{\gamma}$ y $\hat{\tilde{\gamma}}$. Un estudio detallado a este respecto es fundamental para llevar a cabo el análisis de las secciones 5.3 y 5.4.

5.2.2 Estimación de la SNR Instantánea

Modelo de Estimación

Como se vio en el capítulo 2, de acuerdo con (2.26) la SNR instantánea viene dada por $\gamma = \zeta^2 \bar{S} / (N_o B_W)$, donde la envolvente instantánea del canal ζ está relacionada tanto con el desvanecimiento multicamino como con el desvanecimiento a gran escala de forma que $\zeta = |c| = \sqrt{g}\alpha$. Suponiendo conocidas la potencia media transmitida \bar{S} y la potencia de ruido recibido $N_o B_W$, para obtener $\hat{\gamma}$ basta con estimar la ganancia en potencia instantánea del canal ζ^2 . La estimación de esta ganancia puede obtenerse a partir de los símbolos pilotos. El modelo de estimación considerado estima primero la ganancia compleja del canal c , dicha estimación inicial se mejora mediante filtrado y finalmente se calcula el módulo al cuadrado obteniéndose $\hat{\zeta}^2 = |\hat{c}|^2$.

En [Sam93], [Kim97] y [Tan99] pueden encontrarse descripciones detalladas de la técnica PSAM. De forma breve, considérese que 1 símbolo piloto fijo y conocido a_P se inserta periódicamente cada $D - 1$ símbolos de datos. El número natural D indica el tamaño en símbolos de la trama PSAM. Es habitual suponer que la energía por símbolo de los pilotos es igual a la energía por símbolo del flujo

de datos, en cuyo caso la potencia media de la secuencia de datos transmitidos (datos + pilotos) sigue siendo \bar{S} . Esta elección no es necesariamente óptima desde el punto de vista de la estimación, aunque suele ser apropiada en un sistema real ya que permite mantener reducida la relación potencia de pico a potencia media de la señal transmitida. Considérese de nuevo la fig. 5.2. En el receptor, la señal recibida es muestreada de forma ideal a frecuencia de símbolo $1/T_S$ después de pasar por el filtro receptor. Los símbolos pilotos recibidos son extraídos mediante un diezmado de esta secuencia por un factor D . A partir de (2.18) y dividiendo por $a_P \sqrt{E_p/T_S}$ se obtiene la siguiente secuencia compleja de estimaciones iniciales

$$\hat{c}_k = c_k + \frac{n_k}{a_P} \sqrt{\frac{T_S}{E_p}} \quad (5.1)$$

La estimación inicial \hat{c} se mejora mediante un filtro causal FIR (*Finite Impulse Response*) con F coeficientes. Es decir, el receptor usa F símbolos pilotos de tramas anteriores para obtener la estimación final

$$\hat{c}_k = \sum_{i=0}^{F-1} h_i \cdot \hat{c}_{k-i} \quad (5.2)$$

donde los h_i son coeficientes reales. Finalmente, la estimación de la SNR instantánea $\hat{\gamma}$ se obtiene a partir de la estimación de c como $\hat{\gamma} = |\hat{c}|^2 \bar{S} / (N_o B_W)$.

Caracterización Estadística del Error de Estimación

Cuando la estimación de la SNR instantánea no es perfecta, es decir $\hat{\gamma} \neq \gamma$, la selección de la constelación y la potencia para el esquema CC-I expresada en la tabla 3.1 se realiza con $\hat{\gamma}$ en vez de con γ .

Como se verá en las próximas secciones de este capítulo, para evaluar el impacto de este desajuste basta con conocer la PDF condicional $p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma)$. Esta función se obtiene en el apéndice 5-A bajo la suposición de que los coeficientes del filtro de estimación $\{h_i\}$ se escogen con el criterio MMSE (*Minimum Mean Square Error*). En concreto,

$$p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) = \frac{1}{\chi(1-\chi)\tilde{\gamma}} I_0\left(\frac{2\sqrt{\gamma\hat{\gamma}}}{\chi\tilde{\gamma}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(1-\chi)^2\gamma + \hat{\gamma}}{\chi(1-\chi)\tilde{\gamma}}\right) \quad (5.3)$$

siendo $I_0(\cdot)$ la función de Bessel modificada de orden cero y χ el MMSE de \hat{c}_k

$$\chi \doteq \text{Mínimo} \left\{ \frac{\text{E}[|\hat{c}_k - c_k|^2]}{\text{E}[c_k c_k^*]} \right\} = 1 - \mathbf{r}(\mathbf{R} + \frac{1}{\tilde{\gamma}}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{r}' \quad (5.4)$$

donde \mathbf{I} representa la matriz identidad, \mathbf{R} es la matriz de covarianza normalizada de c_k con $(R_{ij}) = J_0(2\pi T_D \cdot |i - j|)$ y \mathbf{r} es el vector covarianza normalizado de c_k con $(r_i) = J_0(2\pi T_D \cdot (i - 1))$. En las expresiones anteriores los vectores tienen dimensión F y las matrices $F \times F$, $T_D \doteq f_D \cdot DT_S$ es intervalo de estimación normalizado a la frecuencia Doppler y $J_0(\cdot)$ la función de Bessel de orden cero.

A la vista de (5.4) se desprende que, bajo el criterio MMSE, el error de estimación presenta la siguiente dependencia $\chi = \chi(\tilde{\gamma}; F, T_D)$. En la fig. 5.3 se visualiza el MMSE dado en (5.4) en función de $\tilde{\gamma}$ (dB) para el rango de valores habitual de F y T_D . Obsérvese que el caso $F = 0$ significa usar directamente la estimación inicial \hat{c} , es decir sin filtrado. Una propiedad interesante del MMSE es la dependencia cuasi-lineal entre χ (dB) y $\tilde{\gamma}$ (dB), mejorando cuando el canal es más favorable. El MMSE varía habitualmente en un rango comprendido entre -5 y -40 dB.

Inclusión del Retardo de Adaptación

El efecto del retardo de adaptación τ también puede incorporarse en el modelo. Los símbolos recibidos se decidieron usando la estimación ruidosa $\hat{\gamma}$, basada en el estado del canal γ , que ocurrió hace τ segundos. Sin embargo, el canal se encuentra actualmente en un nuevo estado γ_τ . Por lo tanto, los símbolos recibidos en el receptor se demodulan con una configuración que no se corresponde con la que debería tener, con el consiguiente impacto en las prestaciones del sistema.

El procedimiento que permite calcular la PDF conjunta $p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau)$ se describe a continuación. Dividiendo (2.29) entre (2.28) se demuestra que la PDF condicional $p_{\gamma_\tau/\gamma}(\gamma_\tau/\gamma)$ sigue una distribución chi-cuadrado no centrada con dos grados de libertad

$$p_{\gamma_\tau/\gamma}(\gamma_\tau/\gamma) = \frac{1}{\tilde{\gamma}(1-\rho)} \exp\left(-\frac{\gamma_\tau + \rho\gamma}{\tilde{\gamma}(1-\rho)}\right) I_0\left(\frac{2}{\tilde{\gamma}(1-\rho)} \sqrt{\gamma_\tau \rho \gamma}\right) \quad (5.5)$$

siendo $\rho = J_0^2(2\pi\tau_D)$ el coeficiente de correlación del canal y $\tau_D = f_D \cdot \tau$ el retardo de adaptación normalizado a la frecuencia Doppler. A partir de esta PDF condicional se llega a la PDF conjunta $p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau)$ mediante la siguiente cadena de probabilidades condicionadas

$$p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) = \int_0^\infty p_{\gamma, \hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\gamma, \hat{\gamma}, \gamma_\tau) d\gamma = \int_0^\infty p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) \cdot p_{\gamma_\tau/\gamma}(\gamma_\tau/\gamma) \cdot p_\gamma(\gamma) d\gamma \quad (5.6)$$

Obsérvese como las tres PDFs que aparecen en (5.6) son conocidas y se corresponden con (5.3), (5.5) y (2.28).

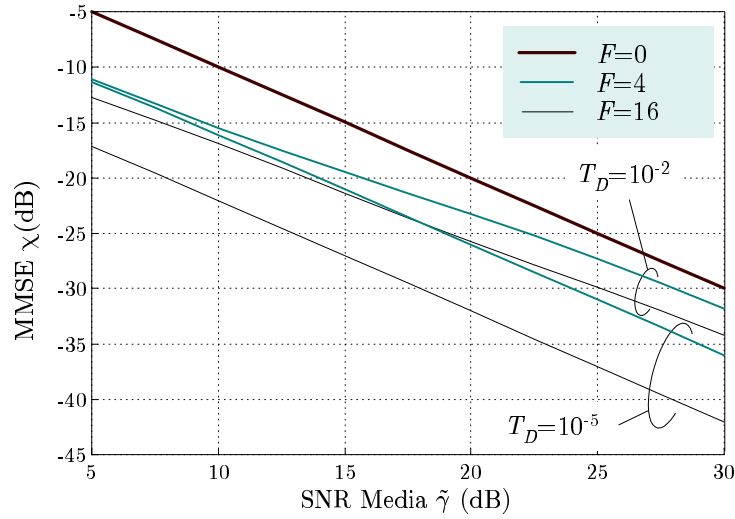


Figura 5.3: Representación del MMSE en función de la SNR media $\tilde{\gamma}$ para distintos valores del intervalo de estimación normalizado T_D y del número de coeficientes F del filtro de estimación.

5.2.3 Estimación de la SNR Media

En el trabajo de Goldsmith [Gol94] se obtiene un modelo sencillo que permite caracterizar estadísticamente el error cometido en varios métodos de estimación de la ganancia en potencia media Ω . Los resultados de este trabajo se resumen a continuación. El error de estimación de la ganancia en potencia media coincide con el de estimación de la SNR media ya que $\hat{\tilde{\gamma}} = \bar{S}\hat{\Omega}/(N_o BW)$, y de nuevo la potencia transmitida nominal y la del ruido recibido se suponen conocidas. Si se define dicho error de estimación, en decibelios, como δ se cumple que

$$\delta = 10 \log_{10}\left(\frac{\hat{\Omega}}{\Omega}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{\hat{\tilde{\gamma}}}{\tilde{\gamma}}\right) \quad (5.7)$$

De acuerdo con [Gol94], δ tiene una PDF aproximadamente Gaussiana para los métodos de estimación más comunes. En cualquiera de ellos es fácil eliminar el sesgo del error δ de forma que el único parámetro del error Δ es la desviación típica de δ . Como se justifica en [Gol94], el valor de Δ está comprendido habitualmente en el rango de los 2 – 4 dB.

5.3 Análisis de los Errores de Variación Rápida

Esta sección aborda el análisis del efecto de la estimación imperfecta del canal sobre las prestaciones del sistema AQAM cuando sólo se consideran los errores de variación rápida, es decir $\hat{\gamma} \neq \gamma$ y $\hat{\gamma} = \tilde{\gamma}$. En el desarrollo que sigue se obtienen expresiones para la eficiencia espectral, BER, potencia transmitida y probabilidad de bloqueo. Finalmente, el análisis se complementa con resultados numéricos y simulaciones que permiten verificar las expresiones obtenidas y cuantificar la relevancia de las diferentes fuentes de error presentes.

5.3.1 Eficiencia Espectral

La eficiencia espectral del sistema¹ puede verse afectada en mayor o menor medida cuando se emplea la estimación imperfecta de la SNR instantánea $\hat{\gamma}$. En este caso la ley de variación de la constelación dada en la tabla 3.1 para el esquema CC-I pasa a ser

$$R(\hat{\gamma}) = \log_2 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\gamma_0} \right) u(\hat{\gamma} - \gamma_0) \quad (5.8)$$

y por tanto la eficiencia espectral

$$\hat{\nu} \doteq E [R(\hat{\gamma})] = \int_{\gamma_0}^{\infty} \log_2 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\gamma_0} \right) u(\hat{\gamma} - \gamma_0) p_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} \quad (5.9)$$

Conviene hacer dos observaciones en relación con la expresión (5.9). En primer lugar, aparece el valor exacto de la SNR de corte ya que éste sólo depende de la SNR media $\tilde{\gamma}$ que se supone estimada de forma perfecta. En segundo lugar, la PDF marginal de $\hat{\gamma}$ puede obtenerse a partir de la PDF condicional $p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma)$ dada en (5.3). En efecto, considérese la siguiente transformada de Laplace [Abr70, pág. 1182, eq. (109)]

$$\int_0^{\infty} I_0(u\sqrt{x}) \cdot e^{-sx} dx = \frac{e^{\frac{u^2}{4s}}}{s} \quad (5.10)$$

A partir de ella se obtiene

$$p_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}) = \int_0^{\infty} p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\tilde{\gamma}(1-\chi)} \exp \left(-\frac{\hat{\gamma}}{\tilde{\gamma}(1-\chi)} \right) \quad (5.11)$$

¹La pérdida de eficiencia espectral asociada a la inserción de símbolos pilotos, dada por el factor $(D-1)/D$, no está incluida.

Es decir que $\hat{\gamma}$ sigue una distribución exponencial de media $\tilde{\gamma}(1 - \chi)$. Cuando $\chi = 0$ no hay error de estimación por lo que $\hat{\gamma} = \gamma$ sigue una distribución exponencial de media $\tilde{\gamma}$ en correspondencia con el modelo de desvanecimiento multicamino Rayleigh que se ha considerado en este capítulo.

Finalmente, si se substituye (5.11) en (5.9) se obtiene una expresión cerrada para la eficiencia espectral en términos de la función exponencial-integral de primer orden (véase (3.13))

$$\hat{\nu} = \log_2(e) \cdot E_1(A) \quad \text{con } A \doteq \frac{\Psi_0}{1 - \chi} \quad \text{y } \Psi_0 = \frac{\gamma_0}{\tilde{\gamma}} \quad (5.12)$$

5.3.2 BER Instantánea Promedio

Cuando $\hat{\gamma} \neq \gamma$ la BER instantánea ya no se mantiene constante e igual a BER_T por encima de la SNR de corte. La BER instantánea recibida definida en (2.33) se debe expresar ahora como

$$\begin{aligned} BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) &= \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8}{5} \frac{\gamma_\tau S(\hat{\gamma})/\bar{S}}{2^{R(\hat{\gamma})} - 1}\right) = \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{8}{5} \frac{\hat{\gamma} S(\hat{\gamma})/\bar{S}}{2^{R(\hat{\gamma})} - 1} \frac{\gamma_\tau}{\hat{\gamma}}\right) \\ &= \frac{1}{5} \exp\left(-K_T \frac{\gamma_\tau}{\hat{\gamma}}\right) \quad \text{con } K_T = -\log(5BER_T) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Esta ecuación expresa claramente el efecto en la BER instantánea de la estimación imperfecta del canal y el retardo de adaptación. Cuando la estimación es perfecta y el retardo de adaptación despreciable se cumple que $\hat{\gamma} = \gamma_\tau = \gamma$ y de nuevo $BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) = BER_T$.

Desde el punto de vista de las prestaciones del sistema, el promedio de la BER instantánea a escala media cuando hay transmisión ($\hat{\gamma} \geq \gamma_0$), puede usarse para cuantificar el impacto sobre la BER del sistema de los errores de variación rápida. Dicha magnitud se denominará simplemente 'BER Instantánea Promedio' y vendrá dada por

$$\widehat{BER}_0 = \frac{E[BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) \cdot u(\hat{\gamma} - \gamma_0)]}{\Pr\{\hat{\gamma} \geq \gamma_0\}} \quad (5.14)$$

Puede comprobarse que, de forma consistente, $\widehat{BER}_0 = BER_T$ cuando la estimación es perfecta y el retardo de adaptación despreciable.

Para calcular (5.14) obsérvese que el numerador puede expresarse como

$$E[BER(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) \cdot u(\hat{\gamma} - \gamma_0)] = \int_{\hat{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} \int_{\gamma_\tau=0}^{\infty} \exp\left(-K_T \frac{\gamma_\tau}{\hat{\gamma}}\right) \cdot p_{\hat{\gamma}, \gamma_\tau}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) d\gamma_\tau d\hat{\gamma} \quad (5.15)$$

La sustitución de (5.6) en (5.15) y la aplicación reiterada de la transformada de Laplace (5.10) conduce al siguiente resultado

$$E[\widehat{BER}(\hat{\gamma}, \gamma_\tau) \cdot u(\hat{\gamma} - \gamma_0)] = \frac{\mu}{5} \int_{\hat{\gamma}=\gamma_0}^{\infty} \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\gamma} + \beta} \exp\left(-\lambda \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\gamma} + \beta} - \mu \hat{\gamma}\right) d\hat{\gamma} \quad (5.16)$$

con $\mu \doteq (\tilde{\gamma}(1-\chi))^{-1}$, $\beta \doteq K_T \tilde{\gamma}(1-\rho(1-\chi))$ y $\lambda \doteq K_T \rho$. Por otra parte, para calcular el denominador de (5.14) basta considerar la PDF marginal de $\hat{\gamma}$, a partir de la cual, y recordando que $\gamma_0 = \tilde{\gamma} \Psi_0 = \tilde{\gamma} \Phi(K_T/\tilde{\gamma})$, es inmediato obtener

$$\Pr\{\hat{\gamma} \geq \gamma_0\} = \exp\left(-\frac{\Psi_0}{1-\chi}\right) \quad (5.17)$$

Finalmente, sustituyendo (5.16) y (5.17) en (5.14) y aplicando el cambio de variable $x = \mu \cdot (\hat{\gamma} - \gamma_0)$ se llega a

$$\widehat{BER}_0 = \frac{1}{5} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{x + \mathbf{A}}{x - \lambda + \mathbf{A} + \mathbf{B}} \exp\left(-\lambda \frac{x + \mathbf{A}}{x - \lambda + \mathbf{A} + \mathbf{B}}\right) \right\} e^{-x} dx \quad (5.18a)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A} \doteq \Psi_0/(1-\chi) \\ \mathbf{B} \doteq K_T/(1-\chi) \\ \lambda \doteq K_T \rho \end{cases} \quad (5.18b)$$

La expresión integral para \widehat{BER}_0 puede calcularse numéricamente con gran precisión mediante el método de integración en cuadratura de Gauss-Laguerre [Dav84, pág. 223]

$$\widehat{BER}_0 \simeq \frac{1}{5} \sum_{n=1}^{N_p} L_{x_n} \frac{x_n + \mathbf{A}}{x_n - \lambda + \mathbf{A} + \mathbf{B}} \exp\left(-\lambda \frac{x_n + \mathbf{A}}{x_n - \lambda + \mathbf{A} + \mathbf{B}}\right) \quad (5.19)$$

donde N_p es el orden del polinomio de Laguerre $L_{N_p}(\cdot)$, x_n son los ceros de $L_{N_p}(\cdot)$ y $L_{x_n} = x_n/[L_{N_p}(x_n)]^2$ los pesos del polinomio de Laguerre de orden N_p .

5.3.3 Potencia Transmitida

La restricción de potencia media deja de cumplirse cuando no se emplea una estimación de canal perfecta. En efecto, puesto que la decisión de la potencia transmitida se basa en la estimación $\hat{\gamma}$, ahora no podrá mantenerse la potencia media coincidente con el valor nominal $E[S(\hat{\gamma})] \neq \bar{S}$.

A partir de la tabla 3.1 y de un modo similar a como se hizo con la eficiencia espectral se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\widehat{S}}{\bar{S}} &\doteq E \left[\left[\frac{S(\widehat{\gamma})}{\bar{S}} \right] \right] = E \left[\left[\frac{5K_T}{8} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\widehat{\gamma}} \right) \cdot u(\widehat{\gamma} - \gamma_0) \right] \right] \\ &= \frac{5K_T}{8\bar{\gamma}} \left(\frac{1}{\Psi_0} \exp \left(-\frac{\Psi_0}{1-\chi} \right) - \frac{1}{1-\chi} E_1 \left(\frac{\Psi_0}{1-\chi} \right) \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

con lo que finalmente se llega a

$$\frac{\widehat{S}}{\bar{S}} = \frac{5B}{8\bar{\gamma}} \left(\frac{e^{-A}}{A} - E_1(A) \right) \quad (5.21)$$

donde A y B se corresponden con las definiciones de (5.18b).

5.3.4 Probabilidad de Bloqueo

La probabilidad de bloqueo cuando se producen errores de estimación de variación rápida se calcula de forma inmediata a partir de los estadísticos de $\widehat{\gamma}$. De hecho, es precisamente la probabilidad complementaria a la del denominador de la BER instantánea promedio que aparece en (5.17)

$$\Pr \left\{ \widehat{Bloqueo} \right\} = \Pr \left\{ \widehat{\gamma} < \gamma_0 \right\} = 1 - \exp(-A) \quad (5.22)$$

5.3.5 Interpretación de los Resultados Analíticos

En la tabla 5.1 se resumen los resultados analíticos para los errores de estimación de variación rápida. Todas las magnitudes asociadas a las prestaciones analizadas pueden expresarse en función de A, B y λ . La dependencia explícita de cada uno de estos tres parámetros auxiliares con los parámetros físicos del canal y los del sistema también se refleja en la misma tabla.

Los resultados analíticos pueden interpretarse de forma más clara mediante A, B y λ . En primer lugar obsérvese como $A = A(\chi) > 0$ y $B = B(\chi) > 0$, es decir son funciones del MMSE χ y no del retardo de adaptación τ_D , mientras que con $\lambda = \lambda(\tau_D) > 0$ ocurre precisamente lo contrario. Cuando la estimación es perfecta ($\chi = 0$) se cumple que $A = \Psi_0$ y $B = K_T$, si además el retardo de adaptación es despreciable ($\tau_D = 0$) entonces $\lambda = K_T$. En tal caso, las prestaciones del esquema

Tabla 5.1: Resultados analíticos para los errores de variación rápida.

EFICIENCIA ESPECTRAL	$\widehat{\nu} = \log_2(e) \cdot E_1(\mathbf{A}(\chi))$
BER INSTANTÁNEA PROMEDIO	
$\widehat{BER}_0 \simeq \frac{1}{5} \sum_{n=1}^{N_p} L_{x_n} \frac{x_n + \mathbf{A}(\chi)}{x_n - \lambda(\tau_D) + \mathbf{A}(\chi) + \mathbf{B}(\chi)} \exp(-\lambda(\tau_D)) \frac{x_n + \mathbf{A}(\chi)}{x_n - \lambda(\tau_D) + \mathbf{A}(\chi) + \mathbf{B}(\chi)}$	
POTENCIA TRANSMITIDA	$\frac{\widehat{S}}{\bar{S}} = \frac{5\mathbf{B}(\chi)}{8\tilde{\gamma}} \left(\frac{e^{-\mathbf{A}(\chi)}}{\mathbf{A}(\chi)} - E_1(\mathbf{A}(\chi)) \right)$
PROBABILIDAD DE BLOQUEO	$\Pr \{ \widehat{Bloqueo} \} = 1 - e^{-\mathbf{A}(\chi)}$
$\mathbf{A}(\chi) = \mathbf{A}(\chi; \tilde{\gamma}, K_T) = \frac{\Psi_0}{1 - \chi} = \frac{\Phi(K_T/\tilde{\gamma})}{1 - \chi(\tilde{\gamma}; F, T_D)}$ $\mathbf{B}(\chi) = \mathbf{B}(\chi; K_T) = \frac{K_T}{1 - \chi} = \frac{K_T}{1 - \chi(\tilde{\gamma}; F, T_D)}$ $\lambda(\tau_D) = \lambda(\tau_D; K_T) = K_T J_0^2(2\pi\tau_D)$	

coinciden con las descritas en el capítulo 2 para el esquema CC-I de forma que la eficiencia espectral es la dada en (3.14), la BER instantánea es constante e igual a BER_T , la potencia media transmitida igual al valor nominal \bar{S} y la probabilidad de bloqueo coincide con (3.15).

Cuando la estimación no es perfecta el MMSE $\chi > 0$, los valores de $\mathbf{A}(\chi)$ y $\mathbf{B}(\chi)$ ya no coinciden con Ψ_0 y K_T respectivamente sino que ambos se modifican ligeramente por el factor $1/(1 - \chi) \geq 1$. Este factor hace que cuando χ aumenta

entonces tanto A como B aumentan, o expresado de otra forma

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial \chi} = \Psi_0 \frac{1}{(1-\chi)^2} > 0 \\ \frac{\partial B}{\partial \chi} = K_T \frac{1}{(1-\chi)^2} > 0 \end{cases} \quad (5.23)$$

En este sentido, el parámetro $A(\chi)$ puede interpretarse como el efecto del MMSE sobre la SNR de corte y $B(\chi)$ como el efecto del MMSE sobre $K_T = -\log(5BER_T)$.

Por otra parte, cuando el retardo de adaptación no es despreciable $\tau_D > 0$, el parámetro $\lambda(\tau_D)$ ya no coincide con K_T sino que se modifica ligeramente por el factor $J_0^2(2\pi\tau_D)$. Puesto que $J_0^2(2\pi\tau_D) \sim 1 - (2\pi\tau_D)^2/2$ cuando τ_D es pequeño, si τ_D aumenta entonces λ disminuye, es decir que para los valores de interés de τ_D puede asumirse que

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \tau_D} = -K_T 4\pi^2 \tau_D < 0 \quad (5.24)$$

En este sentido $\lambda(\tau_D)$ lleva implícito el efecto del retardo de adaptación sobre la BER objetivo BER_T .

Una vez analizados los tres parámetros $A(\chi)$, $B(\chi)$ y $\lambda(\tau_D)$ pueden interpretarse mejor cada una de las fórmulas de la tabla 5.1.

La eficiencia espectral sólo depende de A. La variación relativa o sensibilidad de $\widehat{\nu}$ debida al parámetro A se puede calcular como

$$\frac{\partial \widehat{\nu}}{\partial A} = -\log_2(e) \cdot \frac{e^{-A}}{A} < 0 \quad \text{cuando } A > 0 \quad (5.25)$$

por lo que considerando (5.23) inmediatamente se infiere que

$$\frac{\partial \widehat{\nu}}{\partial \chi} = \frac{\partial \widehat{\nu}}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial \chi} < 0 \quad (5.26)$$

Por lo tanto, la eficiencia espectral siempre disminuye con el aumento del MMSE. El efecto es equivalente a un aumento de la SNR de corte efectiva que hace que el esquema de transmisión sea más conservador de lo que debería. De hecho, la Ψ_0 efectiva es precisamente $A(\chi)$.

En el caso de la BER instantánea promedio, que depende de $A(\chi)$, $B(\chi)$ y $\lambda(\tau_D)$, la fórmula es algo más compleja y por tanto más difícil de interpretar. No ha sido posible demostrar analíticamente que la BER media siempre crece cuando aumenta el MMSE χ o el retardo τ_D . No obstante, en la próxima sección los

resultados numéricos muestran que esto es cierto, al menos con los parámetros del canal y del sistema más habituales.

La potencia transmitida a escala media depende de χ , a través de $A(\chi)$ y $B(\chi)$, y de la SNR media $\tilde{\gamma}$. La expresión analítica está formada por dos factores. Por un lado la fracción $5B(\chi)/(8\tilde{\gamma})$ siempre aumenta cuando el MMSE empeora. Obsérvese el paralelismo entre el factor $5B(\chi)/(8\tilde{\gamma})$ y el $5K_T/(8\tilde{\gamma})$ que aparece en la ley de adaptación de la potencia instantánea del esquema CC-I. Por otro lado el factor $\exp(-A(\chi))/A(\chi) - E_1(A(\chi))$ recoge el desajuste que produce la SNR de corte en la potencia transmitida que, a la vez, coincide con parte de la ecuación que determina Ψ_0 (véase el apéndice 3-B). De hecho cuando $\chi = 0$ se cumple que este factor vale $8\tilde{\gamma}/(5K_T)$ y la potencia a escala media es $\hat{S}/\bar{S} = 1$. Puesto que

$$\frac{\partial}{\partial A} \left\{ \frac{e^{-A}}{A} - E_1(A) \right\} = -\frac{e^{-A}}{A^2} < 0 \quad \text{cuando } A > 0 \quad (5.27)$$

este factor decrece cuando el MMSE aumenta, justo al contrario de lo que pasa con $5B(\chi)/(8\tilde{\gamma})$. En resumen, la potencia transmitida a escala media es el producto de dos factores con tendencias contrapuestas cuando el MMSE aumenta. Uno tiende a reducir la BER objetivo efectiva (aumentar la K_T efectiva) que como consecuencia aumenta la potencia instantánea según la ley de adaptación de potencia del esquema CC-I, y en última instancia la potencia media. El otro tiende a aumentar la SNR de corte efectiva que según la misma ley de adaptación tiende a reducir la potencia media.

La probabilidad de bloqueo sólo depende de A y además es inmediato comprobar que siempre crece con este parámetro. En concreto,

$$\frac{\partial \Pr \{ \widehat{\text{Bloqueo}} \}}{\partial \chi} = \frac{\partial \Pr \{ \widehat{\text{Bloqueo}} \}}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial \chi} > 0 \quad (5.28)$$

de forma que la probabilidad de bloqueo siempre crece cuando el MMSE aumenta. De nuevo, la identificación de $A(\chi)$ con la SNR de corte efectiva encaja con este resultado puesto que si aumenta χ entonces también lo hace $A(\chi)$. Una SNR de corte elevada aumenta la probabilidad de no transmitir.

5.3.6 Resultados Numéricos

En el conjunto de figs. 5.4 se resume la evaluación numérica de las fórmulas de la tabla 5.1 en función del MMSE χ , para diversos valores del retardo de adaptación τ_D y de la SNR media $\tilde{\gamma}$. Se ha supuesto una BER objetivo $BER_T = 10^{-4}$.

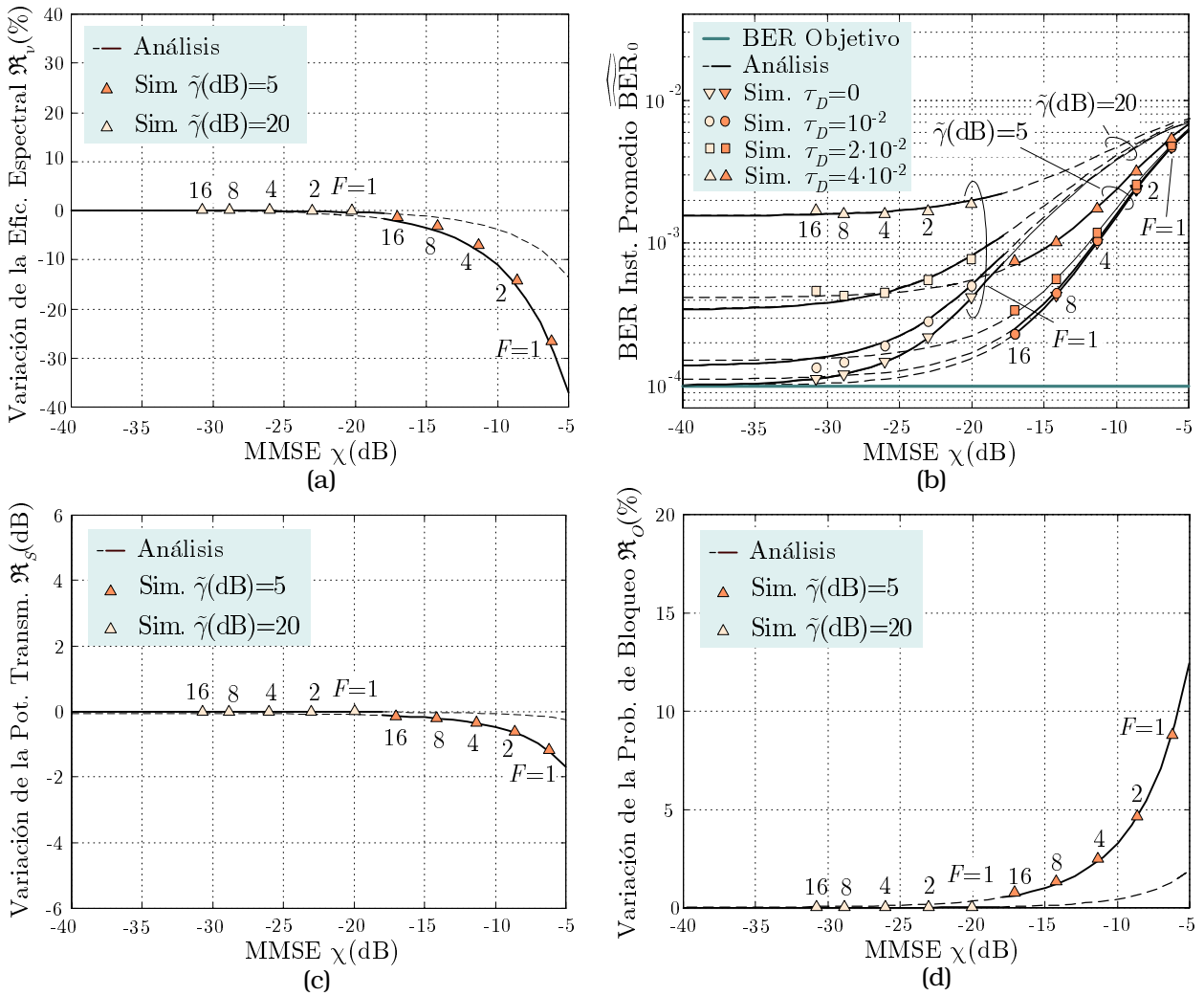


Figura 5.4: Efecto de los errores de variación rápida sobre las prestaciones del sistema AQAM en función del MMSE χ (dB), para diferentes estados del canal con $BER_T = 10^{-4}$ y $T_D = 5 \cdot 10^{-4}$. También se muestran los resultados de simulación para diferentes tamaños del filtro de estimación, concretamente $F = 1, 2, 4, 8$ y 16 coeficientes. (a) Variación relativa de la eficiencia espectral $\mathfrak{R}_v(\%) = 100 \times (\tilde{v} - \bar{v})/\bar{v}$. (b) BER instantánea promedio en función del retardo de adaptación normalizado τ_D . (c) Variación relativa de la potencia media transmitida $\mathfrak{R}_s(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10}(\tilde{S}/\bar{S})$. (d) Variación relativa de la probabilidad de bloqueo $\mathfrak{R}_O(\%) = 100 \times (\Pr\{\hat{\gamma} < \gamma_0\} - \Pr\{\gamma < \gamma_0\})$.

Para resaltar la variación de las diferentes magnitudes respecto del caso de estimación perfecta ($\chi = 0$ y $\tau_D = 0$) se ha preferido representar las siguientes mag-

nitudes relativas:

$$\begin{cases} \mathfrak{R}_v(\%) = 100 \times (\hat{\tilde{v}} - \tilde{v})/\tilde{v} \\ \mathfrak{R}_S(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10}(\hat{\tilde{S}}/\tilde{S}) \\ \mathfrak{R}_O(\%) = 100 \times (\Pr\{\hat{\gamma} < \gamma_0\} - \Pr\{\gamma < \gamma_0\}) \end{cases} \quad (5.29)$$

A la evaluación numérica de los resultados analíticos se le han superpuesto los resultados de simulación. El objetivo de las simulaciones es doble: comprobar la validez de las fórmulas analíticas obtenidas y estudiar la influencia de la complejidad del filtro FIR de estimación mediante el número de coeficientes F .

Las simulaciones se han realizado con un método semianalítico que se describe brevemente a continuación. Se genera por ordenador una realización de la ganancia compleja $c(t)$ del canal con desvanecimiento Rayleigh ($m = 1$) mediante la técnica descrita en [Agu01, Anexo]. El intervalo PSAM normalizado es $T_D = 5 \cdot 10^{-4}$, es decir que en un 'intervalo Doppler' $1/f_D$ se envían 2000 pilotos. A partir de $c(t)$ se obtienen realizaciones de la SNR instantánea actual γ_τ y de la SNR instantánea estimada $\hat{\gamma}$ que es una versión ruidosa y retardada de la anterior. En concreto, $\hat{\gamma}$ se obtiene con un filtro FIR de F coeficientes como se describió en la sección 5.2.2. En las simulaciones presentadas se ha considerado la utilización de $F = 1, 2, 4, 8$ y 16 coeficientes. Una vez que se han generado las realizaciones de γ_τ y $\hat{\gamma}$, todas las magnitudes asociadas a las prestaciones pueden obtenerse mediante promedios temporales a escala media (véanse las ecuaciones (5.9), (5.14), (5.20) y (5.22)).

La eficiencia espectral calculada con la expresión de la tabla 5.1 se representa en la fig. 5.4-(a). Por debajo de -25 dB el valor del MMSE χ tiene poco impacto en la eficiencia espectral, mientras que por encima de este valor se observa un moderado decremento a medida que χ aumenta. La reducción de la eficiencia espectral por aumento de la SNR de corte efectiva puede verse como una consecuencia de la estimación obtenida ya que $E[\hat{\gamma}] = \tilde{\gamma}(1 - \chi) < E[\gamma] = \tilde{\gamma}$. Es decir que, en promedio, el filtro de estimación tiende a infravalorar la calidad del canal y, en consecuencia, la asignación de constelación-potencia se vuelve más conservadora por lo que aumenta la SNR de corte efectiva. Cuando el canal es desfavorable $\tilde{\gamma} = 5$ dB, el efecto de la reducción en la eficiencia espectral es más acusado ya que la SNR instantánea está continuamente fluctuando alrededor de la SNR de corte. Los resultados de simulación superpuestos muestran como la duplicación del número de coeficientes del filtro de estimación reducen ~ 3 dB el MMSE, aumentando la eficiencia espectral por el consiguiente desplazamiento hacia la izquierda sobre las curvas analíticas.

La fórmula para la BER instantánea promedio se evalúa y se representa en la fig. 5.4-(b) con un valor de $N_p = 32$ en la fórmula de Laguerre, siendo éste suficiente para obtener una excelente precisión. El impacto de la estimación imperfecta del canal sobre este parámetro resulta particularmente importante y, para cuantificarlo, es interesante fijar un criterio de máxima degradación admisible en la BER, por ejemplo que $\widetilde{BER}_0 \approx 2 \times BER_T$. Cuando la calidad del canal es baja, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 5$, la BER promedio se degrada con retardos de adaptación del orden $\tau_D = 2 \cdot 10^{-2}$ y un MMSE de -17 dB. Cuando las condiciones del canal son favorables, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 20$, los límites de degradación anteriores se elevan hasta aproximadamente de $\tau_D = 10^{-2}$ o valores del MMSE superiores a -25 dB. En definitiva, cuando el canal es favorable la BER instantánea se ve mucho más afectada por el efecto de la adaptación no ideal. En cuanto a los resultados de simulación, precisamente en el caso de canal desfavorable $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 5$ es cuando se produce la mayor mejora en la BER promedio ya que el ruido de la estimación de canal es la principal fuente de error. Cuando la calidad del canal es alta, $\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 20$, la reducción del MMSE no puede evitar el impacto del retardo de adaptación que es la principal fuente de error. Esta observación introduce la necesidad de emplear técnicas de predicción de canal en sistemas AQAM en los que el retardo de adaptación no pueda reducirse por otras vías [Fal04]. En cualquier caso, excluyendo el efecto del retardo de adaptación, puede concluirse que se necesitan al menos $F = 16$ coeficientes para evitar la degradación de la BER en cualquier estado del canal.

En la fig. 5.4-(c) se puede comprobar el escaso impacto de la estimación imperfecta de canal sobre la potencia transmitida a escala media. La razón de este comportamiento, comentada con anterioridad, son los dos factores con tendencias contrapuestas de la expresión analítica. Desde un punto cuantitativo se puede afirmar que ambos factores tienden a compensarse aunque con ligera ventaja del que contiene el parámetro $A(\chi)$. En definitiva, con un filtro de estimación que tenga al menos un par de coeficientes, el efecto de la estimación imperfecta de canal sobre la potencia media transmitida es prácticamente inapreciable.

Finalmente, la probabilidad de bloqueo experimenta aumentos moderados cuando el MMSE aumenta, como se observa en la fig. 5.4-(d). De acuerdo con la interpretación de la fórmula analítica, la SNR de corte efectiva aumenta afectando especialmente a la probabilidad de bloqueo cuando la SNR media es baja.

5.4 Inclusión del Error de Variación Lenta

A continuación, el análisis previo se extiende para incluir los errores de estimación de la variación lenta del canal. Siguiendo el mismo orden de la sección anterior se obtendrán expresiones analíticas para incorporar el efecto de la estimación imperfecta de la SNR media, es decir cuando $\hat{\gamma} \neq \tilde{\gamma}$, a partir del modelo expuesto en la sección 5.2.3.

La estimación imperfecta de la SNR media puede expresarse en función de la VA gaussiana δ que representa el error de estimación en dB, tiene media cero y desviación típica Δ , es decir $\hat{\gamma} = \tilde{\gamma} \cdot e^{\delta \log 10/10}$. Este error en la estimación tiene consecuencias inmediatas en las leyes de adaptación constelación-potencia que requieren calcular la SNR de corte a partir de la SNR media. La SNR de corte resultante ya no se conoce de forma exacta, sino que viene dada por

$$\hat{\gamma}_0(\delta) = \hat{\gamma} \cdot \Phi\left(\frac{K_T}{\hat{\gamma}}\right) = \tilde{\gamma} \cdot e^{\delta \log 10/10} \cdot \Phi\left(\frac{K_T}{\tilde{\gamma}} e^{-\delta \log 10/10}\right) \quad (5.30)$$

Las fórmulas analíticas contenidas en la tabla 5.1 expresan la variación de las prestaciones del sistema AQAM a escala media. Uno de los parámetros que contienen todas ellas es la SNR de corte que, a lo largo de su proceso de obtención, se suponía conocida y exacta. La SNR de corte se modifica a escala global puesto que los errores de variación lenta se enmarcan dentro de esta escala de tiempo. Por lo tanto, para la obtención de las nuevas fórmulas basta con repetir el mismo proceso de la sección anterior pero usando $\hat{\gamma}_0(\delta)$ en vez de γ_0 y posteriormente calcular la esperanza matemática respecto de la VA δ . En este sentido, las fórmulas que siguen recogen el impacto que, en promedio, tiene el error asociado a la estimación de la ganancia de potencia media del canal sobre las magnitudes que describen las prestaciones del sistema a escala media.

5.4.1 Eficiencia Espectral

La inclusión de las variaciones lentas en el análisis de la eficiencia espectral sería

$$\hat{\nu} = E \left[E \left[\log_2 \left(\frac{\hat{\gamma}}{\hat{\gamma}_0(\delta)} \right) u(\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_0(\delta)) \right] \right] = \frac{\log_2(e)}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty E_1(A'(y)) e^{-y^2} dy \quad (5.31)$$

donde se ha realizado el cambio de variable $y = \delta/(\sqrt{2}\Delta)$ y el parámetro $A(\chi)$ se ha redefinido como

$$A'(y, \chi) = \frac{1}{1 - \chi} \Phi\left(\frac{K_T}{\tilde{\gamma}} \cdot e^{-y \frac{\sqrt{2}\Delta \log 10}{10}}\right) e^{y \frac{\sqrt{2}\Delta \log 10}{10}} \quad (5.32)$$

que podrá representarse simplemente como $A'(y)$. Obsérvese como $A'(y, \chi)|_{\Delta=0} = A(\chi)$ o de forma abreviada $A'(y)|_{\Delta=0} = A$. Conviene resaltar que la segunda operación de esperanza matemática en (5.31) es respecto a δ .

La integración en y de (5.31) puede calcularse numéricamente mediante la fórmula en cuadratura de Gauss-Hermite [Dav84, pág.224]

$$\widehat{\nu} \simeq \frac{\log_2(e)}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} E_1(A'(y_m)) \quad (5.33)$$

con M_p el orden del polinomio de Hermite $H_{M_p}(\cdot)$, y_m los ceros de $H_{M_p}(\cdot)$ y $H_{y_m} = 2^{M_p+1} M_p! \sqrt{\pi} / [H_{M_p+1}(y_m)]^2$ los pesos del polinomio de Hermite de orden M_p .

5.4.2 BER Instantánea Promedio

Aplicando el mismo procedimiento a la BER instantánea promedio se obtiene

$$\begin{aligned} \widehat{BER}_0 &= \frac{E \left[E \left[\left[\frac{1}{5} \exp \left(-K_T \frac{\gamma_\tau}{\tilde{\gamma}} \right) u(\tilde{\gamma} - \widehat{\gamma}_0(\delta)) \right] \right] \right]}{Pr\{\tilde{\gamma} \geq \widehat{\gamma}_0(\delta)\}} \\ &= \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{x + A'(y)}{x - \lambda + A'(y) + B} \exp \left(-\lambda \frac{x + A'(y)}{x - \lambda + A'(y) + B} \right) e^{-x} e^{-y^2} dx dy \end{aligned} \quad (5.34)$$

con $B = B(\chi)$ y $\lambda = \lambda(\tau_D)$ tal como se definieron en (5.19).

De nuevo puede realizarse la siguiente aproximación numérica

$$\widehat{BER}_0 \simeq \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} \sum_{n=1}^{N_p} H_{y_m} L_{x_n} \frac{x_n + A'(y_m)}{x_n - \lambda + A'(y_m) + B} \exp \left(-\lambda \frac{x_n + A'(y_m)}{x_n - \lambda + A'(y_m) + B} \right) \quad (5.35)$$

combinando las fórmulas de Gauss-Hermite y Gauss-Laguerre para evaluar la integral doble.

5.4.3 Potencia Media

Las nuevas expresiones para la potencia media son

$$\begin{aligned} \frac{\widehat{S}}{S} &= \mathbb{E} \left[\mathbb{E} \left[\left[\frac{5K_T}{8} \left(\frac{1}{\widehat{\gamma}_0(\delta)} - \frac{1}{\widehat{\gamma}} \right) \cdot u(\widehat{\gamma} - \widehat{\gamma}_0(\delta)) \right] \right] \right] = \\ &= \frac{5B}{8\widetilde{\gamma}\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(\frac{e^{-A'(y)}}{A'(y)} - E_1(A'(y)) \right) e^{-y^2} dy \simeq \frac{5B}{8\widetilde{\gamma}\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} \left(\frac{e^{-A'(y_m)}}{A'(y_m)} - E_1(A'(y_m)) \right) \end{aligned} \quad (5.36)$$

5.4.4 Probabilidad de Bloqueo

La probabilidad de bloqueo con los errores de variación lenta queda expresada como

$$\begin{aligned} \Pr \{ \widehat{Bloqueo} \} &= \mathbb{E} [\Pr \{ \widehat{\gamma} < \widehat{\gamma}_0(\delta) \}] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (1 - e^{-A'(y)}) \cdot e^{-y^2} dy \\ &\simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} (1 - e^{-A'(y_m)}) \end{aligned} \quad (5.37)$$

5.4.5 Interpretación de los Resultados Analíticos

En la tabla 5.2 se resumen las fórmulas analíticas completas que consideran tanto los errores de variación lenta como los de variación rápida.

La primera observación es que la única diferencia entre estas expresiones y las de la tabla 5.1 es la substitución del parámetro $A'(y)$ por A . De hecho, cuando los errores de variación lenta son despreciables ($\Delta = 0$) se cumple que $A'(y) = A$ y consistentemente las expresiones de la tabla 5.2 se reducen a las de la tabla 5.1.

La segunda observación surge como consecuencia de la primera al analizar detenidamente la expresión asociada al parámetro $A'(y)$. En el apéndice 3-B se llegó a que, para desvanecimiento Rayleigh, $\Phi(x) \sim 5/8 x$ cuando $x \rightarrow 0$ o lo que es lo mismo $\Psi_0 \sim 5/8 K_T/\widetilde{\gamma}$ cuando $\widetilde{\gamma} \rightarrow \infty$. El argumento de la función $\Phi(x)$ que aparece en $A'(y)$ es $x = K_T/\widetilde{\gamma} \exp(-y\sqrt{2}\Delta \log 10/10)$ y toma habitualmente valores pequeños. En efecto, nótese que $y = \delta/(\sqrt{2}\Delta)$ es una VA gaussiana de media cero, el término $\sqrt{2}\Delta \log 10/10$ vale como mucho 1.3 para $\Delta = 4$ y el parámetro

Tabla 5.2: Resultados analíticos incluyendo los errores de variación lenta.

EFICIENCIA ESPECTRAL	$\widehat{\nu} \simeq \frac{\log_2(e)}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} E_1(\mathbf{A}'(y_m))$
BER INSTANTÁNEA PROMEDIO	
$\widehat{BER}_0 \simeq \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} \sum_{n=1}^{N_p} H_{y_m} L_{x_n} \frac{x_n + \mathbf{A}'(y_m)}{x_n - \lambda + \mathbf{A}'(y_m) + \mathbf{B}} \exp\left(-\lambda \frac{x_n + \mathbf{A}'(y_m)}{x_n - \lambda + \mathbf{A}'(y_m) + \mathbf{B}}\right)$	
POTENCIA TRANSMITIDA	$\frac{\widehat{S}}{\bar{S}} \simeq \frac{5\mathbf{B}}{8\tilde{\gamma}\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} \left(\frac{e^{-\mathbf{A}'(y_m)}}{\mathbf{A}'(y_m)} - E_1(\mathbf{A}'(y_m)) \right)$
PROBABILIDAD DE BLOQUEO	$\Pr \{ \widehat{Bloqueo} \} \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{m=1}^{M_p} H_{y_m} (1 - e^{-\mathbf{A}'(y_m)})$
$\mathbf{A}'(y) = \frac{1}{1-\chi} \Phi\left(\frac{K_T}{\tilde{\gamma}} \cdot e^{-y \frac{\sqrt{2}\Delta \log 10}{10}}\right) e^{y \frac{\sqrt{2}\Delta \log 10}{10}} \quad \text{con } y = \delta/(\sqrt{2}\Delta)$ $\mathbf{B}(\chi) = \mathbf{B}(\chi; K_T) = \frac{K_T}{1-\chi} = \frac{K_T}{1-\chi(\tilde{\gamma}; F, T_D)}$ $\lambda(\tau_D) = \lambda(\tau_D; K_T) = K_T J_0^2(2\pi\tau_D)$	

$K_T < 8$ para $BER_T \geq 10^{-4}$. Por lo tanto en cuanto la SNR media $\tilde{\gamma}$ sea mayor de unos pocos dB el argumento $x \ll 1$ e inmediatamente se infiere que $\mathbf{A}'(y) \simeq 1/(1-\chi)5/8 K_T/\tilde{\gamma} \simeq \mathbf{A}$. Las consecuencias de esta segunda observación son claras. Dentro de los valores habituales de los distintos parámetros del canal y del sistema, es de esperar un escaso impacto de los errores de variación lenta, al menos cuando el canal tiene una calidad media o alta.

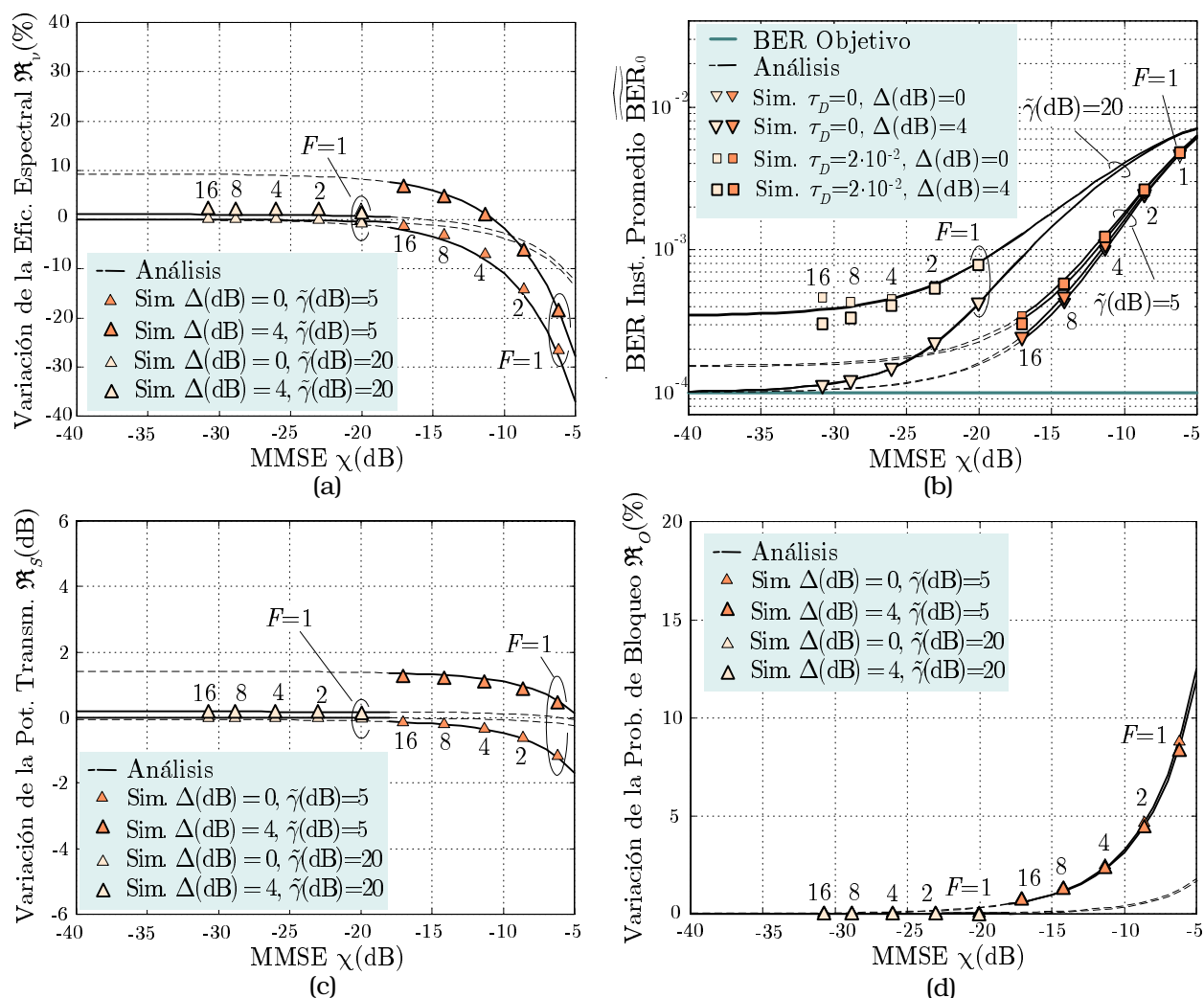


Figura 5.5: Efecto de la inclusión de los errores de variación lenta sobre las prestaciones del sistema AQAM en función del MMSE χ (dB) y Δ (dB), para diferentes estados del canal con $BER_T = 10^{-4}$ y $T_D = 5 \cdot 10^{-4}$. También se muestran los resultados de simulación para diferentes tamaños del filtro de estimación, concretamente $F = 1, 2, 4, 8$ y 16 coeficientes. (a) Variación relativa de la eficiencia espectral \mathfrak{R}_v (%) = $100 \times (\hat{\nu} - \tilde{\nu})/\tilde{\nu}$. (b) BER instantánea promedio en función del retardo de adaptación normalizado τ_D y Δ (dB). (c) Variación relativa de la potencia media transmitida \mathfrak{R}_s (dB) = $10 \cdot \log_{10}(\hat{S}/\tilde{S})$. (d) Variación relativa de la probabilidad de bloqueo \mathfrak{R}_O (%) = $100 \times (\Pr\{\hat{\gamma} < \gamma_0\} - \Pr\{\gamma < \gamma_0\})$.

5.4.6 Resultados Numéricos

En el conjunto de figs. 5.5 se resume la evaluación numérica de las fórmulas de la tabla 5.2 en función del MMSE χ , para diversos valores de: el retardo de adaptación τ_D , la desviación típica del error de estimación de variación lenta Δ

y la SNR media $\tilde{\gamma}$. De nuevo se asume una BER objetivo $BER_T = 10^{-4}$ y se han superpuesto los resultados de simulaciones realizadas mediante la extensión del método semianalítico de la sección 5.3.6 .

La variación que, en promedio, exhiben las diferentes magnitudes que describen las prestaciones del sistema viene a ratificar lo interpretado a partir de las fórmulas analíticas. En primer lugar, ninguna de ellas presenta variaciones adicionales a las producidas por los errores de variación rápida cuando el canal es favorable ($\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 20$). Es más, cuando la calidad del canal es baja ($\tilde{\gamma}(\text{dB}) = 5$), ni la BER media ni la probabilidad de bloqueo presentan ninguna variación debida a los errores de variación lenta. Puede afirmarse que estas dos magnitudes no sufren ningún impacto adicional por la presencia de esta fuente de error. Finalmente, tanto la eficiencia espectral como la potencia media pueden experimentar variaciones moderadas cuando el canal es desfavorable.

5.5 Conclusiones

Las conclusiones más importantes de este capítulo se enumeran a continuación:

- Se ha analizado el impacto de la adaptación no ideal en las prestaciones de los sistemas AQAM, particularizado al caso de desvanecimiento Rayleigh y esquema CC-I. Se ha considerado tanto el error en la estimación de las variaciones lentas como el de las rápidas. En este último caso se incluyeron dos fuentes de error: ruido de estimación y retardo de adaptación. El análisis se ha realizado en dos pasos, primero se han considerado sólo los errores de variación rápida y luego se han incluido los errores de variación lenta.
- Se han obtenido expresiones analíticas que evalúan la degradación de las prestaciones del sistema: eficiencia espectral, BER instantánea, potencia transmitida y probabilidad de bloqueo.
- Una valoración de los resultados numéricos y simulaciones aparece en la fig. 5.6. Los errores de variación rápida tienen, en términos generales, un fuerte impacto en la degradación de la BER mientras que su influencia en el

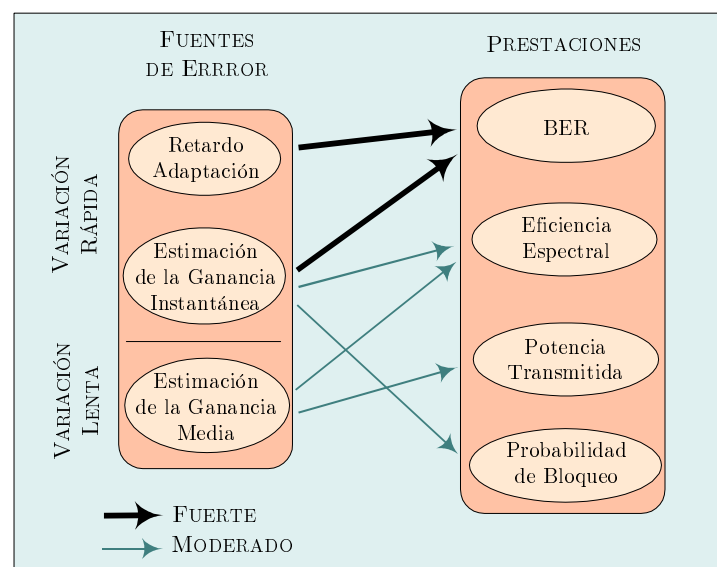


Figura 5.6: Resumen del efecto de la señalización no ideal en las prestaciones de los sistemas AQAM.

resto de las prestaciones es más moderada. Los errores de variación lenta apenas alteran en promedio ni la BER ni probabilidad de bloqueo, y su impacto es sólo apreciable de forma moderada en la eficiencia espectral y la potencia media transmitida.

- d) El análisis realizado permite extraer conclusiones interesantes acerca de los requisitos del filtro asociado al subsistema de estimación. Además, permite apuntar hacia posibles mejoras como la posibilidad de usar técnicas de predicción en los casos en que el retardo de adaptación sea particularmente elevado.

5.6 Apéndices

5-A Obtención de la PDF Condicional de la Estimación de la SNR Instantánea

Para obtener la PDF $p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma)$ se toma como punto de partida los resultados de [Tan99]. La estimación de la SNR instantánea $\hat{\gamma}$ se puede expresar como

$$\hat{\gamma} = \frac{\bar{S} \hat{\alpha}^2}{\sigma_n^2} = \frac{\hat{\alpha}^2}{\Omega} \Gamma = \frac{\hat{\alpha}^2}{\hat{\Omega}} \Upsilon \tilde{\gamma} \quad (5-A-1)$$

con $\hat{\Omega} = E[\hat{\alpha}^2]$ y $\Upsilon = \hat{\Omega}/\Omega$. Como $E[\hat{\gamma}] = \Upsilon \tilde{\gamma}$, el parámetro Υ representa el error relativo de la media de la estimación. La amplitud α y su estimación $\hat{\alpha}$ tienen una PDF conjunta de tipo Rayleigh bidimensional

$$p_{\alpha, \hat{\alpha}}(\alpha, \hat{\alpha}) = \frac{4\alpha\hat{\alpha}}{(1-\xi)\Omega\hat{\Omega}} I_0\left(\frac{2\sqrt{\xi}\alpha\hat{\alpha}}{(1-\xi)\sqrt{\Omega\hat{\Omega}}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{1-\xi}\left(\frac{\alpha^2}{\Omega} + \frac{\hat{\alpha}^2}{\hat{\Omega}}\right)\right) \quad (5-A-2)$$

donde

$$\xi = \frac{\text{cov}(\alpha^2, \hat{\alpha}^2)}{\sqrt{\text{var}(\alpha^2)\text{var}(\hat{\alpha}^2)}} \in [0, 1) \quad (5-A-3)$$

es el coeficiente de correlación entre α^2 y $\hat{\alpha}^2$. Es inmediato demostrar que ξ es también el coeficiente de correlación entre γ y su estimación $\hat{\gamma}$. Para obtener la PDF $p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma)$ téngase en cuenta que por un lado $\gamma = \frac{\alpha^2}{\Omega} \Gamma$ y por otro $\hat{\gamma} = \frac{\hat{\alpha}^2}{\hat{\Omega}} \Upsilon \tilde{\gamma}$ por lo que

$$p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) = \frac{p_{\gamma, \hat{\gamma}}(\gamma, \hat{\gamma})}{p_{\gamma}(\gamma)} = \frac{1}{(1-\xi)\tilde{\gamma}\Upsilon} I_0\left(\frac{2\sqrt{\xi\Upsilon\gamma\hat{\gamma}}}{(1-\xi)\tilde{\gamma}\Upsilon}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\xi\Upsilon\gamma + \hat{\gamma}}{(1-\xi)\tilde{\gamma}\Upsilon}\right) \quad (5-A-4)$$

Esta PDF es del tipo chi-cuadrado no centrada con dos grados de libertad [Pro95].

Siguiendo un procedimiento similar al de [Tan99] se llega a que ambos parámetros ξ y Υ contenidos en (5-A-4) se pueden expresar en función de: el número de taps del filtro de estimación F , la SNR media $\tilde{\gamma}$ y el intervalo de trama normalizado $T_D = f_D \cdot D \cdot T_S$

$$\Upsilon = \mathbf{H}\mathbf{R}\mathbf{H}' + \frac{\mathbf{H}\mathbf{H}'}{\tilde{\gamma}}, \quad \xi = \frac{(\mathbf{H}\mathbf{r}')^2}{\Upsilon} \quad (5-A-5)$$

donde \mathbf{R} es la matriz $F \times F$ de covarianza normalizada dada por $(R_{ij}) = J_0(2\pi T_D \cdot |i - j|)$, \mathbf{r} es el vector fila F -dimensional de covarianza normalizada con $(r_i) = J_0(2\pi T_D \cdot (i - 1))$ y \mathbf{H} es el vector fila F -dimensional de coeficientes del filtro tal que $(H_i) = h_{i-1}$.

El error cuadrático medio (*Mean Square Error*, MSE) se define como

$$\chi \doteq \frac{E[|\hat{c}_k - c_k|^2]}{E[c_k c_k^*]} \quad (5-A-6)$$

y puede ser expresado en función de ξ y Υ . En efecto, expandiendo (5-A-6) y considerando (5-A-5) se llega a

$$\chi = 1 + \Upsilon - \frac{2}{\Omega} E[\text{Re}\{\hat{c}_k c_k^*\}] = 1 + \Upsilon - 2\mathbf{H}\mathbf{r}' = 1 + \Upsilon - 2\sqrt{\xi\Upsilon} \quad (5-A-7)$$

Suponiendo que los coeficientes del filtro \mathbf{H} se eligen para minimizar el MSE, se llega a la solución óptima \mathbf{H}_{opt} resolviendo las ecuaciones de Wiener-Hopt [Pro95]

$$\mathbf{H}_{opt}' = (\mathbf{R} + \frac{1}{\tilde{\gamma}}\mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{r}' \quad (5-A-8)$$

con \mathbf{I} la matriz identidad $F \times F$. Substituyendo (5-A-8) en (5-A-5) y (5-A-7), se llega a las siguientes relaciones

$$\xi = \Upsilon = \mathbf{r}(\mathbf{R} + \frac{1}{\tilde{\gamma}}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{r}', \quad \chi = 1 - \xi = 1 - \mathbf{r}(\mathbf{R} + \frac{1}{\tilde{\gamma}}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{r}' \quad (5-A-9)$$

En definitiva, bajo el criterio MMSE (*Minimum MSE*), la PDF dada en (5-A-4) puede reescribirse como

$$p_{\hat{\gamma}/\gamma}(\hat{\gamma}/\gamma) = \frac{1}{\chi(1-\chi)\tilde{\gamma}} I_0\left(\frac{2\sqrt{\gamma\hat{\gamma}}}{\chi\tilde{\gamma}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(1-\chi)^2\gamma + \hat{\gamma}}{\chi(1-\chi)\tilde{\gamma}}\right) \quad (5-A-10)$$

Conclusiones y Líneas Futuras de Investigación

6.1 Conclusiones Generales

En esta tesis se han analizado aspectos avanzados relativos a los sistemas de modulación adaptativa para comunicaciones móviles en canales planos. Las aportaciones y conclusiones más importantes se enumeran a continuación:

- a) Se ha propuesto una formulación basada en tres escalas de tiempo (invarianza, media y global) que simplifica la descripción y el análisis del sistema.
- b) Se ha realizado un estudio detallado de las leyes de adaptación óptimas de los esquemas de variación continua *CC-I* y *CC-A* propuestas por Goldsmith et al. Para el esquema *CC-A* se han deducido nuevas expresiones analíticas cerradas que se aproximan a las leyes exactas. Para ambos esquemas se han desarrollado expresiones y procedimientos numéricos que permiten calcular la SNR de corte, resultando ser prácticamente iguales. Las prestaciones de los dos esquemas se han evaluado mediante la eficiencia espectral y la probabilidad de bloqueo, y, coincidiendo con los resultados de Goldsmith et al., se ha verificado que no existen diferencias apreciables en las prestaciones de los esquemas *CC-I* y *CC-A*.

- c) La implementación de la modulación adaptativa en un escenario real requiere algún tipo de discretización en las leyes de adaptación y potencia empleadas. En esta tesis se han propuesto dos tipos de esquemas de modulación adaptativa completamente discretos $DD-I-L$ y $DD-A-L$ basados en constelaciones BPSK o QAM cuadradas que emplean un número L de posibles niveles de potencia por constelación.
- d) Tras optimizar sus leyes de adaptación constelación-potencia, los esquemas $DD-I-L$ y $DD-A-L$ permiten aproximar la eficiencia espectral a la de los esquemas de variación continua $CC-I$ y $CC-A$ con un número reducido de constelaciones y niveles de potencia por constelación L . Para las especificaciones de un probable entorno de comunicaciones móviles de banda ancha, la información de señalización asociada con estos valores de L alcanza cifras razonables del orden del 2% ó 3% de la velocidad binaria del sistema.
- e) Se ha analizado el impacto de la adaptación imperfecta en las prestaciones de los sistemas AQAM, particularizado al caso de desvanecimiento Rayleigh y esquema $CC-I$. Se ha considerado tanto el error en la estimación de las variaciones lentas como el de las rápidas. En este último caso se han incluido dos fuentes de error diferentes: ruido de estimación y retardo de adaptación. Finalmente, se han obtenido expresiones analíticas que evalúan la degradación de las prestaciones del sistema: eficiencia espectral, BER instantánea, potencia transmitida y probabilidad de bloqueo.
- f) El estudio analítico realizado sobre la adaptación imperfecta en el sistema de modulación adaptativa ha permitido extraer las siguientes conclusiones. Los errores de variación rápida tienen, en términos generales, un fuerte impacto en la degradación de la BER mientras que su influencia en el resto de las prestaciones es más moderada. Los errores de variación lenta apenas alteran en promedio ni la BER ni probabilidad de bloqueo, y su impacto es sólo apreciable de forma moderada en la eficiencia espectral y la potencia media transmitida.

6.2 Líneas Futuras de Investigación

Se pueden enumerar varios aspectos en los que se podría ampliar el trabajo realizado en esta tesis:

- a) Estudiar sistemas de modulación adaptativa que consideren otros objetivos. A lo largo de esta tesis el único objetivo de los esquemas AQAM ha sido maximizar la eficiencia espectral. Sin embargo, los requisitos de calidad de determinados servicios (voz, video, etc.) imponen, por ejemplo, ciertas restricciones sobre el retardo de la información transmitida [Raz02]. Debido a la importancia de la calidad de servicio en las redes inalámbricas actuales, esta línea de trabajo resulta particularmente interesante.
- b) Completar el análisis del efecto de la adaptación imperfecta. Los resultados analíticos obtenidos en esta tesis están sujetos a una serie de aproximaciones y particularizaciones. En primer lugar, sería especialmente interesante la extensión de dicho análisis a los esquemas discretos. En segundo lugar, se podría analizar el error introducido cuando se usa predicción de canal para compensar el retardo de adaptación [She01], [Fal04].
- c) Incorporación de codificación de canal. La utilización de codificación de canal en combinación con la modulación adaptativa parece casi segura en los futuros sistemas de comunicaciones móviles [Cla02]. Las diferentes técnicas de codificación de canal (convolucionales, turbocódigos, etc...) junto con un cierto nivel de entrelazado permiten reducir drásticamente los errores de transmisión. Aunque existen numerosas propuestas para combinar modulación adaptativa y codificación de canal, desde [Gol98] hasta [Hol00] y [Cla02], se podría estudiar cuál es la técnica de codificación más apropiada para los esquemas de modulación completamente discretos como los *DD-I-L* y *DD-A-L*.
- d) Extensión a canales selectivos en frecuencia. Los esquemas de modulación adaptativa discreta propuestos son fácilmente aplicables en canales con desvanecimientos selectivos en frecuencia. Los sistemas de modulación adaptativa con OFDM (AOFDM), como los abordados en [Agu98], podrían incorporar de forma inmediata un esquema *DD-I-L* o *DD-A-L*. Además, esto mismo podría afirmarse de los sistemas monoportadora con ecualización DFE o Tomlinson-Harashima [Won00], [Par01a]. Por otra parte, la extensión del análisis sobre el efecto de la adaptación imperfecta resulta en principio menos directa y podría abrir una interesante línea de investigación.

- e) Integrar la modulación adaptativa con el acceso al medio compartido. En las redes de comunicaciones inalámbricas el canal radio es utilizado de forma simultánea por un cierto número de usuarios. El trabajo de esta tesis podría extenderse para integrar los esquemas de modulación adaptativa propuestos con técnicas de compartición del medio como CDMA [Lau99], [Jaf03]. En este sentido, en [Xia99] se propone una línea de trabajo especialmente atractiva que consiste en diseñar algoritmos de modulación adaptativa orientados por la red. La incorporación de los esquemas de adaptación discretos a este tipo de algoritmos resultaría de gran interés práctico para las futuras redes de comunicaciones inalámbricas.

Referencias

- [Abr70] M. Abramowitz y I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, Nueva York, 1970.
- [Agu97] M.C. Aguayo-Torres, F. Ruiz, J.T. Entrambasaguas y J.D. Baños Polglase, “Codificación multitono adaptativa para canales variantes,” *Actas del XII Symposium Nacional de la URSI*, Septiembre 1997.
- [Agu98] M.C. Aguayo-Torres, J.T. Entrambasaguas y F. Ruiz, “Variable rate multitone system for multipath fading channels,” *Elec. Lett.*, vol. 34, no. 12, pág. 1203–1204, Junio 1998.
- [Agu01] M. C. Aguayo-Torres, *Modulación Multiportadora Adaptativa para Canales Selectivos en Frecuencia con Desvanecimientos*, Tesis Doctoral, Universidad de Málaga, Mayo 2001.
- [Alo98] M-S. Alouni y A. J. Goldsmith, “Adaptive modulation over Nakagami fading channels,” *Kluwer Wireless Personal Comm.*, vol. 13, pág. 119–143, Mayo 2000.
- [Alo99] M- S. Alouini y A. J. Goldsmith, “Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, pág. 1165-1181, Julio 1999.
- [Bad99] R. E. Badra y M. Daneshrad, “Asymmetric physical layer design for high-speed digital wireless communications,” *IEEE JSAC*, pág. 1712–1724, 1999.
- [Bea01] N. C. Beaulieu y C. Cheng, “An efficient procedure for Nakagami-m fading simulation,” *Proc. IEEE Global Telecomm. Conf., (GLOBECOM’01)*, pág. 3336–3342, 2001.
- [Bur85] R. L. Burden y J. D. Faires, *Análisis Numérico*, Grupo Editorial Iberoamérica, México D.F., 1985.

- [Byo03] C. Byoungjo y L. Hanzo, "Optimum mode-switching-assisted constant-power single- and multicarrier adaptive modulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, pág. 536–560, Mayo 2003.
- [Car86] A. B. Carlson, *Communication Systems*, McGraw-Hill, Singapur, 1986.
- [Cav91] J. K. Cavers, "An analysis of pilot symbol assisted modulation for Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, pág. 686–693, Noviembre 1991.
- [Cim85] L. J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using Orthogonal Frequency Division Multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 33, no. 7, pág. 665–675, Julio 1985.
- [Cla02] B. Classon, K. Blankenship y V. Desai, "Channel coding for 4G systems with adaptive modulation and coding," *IEEE Personal Commun.*, pág. 8–13, Abril 2002.
- [Czy96] A. Czylik, "Adaptive OFDM for wideband radio channels," *Proc. IEEE Global Telecomm. Conf., (GLOBECOM'96)*, pág. 713–717, 1996.
- [Chu01] S. T. Chung y A. J. Goldsmith, "Degrees of freedom in adaptive modulation: a unified view," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 9, pág. 1561–1571, Septiembre 2001.
- [Dav84] P. J. Davis y P. Rabinowitz, *Methods of Numerical Integration*, Academic Press, San Diego, 1984.
- [Dia03] E. M. Díaz y otros, "STRIKE: spectrally efficient fixed wireless network based on dual standards," *Proc. Mobile Future and Symposium on Trends in Communications, (SympoTIC '03)*, pág. 26–28, Octubre 2003.
- [Ekl02] C. Eklund, R. B. Marks, K. L. Stanwood, S. Wang, "IEEE standard 802.16: a technical overview of the WirelessMANTM air interface for broadband wireless access," *IEEE Commun. Mag.*, pág. 98–107, Junio 2002.
- [Els77] L. Elsgoltz, *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional*, MIR, Moscú, 1977.
- [Fal04] S. Falahati, A. Svensson, M. Sternad y T. Ekman, "Adaptive Modulation Systems for Predicted Wireless Channels," *IEEE Trans. Comm.*, aceptado para su publicación. Borrador disponible en <http://www.signal.uu.se/Publications/pdf/p0402.pdf>
- [Fro01] M. Frodigh, S. Parkvall, C. Roobol, P. Johansson y P. Larson, "Future-generation wireless networks," *IEEE Personal Commun.*, pág. 10–17, Octubre 2001.

- [Gil89] P. E. Gill, W. Murray y M. H. Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, San Diego, 1989.
- [Goe99] D. L. Goeckel, "Adaptive coding for time-varying channels using outdated fading estimates," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pág. 844–855, Junio 1999.
- [Goe01] K. M. Kamath y D. L. Goeckel, "Adaptive modulation schemes for minimum outage probability in wireless systems," *Proc. IEEE Global Telecomm. Conf., 2001 (GLOBECOM'95)*, vol. 2, pág. 1267–1271, 2001.
- [Goe01b] S. Wei y D. L. Goeckel, "Error statistics for average power measurements in wireless communication systems," *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC)*, vol. 4, pág. 1073–1077, 2001.
- [Gol94] A. J. Goldsmith, L. Greenstein y G. Foschini, "Error statistics of real-time power measurements in cellular channels with multipath and shadowing," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, pág. 439–446, Agosto 1994.
- [Gol97] A. J. Goldsmith y S. Chua, "Variable-rate variable-power MQAM for fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, pág. 1218–1230, Octubre 1997.
- [Gol98] A. J. Goldsmith y S. Chua, "Adaptive coded modulation for fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pág. 595–610, Mayo 1998.
- [Gra94] I. S. Gradshteyn y I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, San Diego, Academic Press, 1994.
- [GSM90] ETSI, European Telecommunications Standards Institute, *GSM Rec. 05.05, Annex 4: Propagation Conditions*, Septiembre 1990.
- [Gud91] M. Gudmundson, "Correlation model for shadow fading in mobile radio systems," *Elec. Lett.*, vol. 27, no. 23, pág. 2145–2146, Noviembre 1991.
- [Ho93] M. J. Ho y G. L. Stüber, "Co-channel interference of microcellular systems on shadowed Nakagami fading channels," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'93)*, Secaucus, NJ, pág. 568–571, Mayo 1993.
- [Hol00] K. J. Hole, H. Holm y G. E. Oien "Adaptive multidimensional coded modulation over flat fading channels," *IEEE JSAC*, pág. 1153–1158, Julio 2000.
- [Hol02] H. Holm, "Adaptive Coded Modulation Performance and Channel Estimation Tools for Flat Fading Channels," *PhD thesis*, Dept. of Telecommunications, Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Abril 2002.

- [Hon02] H. Honkasalo, K. Pehkonen, M. T. Niemi y A. T. Leino, "WCDMA and WLAN for 3G and beyond," *IEEE Personal Commun.*, pág. 14–18, Abril 2002.
- [Jaf03] S. A. Jafar y A. J. Goldsmith, "Adaptive multirate CDMA for uplink throughput maximization," *IEEE Trans. on Wireless Comm.*, pág. 218–228, Marzo 2003.
- [Jer00] M. C. Jeruchim, P. Balaban y K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, Kluwer Academic Publishers, New York, 2000.
- [Kim97] Y. S. Kim, C. J. Kim, G. Y. Jeong, Y. J. Bang, H. K. Park, y S. S. Choi, "New Rayleigh fading channel estimator based on PSAM channel sounding technique," *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC)*, pág. 1518–1520, 1997.
- [Kos00] C. Kose y D. Goeckel, "On power adaptation in adaptive signaling systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 11, pág. 1769–1773, Noviembre 2000.
- [KR02] J. Kim, S. Ro, I. Hwang, D. Hong y C. Kang, "Performance of adaptive modulation with transmit diversity over frequency-selective Rayleigh fading channels," *Elec. Lett.*, vol. 38, no. 19, pág. 1136–1137, Septiembre 2002.
- [Lau99] V. K. N. Lau y S. V. Maric, "Variable rate adaptive modulation for DS-SS-CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 11, pág. 577–589, Abril 1999.
- [Lee94] E. A. Lee y D. G. Messerschmitt, *Digital Communication*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1994.
- [Liu03] J. Lin-Liu, "Who will get China's 3G dowry?," *Spectrum, IEEE*, vol. 40, pág. 16-18, Abril 2003.
- [Lon03] F. Y. Long y K. T. Long, "Measurements for performance degradation of adaptive modulation scheme caused by channel quality estimation error," *Communications, IEE Proceedings*, vol. 150, pág. 80-84, Abril 2003.
- [Mat00] *Optimization Toolbox User's Guide*, The MathWorks Inc., Natick MA, 2000.
- [Mot00] *Work Item: Description sheet for High Speed Downlink Packet Access*, TSGR 7(00)0032, Madrid, Marzo 2002.
- [PAN03] "IEEE 802.15 WPAN High Rate Alternative PHY Task Group 3a,". Información disponible en:
<http://www.ieee802.org/15/pub/TG3a.html>
- [Pap91] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, Singapur, 1991.

- [Par00] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Precodificación Tomlinson-Harashima para redes locales inalámbricas con duplexación en el dominio del tiempo," *Actas del XV Symposium Nacional de la URSI*, Zaragoza, pág. 263-264, Septiembre 2000.
- [Par01a] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Improving the Adaptive Rate QAM-DFE Systems Performance by Using Tomlinson-Harashima Precoding," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'01 Spring)*, Rodas, Grecia, pág. 1216 -1220, Mayo 2001.
- [Par01b] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Optimum discrete-power adaptive QAM scheme for Rayleigh fading channels," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 5, no. 7, pág. 281-283, Julio 2001.
- [Par02] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Análisis del efecto del ruido de estimación de canal en la BER de los sistemas de modulación adaptativa," *Actas del XVII Symposium Nacional de la URSI*, Alcalá de Henares, pág. 239-240, Septiembre 2002.
- [Par04] J. F. Paris, M. C. Aguayo-Torres y J. T. Entrambasaguas, "Impact of imperfect channel estimation on adaptive modulation performance in flat fading," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 52, no. 5, Mayo 2004.
- [Pro91] J. G. Proakis, "Adaptive equalization for TDMA digital mobile radio," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, pág. 333-341, Mayo 1991.
- [Pro95] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, Singapur, 1995.
- [Prr02] R. Parry, "cdma2000 1/spl times/EV-DO," *IEEE Potentials*, pág. 10-13, Octubre 2002.
- [Rap96] T. S. Rappaport, *Wireless Communications*, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [Raz02] J. Razavilar, K. J. R. Liu, y S. I. Marcus, "Jointly optimized bit-rate/delay control policy for wireless packet networks with fading channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 50, pág. 484-494, Marzo 2002.
- [Rui94] F. Ruiz y J. Baños, "Implementación de un simulador software de desvanecimiento multicamino para comunicaciones móviles," *Actas del IX Symposium Nacional de la URSI*, pág. 788-792, Septiembre 1994.
- [Sam93] S. Sampei y T. Sunaga, "Rayleigh fading compensation for QAM in land mobile radio communications," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 42, pág. 137-147, Mayo 1993.

- [Sam98] S. Sampei, N. Morinaga y K. Hamaguchi, "Experimental results of a multi-mode adaptive modulation/TDMA/TDD system for high quality and high bit rate wireless multimedia communication systems," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'98)*, pág. 934–938, Mayo 1998.
- [She01] H. Shengquan y A. Duel-Hallen, "Combined adaptive modulation and transmitter diversity using long range prediction for flat fading mobile radio channels," *Global Telecommunications Conference*, vol. 2, pág. 1256–1261, 2001.
- [Sim00] M. K. Simon y M-S. Alouini, *Digital Communications over Fading Channels*, John Wiley and Sons, Nueva York, 2000.
- [Stu96] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communication*, Kluwer, Boston, 1996.
- [Tan99] X. Tang, M-S. Alouini y A. J. Goldsmith, "Effect of channel estimation error on M-QAM BER performance in Rayleigh fading," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, pág. 1856–1864, Diciembre 1999.
- [Tor96] J. M. Torrance y L. Hanzo, "Upper bound performance of adaptive modulation in slow Rayleigh fading channel," *Elec. Lett.*, vol. 32, no. 8, pág. 718–719, Abril 1996.
- [Ue95] T. Ue, S. Sampei y N. M. Morinaga, "Symbol rate and modulation level controlled adaptive modulation/TDMA/TDD for personal communications systems," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'95)*, pág. 306–310, Julio 1995.
- [Web95] W. T. Webb y R. Steele, "Variable rate QAM for mobile radio," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pág. 2223–2230, Julio 1995.
- [Won00] C. H. Wong y L. Hanzo, "Upper-bound performance of a wide-band adaptive modem," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pág. 367–369, Marzo 2000.
- [Xia99] Q. Xiaoxin y K. Chawla "On the performance of adaptive modulation in cellular systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pág. 884–895, Junio 1999.
- [Yac99] M. D. Yacoub, J. E. Vargas-Bautista y L. Guerra-de-Rezende "On higher order statistics of the Nakagami- m distribution," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pág. 790–794, Mayo 1999.
- [Zho03] Y. Zhou, F. Chin, Y-C Lian y C-C Ko "Performance comparison of transmit diversity and beamforming for the downlink of DS-CDMA system," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, pág. 320–334, Marzo 2003.