

Casos de estudio de tablas de mortalidad y supervivencia para Ciencias Actuariales

Antonio Fernández Morales

Departamento de Economía Aplicada - Estadística y Econometría
Universidad de Málaga. 2022



Esta obra se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada. Puede copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra bajo las condiciones siguientes:

- Reconocimiento: Debe reconocer los créditos de la obra citando al autor.
- No comercial: No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- Sin obras derivadas: No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

1. Introducción

Las tablas de supervivencia y mortalidad ocupan una posición muy relevante en la actividad profesional actuarial en la rama vida. Con las diferentes variantes de este tipo de tablas se facilita el cálculo de probabilidades de supervivencia y fallecimiento, dependiendo de la edad, sexo y otras variables como el año de nacimiento, el año de calendario, o la duración en el colectivo de asegurados, [1], [2], [3], [4]. Estas tablas, de gran tradición en la profesión actuarial, constituyen un instrumento alternativo a los modelos paramétricos más complejos [5], [6], [7], [8]. Por otra parte, la evolución temporal del fenómeno de la mortalidad humana, junto con nuevas fuentes de información y tecnologías disponibles asociadas al metodologías de *big data*, [9], aconseja actualizar con una cierta frecuencia las tablas de uso común, tal como ha propuesto recientemente la Dirección General de Seguros en España con la publicación de las tablas PER2020.

Los casos de estudio propuestos en este trabajo pretenden contribuir a la adquisición de las competencias profesionales requeridas en el ámbito actuarial [10], [11], [12], [13], que a menudo requieren un alto grado de multidisciplinariedad [14], [15]. Adicionalmente, pueden ser empleados como base para la realización de trabajos, proyectos colaborativos y de actividades adaptadas a procesos de aprendizaje en línea [16], [17], [18], [19], que pueden ser de utilidad en entornos virtuales planificados o motivados por acontecimientos como los recientemente ocasionados por la pandemia de la COVID-19 [20], [21], [22]. En este sentido, pueden ser complementados con otros instrumentos interactivos disponibles, desarrollados específicamente en el ámbito de la formación actuarial, como por ejemplo en la generación de tablas dinámicas de supervivencia, [23], [24], [25], en el campo de la simulación de la supervivencia [26], [27], de la supervivencia en edades avanzadas, [28], [29], de procesos estocásticos en seguros [30], [31], y otros más genéricos, [32], [33], [34].

2. Casos de estudio

Caso 1

En la tabla adjunta se incluyen los valores de q_x para el colectivo femenino con edades comprendidas entre 50 y 60 años correspondientes a la tabla AG2018 de los Países Bajos [35] en su proyección para 2022. Calcular:

- Los valores de las columnas l_x , d_x y p_x .
- ${}_{10}p_{50}$, ${}_5p_{50}$ y ${}_5p_{55}$.
- ${}_5q_{50}$, ${}_5|q_{50}$, ${}_2q_{55}$ y ${}_5|_2q_{50}$.

x	q_x
50	0,001950055
51	0,002193659
52	0,002412549
53	0,002579292
54	0,002836097
55	0,003088332
56	0,003343117
57	0,003618955
58	0,003983459
59	0,004255509
60	0,004720679

Caso 2

Los datos de la tabla adjunta proceden del ISTAT y están referidos al colectivo masculino de la población general en Italia para el año 2021 (datos estimados) [36].

Calcular:

- Los valores de las columnas l_x , d_x y p_x .
- La esperanza reducida de vida a los 90 años y a los 95 años.
- Aproximar para las mismas edades un valor para la esperanza completa de vida.

x	$1000q_x$
90	173,30804
91	192,15108
92	210,16616
93	229,46572
94	250,75095
95	274,85301
96	294,48656
97	315,27349
98	336,59533
99	359,82629
100	390,30531
101	427,55695
102	460,82995
103	494,61828
104	528,63236
105	562,56639
106	596,11695
107	628,98605
108	660,89964
109	691,60641
110	720,89205
111	748,58001
112	774,53751
113	798,67011
114	820,92565
115	841,28684
116	859,77108
117	876,42113
118	891,30394
119	904,5024

Caso 3

El gráfico adjunto muestra las probabilidades anuales de fallecimiento que generan las tablas alemanas DAV 2004R [37], segundo orden, población masculina, agregada, para los siguientes casos:

- Cohorte de nacidos en 1980.
- Cohorte de nacidos en 2000.
- Probabilidades estimadas para el año 2020.
- Probabilidades estimadas para el año 2040.

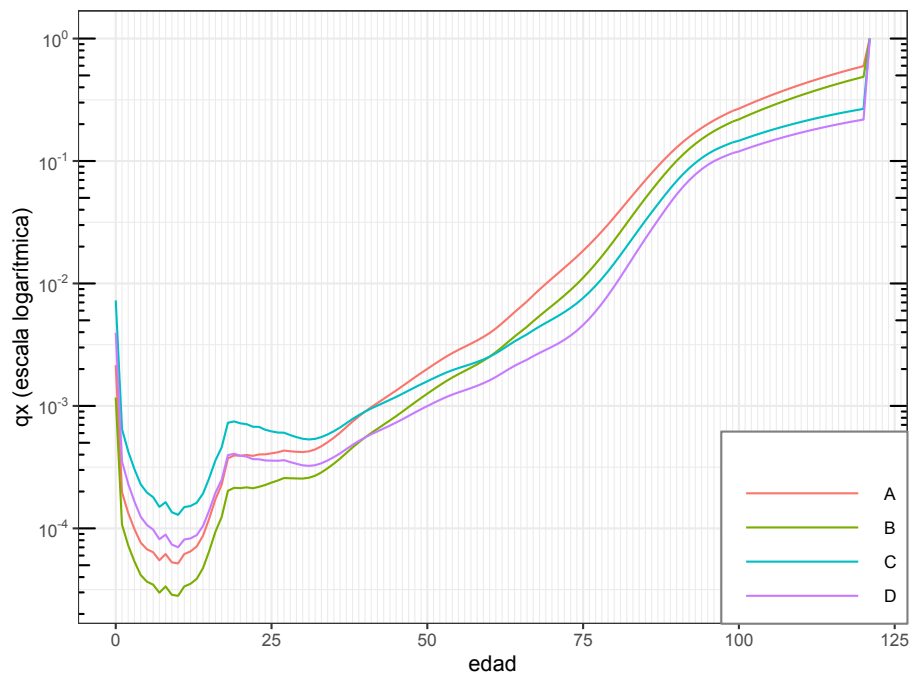
Identifique cada uno de los cuatro casos del gráfico.

A:

B:

C:

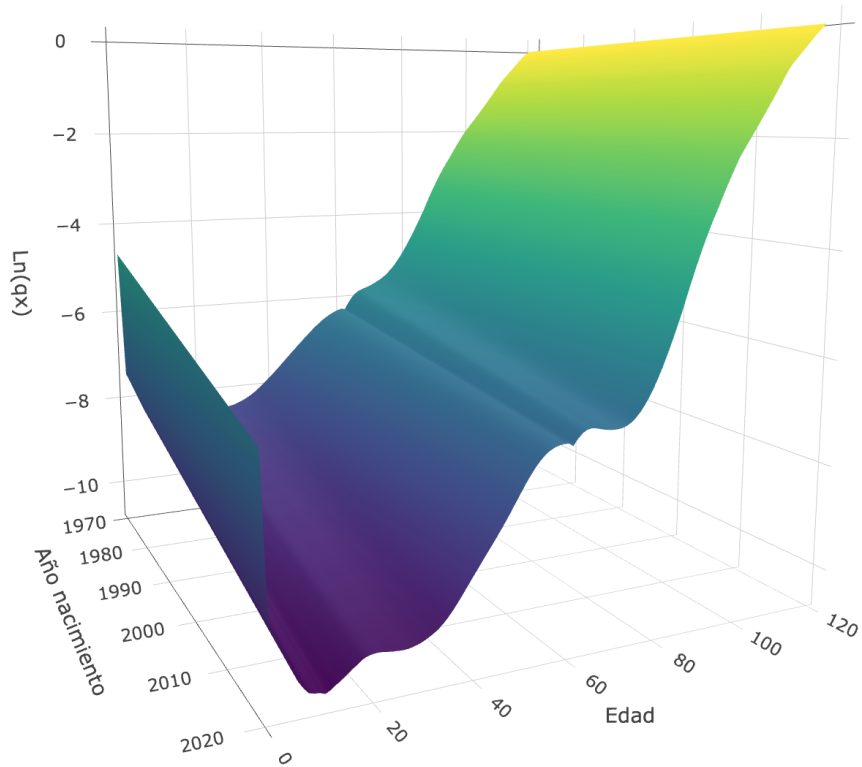
D:



Caso 4

Usando la información de la tabla PER2020_Ind_2ndo.orden [38],

- Calcular las probabilidades p_{35} , ${}_2p_{35}$ y ${}_3p_{35}$ de una mujer nacida en 2000.
- Calcular q_{40} , q_{50} y q_{60} de una mujer nacida en 2000 y situarlas en el gráfico (en logaritmos).
- Calcular los valores de q_{40} , q_{50} y q_{60} que genera la tabla para el año 2030 y situarlas en el gráfico (en logaritmos).

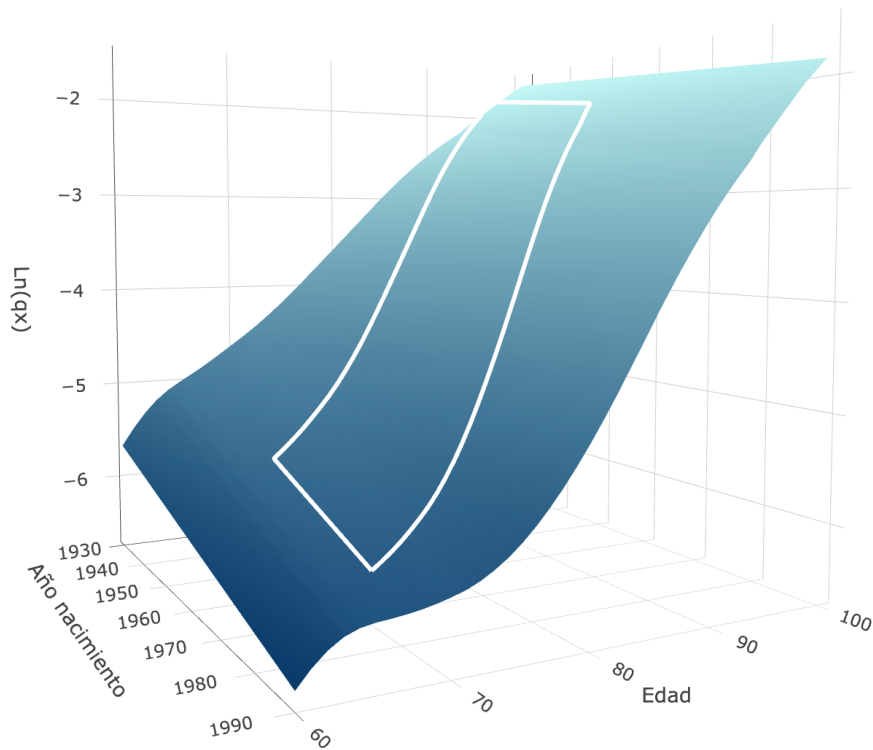


Caso 5

Calcular la esperanza de vida a los 65 años de una mujer nacida en 1980, usando la información de la tabla PER2020_Ind_2ndo.orden [38].

Caso 6

En la figura se muestra las probabilidades anuales de fallecimiento (en logaritmos) para edades comprendidas entre 60 y 100 años del colectivo femenino generadas por la tabla PER2020_Col.2ndo.orden [38], correspondientes a las generaciones nacidas entre 1930 y 1990.



Calcule las probabilidades q_{65} y q_{95} proyectadas para el colectivo femenino en los años 2025 y 2050 según dicha tabla, sitúelas en la figura e interprete el recinto que configuran.

Caso 7

Con los datos de la tabla PASEM2020_General.2ndo_orden [38], calcule las probabilidades siguientes para el colectivo masculino y para el femenino: ${}_3q_{60}$, ${}_3|q_{60}$ y ${}_3|_2q_{60}$.

Caso 8

La siguiente tabla con periodo de selección de 5 años está basada en la tabla TFS00 británica para el colectivo: *Temporary Assurances, females, smokers*, [39]. Utilizando esta información, calcular la probabilidad de que una mujer de este colectivo con edad exacta igual a 45 años muera antes de cumplir 49 años teniendo en cuenta que:

- a) Acaba de asegurarse.
- b) Se aseguró hace 2 años.
- c) Se aseguró hace 5 años.

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	$l_{[x]+3}$	$l_{[x]+4}$	l_x	x
40	99051	99023	98980	98921	98842	98738	45
41	98956	98923	98874	98807	98716	98598	46
42	98851	98813	98757	98679	98576	98442	47
43	98734	98690	98625	98537	98419	98266	48
44	98604	98552	98478	98377	98242	98068	49
45	98458	98399	98314	98198	98044	97845	50

Caso 9

Disponemos del siguiente fragmento de la tabla aplicable a un colectivo concreto de asegurados y queremos calcular la esperanza reducida de vida de una persona de este colectivo con 30 años, que acaba de contratar el seguro.

x	l_x	e_x
30	977 265	58,62
31	976 321	57,68
32	975 420	56,73
33	974 516	55,79

Sabemos que la probabilidad de supervivencia durante los dos años siguientes al contrato es superior a la mortalidad general con la siguiente expresión:

$$p_{[x]} = \frac{1 + p_x}{2} \quad p_{[x]+1} = \frac{1 + 2p_{x+1}}{3}$$

Caso 10

Complete la tabla adjunta con la información de la tabla británica TFSL16, correspondiente a la *Series 16: accelerated critical illness and term mortality tables* [40], [41], para el colectivo *Female, smokers (mortality including terminal illness)* y calcule:

- a) ${}_2p_{[52]}$.
- b) ${}_2q_{[52]+2}$.
- c) ${}_2|2q_{[52]+2}$.

$[x]$	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	q_x	x
50	53
51	54
52	55
53	56
54	57
55	58
56	59

Referencias

- [1] Leung, A. (2021). *Actuarial Principles: Lifetables and Mortality Models*. Academic Press.
- [2] Arnold, S., Jijiie, A., Jondeau, E., Rockinger, M. (2019). Periodic or generational actuarial tables: which one to choose?. *European Actuarial Journal* 9, 519–554. <https://doi.org/10.1007/s13385-019-00198-x>
- [3] Dickson, D. C., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2019). *Actuarial mathematics for life contingent risks*, 3rd Ed. Cambridge University Press.
- [4] Malov, S. V., O'Brien S. J. (2018). Life table estimator revisited. *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 47:9, 2126-2133, DOI: 10.1080/03610926.2017.1335418
- [5] Pitacco, E. (2019). Heterogeneity in mortality: a survey with an actuarial focus. *European Actuarial Journal*, 9, 3–30.
- [6] Basellini, U., Canudas-Romo, V., Lenart, A. (2019). Location–Scale Models in Demography: A Useful Re-parameterization of Mortality Models. *European Journal of Population*, 35, 645–673 .
- [7] McDonald, A. S., Richards, S. J., Currie, I. D. (2018). *Modelling Mortality with Actuarial Applications*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [8] Currie, I. D. (2016). On fitting generalized linear and non-linear models of mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, 6(4), 356-383.
- [9] Mayorga Toledano, M. C. (2021). Limitaciones legales de la analítica predictiva y el big data en el ámbito asegurador. *Derecho de seguros: nuevas realidades y nuevos retos*. Marcial Pons, 313-327.
- [10] Trigo-Martínez, E., Fernández-Morales, A: (2017). Collaborative projects for developing technological and professional competences in Actuarial Science, *EDULEARN17 Proceedings, 9th International Conference on Education and New Learning Technologies*, Valencia: IATED, pp. 2767-2772.
- [11] Fernández-Morales, A., Trigo-Martínez, E., Moreno-Ruiz, R., Gómez-Pérez-Cacho, O. (2019). Involving professionals in curricular activities for developing actuarial skills. *INTED2019 Proceedings*, pp. 9113-9117, 2019. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/inted.2019.2267>
- [12] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2018). Coordination, transversality and professional skills in actuarial education. *11th*

- annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2018 Proceedings*, pp. 2714-2719, Sevilla: IATED. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/iceri.2018.1601>
- [13] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A., Moreno-Ruiz, R. (2020). Actions for the contextualization and development of professional competences. *12th Annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN20 Proceedings*, pp. 5379-5385. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2020.1417>
- [14] Fernández-Morales, A., Trigo-Martínez, E., Gómez Pérez-Cacho, O. (2020). Multidisciplinary collaborative projects for a more coordinated Actuarial Education. *12th annual International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN20 Proceedings*, pp. 5409-5414. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2020.1424>
- [15] Fernández Morales, A., Mayorga Toledano, M.C. (2013). Developing Creativity and Innovation through Collaborative Projects. *Interdisciplinary Studies Journal 2* (3), pp. 70-82.
- [16] Mayorga-Toledano, M. C., Trigo-Martínez, E., Fernández-Morales, A. (2022). Assessing the students' prospective perceptions of the final master project in Actuarial Science. *15th annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2012 Proceedings*. Sevilla: IATED.
- [17] Mayorga-Toledano, M. C. (2010). Integrating e-learning activities in the teaching and learning of banking and securities market law. *Education and Law Review*, vol. 1, pp. 177-196.
- [18] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2004). Learning tools for java enabled phones. An application for actuarial studies. In *Learning with mobile devices. Research and Development* (J. Attewell, C. Savill-Smith, cords.), London: Learning and Skills Development Agency, pp. 95-98.
- [19] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2010). Using iPhone Web-Apps to Enhance Learning and Teaching in Actuarial Education, In *Mobile Learning: Pilot Projects and Initiatives* (R. Guy, ed.), Santa Rosa: Informing Science Press, pp. 83-104.
- [20] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2020). Assessing the face-to-face to virtual learning adaptation process of the MSc in Actuarial Science at the University of Malaga. *13th International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2020 Proceedings*, pp. 6232-6240.

- [21] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2020). Using COVID19 outbreak data to engage students in the learning process. *13th International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2020 Proceedings*, pp. 6205-6211.
- [22] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2021). Students' perceptions of the teaching and learning mode adopted in the MSc in Actuarial Science at the University of Malaga during COVID-19 first wave. *115th International Technology, Education and Development Conference, INTED2021 Proceedings*, pp. 9650-9655.
- [23] Fernández-Morales, A. (2021). Tablas actuariales de supervivencia y mortalidad dinámicas con hoja de cálculo. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/23265>.
- [24] Fernández-Morales, A. (2016). Tablas de mortalidad dinámicas con hoja de cálculo en la práctica actuarial. RIUMA, Universidad de Málaga, <http://hdl.handle.net/10630/10922>.
- [25] Fernández-Morales, A. (2016). Tutorial para la construcción de tablas de mortalidad dinámicas PERM/F 2000 con hoja de cálculo. RIUMA, Universidad de Málaga, <http://hdl.handle.net/10630/5682>.
- [26] Fernández-Morales, A. (2011). Learning survival models with on-line simulation activities in the Actuarial Science Degree. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, Vol. 6, no. 1, pp. 15–19.
- [27] Fernández-Morales, A. (2017). Simulating lifetimes with actuarial survival models. *9th International Conference on Education and New Learning Technologies, EDULEARN17 Proceedings*, pp. 725-731, Valencia: IATED, 2017. <http://dx.doi.org/10.21125/edulearn.2017.1161>
- [28] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2021). Using an on-line interactive graphical simulator to experiment with late-life mortality models. *115th International Technology, Education and Development Conference, INTED2021 Proceedings*, pp. 9656-9662.
- [29] Fernández-Morales, A. (2020). Micro simulación de modelos de supervivencia en edades avanzadas para Ciencias Actuariales. RIUMA, Universidad de Málaga, <https://hdl.handle.net/10630/20543>.
- [30] Fernández-Morales, A. (2017). Enriching the statistics learning experience with D3.js interactive animations: Insurance applications of Markov chains. *International Journal of Educational Research and Innovation*, vol. 7, pp. 25-39, 2017. URI: <http://hdl.handle.net/10433/4923>

- [31] Fernández-Morales, A. (2015). Application of a Discrete-time Markov Chain Simulation in Insurance. *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science & IT*, vol.3, no.3, pp. 27-32, 2015. doi: <http://dx.doi.org/10.3991/ijes.v3i3.4929>
- [32] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2019). Enhancing Actuarial education with interactive online resources. *13th International Technology, Education and Development Conference, INTED2019 Proceedings*, pp. 9139-9145, 2019. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/inted.2019.2270>
- [33] Mayorga-Toledano, M. C., Fernández-Morales, A. (2017). Interactive resources based on serious gaming for Actuarial Education, *EDULEARN17 Proceedings, 9th International Conference on Education and New Learning Technologies*, Valencia: IATED, pp. 3245-3251.
- [34] Fernández-Morales, A., Mayorga-Toledano, M. C. (2018). Using serious games un Higher Education. An Application in actuarial studies. *11th annual International Conference of Education, Research and Innovation, ICERI2018 Proceedings*, pp. 2727-2734, Sevilla: IATED. doi: <http://dx.doi.org/10.21125/iceri.2018.1603>
- [35] AG Mortality Research Committee (2018). Projection table AG2018. Utrecht: Royal Dutch Actuarial Association.
- [36] I.Stat (2022). Tavole di mortalità. Roma: Istituto Nazionale di Statistica.
- [37] DAV (2004). Herleitung der DAV-Sterbetafel 2004R für Rentenversicherungen. Richtlinie. Köln: Deutsche Aktuarvereinigung eV.
- [38] Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (2020). Resolución de 17 de diciembre de 2020, relativa a las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras y reaseguradoras, y por la que se aprueba la guía técnica relativa a los criterios de supervisión en relación con las tablas biométricas, y sobre determinadas recomendaciones para fomentar la elaboración de estadísticas biométricas sectoriales.
- [39] Continuous Mortality Investigation Committee (2009). Continuous Mortality Investigation Reports, Number 23. The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.
- [40] Continuous Mortality Investigation (2021). Final “16” Series accelerated critical illness and term mortality tables. Working paper 154. The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.
- [41] Continuous Mortality Investigation (2021). Proposed “16” Series term assurance mortality and accelerated critical illness tables. Working paper 150. The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.